

1. $\log_2(x-3)^2$ 값이 존재하기 위한 x 의 범위는?

- ① $x < 3$ ② $x \geq 3$ ③ $x \neq 3$ ④ $x \geq 4$ ⑤ $x \neq 4$

해설

$(x-3)^2 > 0$ 로부터 $x \neq 3$

2. $\log_2 5\sqrt{3} + \log_2 \frac{24}{5} - \log_2 3\sqrt{3}$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 5

④ $\log_2 5$

⑤ $\log_2 6$

해설

$$\begin{aligned}\log_2 5\sqrt{3} + \log_2 \frac{24}{5} - \log_2 3\sqrt{3} &= \log_2 \frac{5\sqrt{3} \times \frac{24}{5}}{3\sqrt{3}} \\ &= \log_2 8 = \log_2 2^3 = 3\end{aligned}$$

3. $\log_a \sqrt{3} = \log_b 9$ 일 때, $\log_{ab} b$ 의 값은?

① 2

② $\frac{8}{5}$

③ $\frac{5}{4}$

④ 1

⑤ $\frac{4}{5}$

해설

$\log_a \sqrt{3} = \log_b 9$ 에서

$$\frac{\log \sqrt{3}}{\log a} = \frac{\log 9}{\log b}, \quad \frac{\frac{1}{2} \log 3}{\log a} = \frac{2 \log 3}{\log b}$$

$$\frac{\log b}{\log a} = 4$$

$$\Leftrightarrow, \log_a b = 4$$

$$\therefore \log_{\sqrt{ab}} b = \frac{\log_a b}{\log_a \sqrt{ab}}$$

$$= \frac{\log_a b}{\frac{1}{2} \log_a ab} = \frac{2 \log_a b}{1 + \log_a b} = \frac{8}{5}$$

4. $\log_4 2 + \log_8 4 - \log_{16} 8$ 의 값은?

① $-\frac{1}{12}$

② $-\frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{12}$

④ 1

⑤ $\frac{5}{12}$

해설

$$\begin{aligned} & \log_{2^2} 2 + \log_{2^3} 2^2 - \log_{2^4} 2^3 \\ &= \frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4} = \frac{6+8-9}{12} \\ &= \frac{5}{12} \end{aligned}$$

5. 다음 식의 값 중 값이 다른 하나는?

① $9^{\log_9 4}$

② $\log_{\sqrt{5}} 25$

③ $\log_2 3 \log_3 5 \log_5 16$

④ $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{16}$

⑤ $\log_{\frac{1}{3}} 81$

해설

① $9^{\log_9 4} = 4$

② $\log_{\sqrt{5}} 25 = \log_{5^{\frac{1}{2}}} 5^2 = \frac{2}{\frac{1}{2}} \log_5 5 = 4$

③ $\log_2 3 \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 16 = \frac{\log 3 \cdot \log 5 \cdot \log 16}{\log 2 \cdot \log 3 \cdot \log 5}$
 $= \frac{\log 16}{\log 2} = \log_2 16 = \log_2 2^4 = 4$

④ $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{16} = \log_{2^{-1}} 16 = \log_2 16 = 4$

⑤ $\log_{\frac{1}{3}} 81 = \log_{3^{-1}} 3^4 = \frac{4}{-1} \log_3 3 = -4$

6. $\log_3 10$ 의 소수부분을 α 라 할 때, 3^α 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{10}{9}$ ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{100}{9}$ ⑤ $\frac{100}{3}$

해설

$\log_3 10 = 2 + \alpha$ ($0 \leq \alpha < 1$) 이므로 $\alpha = \log_3 10 - 2 = \log_3 \frac{10}{9}$ 이 된다.

따라서 $3^\alpha = 3^{\log_3 \frac{10}{9}} = \frac{10}{9}$ 이다.

7. $\log_3 2 = a$ 일 때, $\log_{\sqrt{12}} 9$ 를 a 로 나타내면?

① $\frac{2}{2a+1}$

② $\frac{4}{2a+1}$

③ $\frac{2}{a+1}$

④ $\frac{2}{a+2}$

⑤ $\frac{4}{a+2}$

해설

$$\begin{aligned} & \log_{\sqrt{12}} 9 \\ &= \frac{\log_3 9}{\log_3 \sqrt{12}} = \frac{2}{\frac{1}{2} \log_3 (2^2 \cdot 3)} \\ &= \frac{4}{2(\log_3 2 + 1)} = \frac{4}{2(a+1)} = \frac{2}{a+1} \end{aligned}$$

8. $5^a = 2$, $5^b = 3$ 이라 할 때, $\log_6 72$ 를 a 와 b 의 식으로 바르게 나타낸 것은?

① $\frac{a+b}{a-b}$
④ $\frac{2a+b}{a+b}$

② $\frac{2a+b}{b-a}$
⑤ $\frac{3a+2b}{a+b}$

③ $\frac{2a-b}{a+b}$

해설

$$a = \log_5 2, b = \log_5 3$$

$$\log_6 72 = \frac{3 \log_5 2 + 2 \log_5 3}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{3a + 2b}{a + b}$$

9. a, x, y 가 양의 실수이고 $A = \log_a \frac{x^2}{y^3}, B = \log_a \frac{y^2}{x^3}$ 일 때, $3A + 2B$ 와 같은 것은? (단, $a \neq 1$)

① $\log_a \frac{1}{x^5}$

② $\log_a \frac{1}{y^5}$

③ $\log_a \frac{1}{xy}$

④ $\log_a \frac{x^5}{y^5}$

⑤ $\log_a \frac{x^5}{y^7}$

해설

$$3A + 2B$$

$$= 3(2 \log_a x - 3 \log_a y) + 2(2 \log_a y - 3 \log_a x)$$

$$= -5 \log_a y = \log_a \frac{1}{y^5}$$

10. $2\log(a-2b) = \log 2b + \log(62b-a)$ 일 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

로그의 성질을 이용하여 주어진 식 $2\log(a-2b) = \log 2b + \log(62b-a)$ 을 간단히 정리하면
 $\log(a-2b)^2 = \log 2b(62b-a)$
 $(a-2b)^2 = 2b(62b-a)$
 $a^2 - 4ab + 4b^2 = 124b^2 - 2ab$
 $a^2 - 2ab - 120b^2 = 0$
 $(a+10b)(a-12b) = 0$
 $\therefore a = -10b$ 또는 $a = 12b$
이때 진수 조건에 의하여 $a-2b > 0$, $2b > 0$, $62b-a > 0$ 이므로
 $a > 0$, $b > 0$
따라서 $a = 12b$ 이고 $\frac{a}{b} = 12$ 이다.

11. 세 수 $3\log_3 3$, $\log_2 3$, $2\log_2 4$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

- ① $2\log_2 4 < 3\log_3 3 < \log_2 3$ ② $\log_2 3 < 2\log_2 4 < 3\log_3 3$
③ $\log_2 3 < 3\log_3 3 < 2\log_2 4$ ④ $3\log_3 3 < 2\log_2 4 < \log_2 3$
⑤ $3\log_3 3 < \log_2 3 < 2\log_2 4$

해설

$$\begin{aligned} 3\log_3 3 &= 3 \\ \log_2 2 < \log_2 3 < \log_2 4 &\quad \therefore 1 < \log_2 3 < 2 \\ 2\log_2 4 &= 4 \\ \therefore \log_2 3 < 3\log_3 3 < 2\log_2 4 \end{aligned}$$