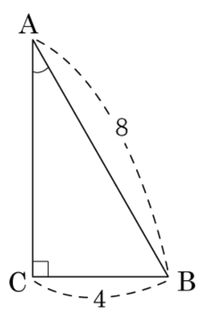
1. 다음과 같은 직각삼각형 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = 8$, $\overline{BC} = 4$일 때, $\sin A - \tan A$의 값은?



① $\frac{1-\sqrt{3}}{6}$　② $\frac{2-\sqrt{3}}{6}$　③ $\frac{2-2\sqrt{2}}{6}$　④ $\frac{3-2\sqrt{2}}{6}$　⑤ $\frac{3-2\sqrt{3}}{6}$

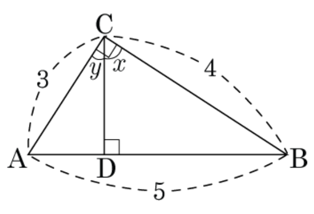
해설

$\overline{AC} = \sqrt{8^2-4^2} = \sqrt{64-16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

$\sin A = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$, $\tan A = \frac{4}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \sin A - \tan A = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3-2\sqrt{3}}{6}$

2. 다음 그림에서 $\angle ACB = 90^{\circ}$, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$이고, $\angle BCD = x$, $\angle ACD = y$일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 골라라.



보기

㉠ $\cos y = \frac{3}{5}$	㉡ $\tan y = \frac{4}{3}$	㉢ $\sin y = \frac{5}{4}$
㉣ $\sin x = \frac{4}{5}$	㉤ $\cos x = \frac{4}{5}$	

▶ 답 :

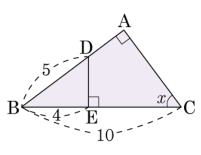
▷ 정답 : ㉣

해설

$\triangle ACB \backsim \triangle CDB \backsim \triangle ADC$ 이므로 $\angle CAD = x$, $\angle CBD = y$이다.

따라서 ㉠ $\cos y = \frac{4}{5}$, ㉡ $\tan y = \frac{3}{4}$, ㉢ $\sin y = \frac{3}{5}$, ㉤ $\cos x = \frac{3}{5}$ 이다.

3. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\sin x$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{5}$

해설

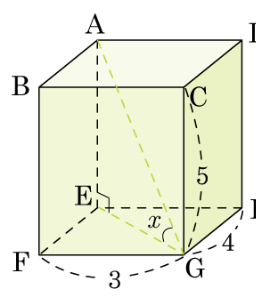
$\triangle ABC \backsim \triangle EBD$ (AA 닮음)

$\Rightarrow \angle x = \angle BCA = \angle BDE$

또한, $\overline{DE} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ 이다.

따라서 $\sin x = \frac{\overline{BE}}{\overline{BD}} = \frac{4}{5}$ 이다.

4. 다음 그림과 같은 직육면체에서 $\angle \mathrm{AGE}$ 의 크기를 x 라 할 때, $\sin x + \cos x$ 의 값이 $\sqrt{a}$ 이다. a 의 값을 구하시오.



▶ 답 :

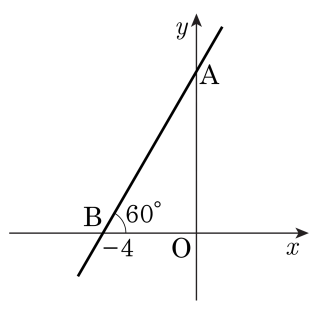
▷ 정답 : 2

해설

$\overline{\mathrm{EG}} = 5$, $\overline{\mathrm{AG}} = 5\sqrt{2}$, $\overline{\mathrm{AE}} = 5$ 이므로

$\sin x + \cos x = \dfrac{5}{5\sqrt{2}} + \dfrac{5}{5\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ 이다.

5. 다음 그림과 같이 x 축과 만나는 점이 $(-4, 0)$ 이고, 직선과 x 축이 이루는 각의 크기가 $60°$ 인 직선의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때, ab 의 값을 구하면?



① 18　　② 15　　③ 12

④ 9　　⑤ 6

해설

$\overline{\mathrm{OA}} = 4\tan 60° = 4\sqrt{3}$

$\therefore\ y = \tan 60° x + 4\sqrt{3}$

$\quad = \sqrt{3}x + 4\sqrt{3}$

$a = \sqrt{3}, b = 4\sqrt{3}$ 이므로 $ab = \sqrt{3} \times 4\sqrt{3} = 12$ 이다.

6. $\sin 90° + \cos 0° - \tan 0° = A$, $\sin 0° + \tan 0° + \cos 90° = B$ 라 할 때, AB 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

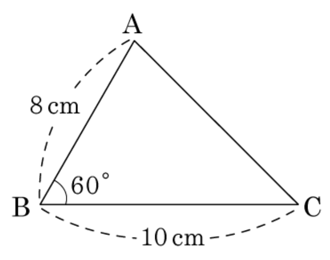
$A = 1 + 1 - 0 = 2$, $B = 0 + 0 + 0 = 0$ 이므로
$\therefore AB = 2 \times 0 = 0$

7. $0° < x < 90°$ 일 때, $\sqrt{(\cos x+1)^2}+\sqrt{(\cos x-1)^2}$ 의 값은?

① $\cos x$ ② $2\cos x$ ③ 2
④ 1 ⑤ 0

해설
$0° < x < 90°$ 일 때, $0 < \cos x < 1$ 이므로
$\sqrt{(\cos x+1)^2}+\sqrt{(\cos x-1)^2}$
$= \cos x + 1 - (\cos x - 1) = 2$

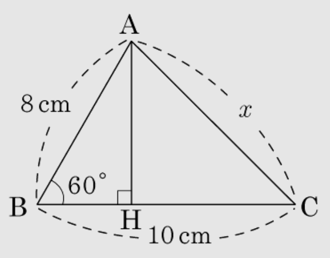
8. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 8\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\,\text{cm}$, $\angle B = 60°$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ____________ cm

▷ 정답 : $2\sqrt{21}$ cm

해설



$\triangle ABC$ 의 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 놓으면

$\triangle ABH$ 에서 $\overline{AH} = 8\sin 60° = 4\sqrt{3}$ (cm)

$\overline{BH} = 8\cos 60° = 4$ (cm)

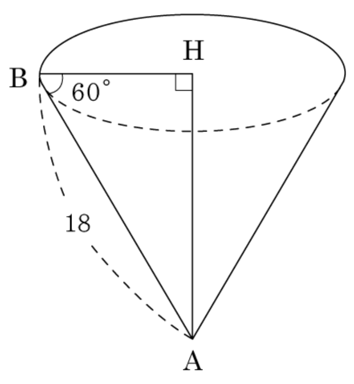
또, $\triangle AHC$ 에서

$\overline{CH} = \overline{BC} - \overline{BH} = 10 - 4 = 6$ (cm)

$x^2 = \overline{AH}^2 + \overline{CH}^2 = (4\sqrt{3})^2 + 6^2 = 84$

$\therefore\ x = 2\sqrt{21}$ (cm)

9. 다음 그림은 $\angle ABH = 60°$ 인 원뿔이다 . 원뿔의 부피를 구하면?



① $243\sqrt{3}\pi$ ② $244\sqrt{3}\pi$
③ $245\sqrt{3}\pi$ ④ $243\sqrt{5}\pi$
⑤ $246\sqrt{5}\pi$

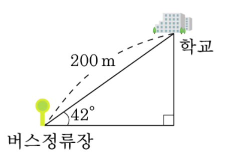
해설

$\cos 60° = \dfrac{\overline{BH}}{18}$ $\therefore \overline{BH} = 18\cos 60° = 18 \times \dfrac{1}{2} = 9$

$\tan 60° = \dfrac{\overline{AH}}{9}$ $\therefore \overline{AH} = 9\tan 60° = 9\sqrt{3}$

(원뿔의 부피) $= 9 \times 9 \times \pi \times 9\sqrt{3} \times \dfrac{1}{3} = 243\sqrt{3}\pi$

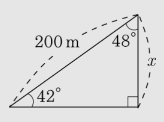
10. 영아의 학교는 버스정류장에서 200m 떨어져 있고 버스정류장과 학교가 이루는 각도는 $42°$ 이다. 학교는 지면에서 몇 m 높이에 있는지 구하여라. (단, $\sin 48° = 0.7431$, $\cos 48° = 0.6691$)



▶ 답 : m

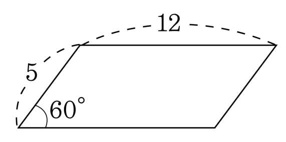
▷ 정답 : 133.82 m

해설



$x = 200 \cos 48° = 200 \times 0.6691 = 133.82(\mathrm{m})$

11. 다음 그림과 같은 평행사변형의 넓이를 구하여라.



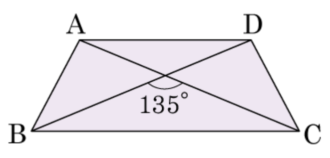
▶ 답 :

▷ 정답 : $30\sqrt{3}$

해설

$$(\text{평행사변형의 넓이}) = 5\times12\times\sin60° = 5\times12\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 30\sqrt{3}$$

12. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD 에서 두 대각선이 이루는 각의 크기가 $135°$ 이고, 넓이가 $20\sqrt{2}$ 일 때, 대각선의 길이를 구하면?



① 8　② $4\sqrt{5}$　③ $12\sqrt{3}$
④ $52\sqrt{3}$　⑤ $104\sqrt{3}$

해설

$\overline{AC} = \overline{BD} = x$라 하면 $\frac{1}{2}x^2 \sin 45° = 20\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{2}}{4}x^2 = 20\sqrt{2}$,
$x^2 = 80$, $x = 4\sqrt{5}$
$\therefore \overline{AC} = \overline{BD} = 4\sqrt{5}$

13. 실수 x, y에 대하여, 등식 $2x+y+(x-3y)i=3+2i$가 성립할 때, $\frac{x}{y}$의 값을 구하면?

① $-\frac{1}{11}$ ② 11 ③ 7 ④ -7 ⑤ -11

해설

$2x+y=3,\ x-3y=2$ 이므로

$x=\frac{11}{7}$, $y=-\frac{1}{7}$

$\therefore\ \frac{x}{y}=\frac{11}{7}\times-\frac{7}{1}=-11$

14. $\sqrt{-3} \times \sqrt{-6} - \sqrt{8} \div \sqrt{-4}$ 을 $a + bi$ (a, b 는 실수) 형태로 나타내면?

① $2\sqrt{2} + 3i$　② $-3\sqrt{2} + \sqrt{2}i$　③ $-2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}i$

④ $2\sqrt{3}i$　⑤ $3\sqrt{3}$

해설

$\sqrt{-3} \times \sqrt{-6} - \sqrt{8} \div \sqrt{-4}$

$= \sqrt{3}i \times \sqrt{6}i - \dfrac{2\sqrt{2}}{2i}$

$= -3\sqrt{2} + \sqrt{2}i$

15. $\dfrac{2-i}{2+i}+\dfrac{2+i}{2-i}$ 를 간단히 하면? (단, $i=\sqrt{-1}$ 이다.)

① $\dfrac{6}{5}$ ② 2 ③ $\dfrac{8}{5}$ ④ $\dfrac{8}{3}$ ⑤ 3

해설

$$\frac{2-i}{2+i}+\frac{2+i}{2-i}=\frac{(2-i)^2+(2+i)^2}{(2+i)(2-i)}$$
$$=\frac{3+3}{5}=\frac{6}{5}$$

16. $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^7+\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^8$ 을 간단히 하면?

① 0 ② $1-i$ ③ $1+i$ ④ $-2i$ ⑤ $2i$

해설

$\frac{1+i}{1-i}=\frac{2i}{2}=i,\ \frac{1-i}{1+i}=\frac{1}{i}=-i$

$\therefore$ (준식) $=(i)^7+(-i)^8=-i+1$

17. $w = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $1 + w + w^2 + \cdots + w^{100}$ 의 값은?

① $\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ ② $\dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}$ ③ 0

④ $\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}$ ⑤ $\dfrac{1-\sqrt{3}i}{2}$

해설

$w = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 에서

$$w^2 = \left(\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}\right)^2 = \dfrac{1-2\sqrt{3}i+3i^2}{4}$$
$$= \dfrac{-2-2\sqrt{3}i}{4} = \dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}$$

$$w^3 = w \cdot w^2 = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2} \cdot \dfrac{-1-\sqrt{3}}{2} = \dfrac{1-3i^2}{4} = 1$$

$1 + w + w^2 = 1 + \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2} + \dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2} = 0$ 이므로

$$\therefore 1 + w + w^2 + w^3 + w^4 + \cdots + w^{100}$$
$$= 1 + w + w^2 + w^3(1 + w + w^2) + \cdots$$
$$+ w^{96}(1 + w + w^2) + w^{99}(1 + w)$$
$$= 0 + 0 + \cdots + 0 + w^{99}(1 + w) = (w^3)^{33} \cdot (1 + w)$$
$$= 1 + w = 1 + \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2} = \dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}$$

18. $2|x-1|+x-4=0$의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -2

해설

ⅰ) $x<1$일 때,
$-2(x-1)+(x-4)=0$
$\therefore x=-2$
ⅱ) $x\ge 1$일 때,
$2(x-1)+x-4=0$
$\therefore x=2$
따라서 구하는 해는 $x=-2$ 또는 $x=2$ 이다.

19. 이차방정식 $x^2 + 2|x| - 8 = 0$ 의 해는 ?

① $-2,\ 4$　　② $-2,\ 2$　　③ $-4,\ 4$

④ $-4,\ 2$　　⑤ $-4,\ -2,\ 2,\ 4$

해설

$x^2 + 2|x| - 8 = 0$ 에서

ⅰ) $x > 0$ 일 때,

$x^2 + 2x - 8 = 0,\ (x+4)(x-2) - 0$

$\therefore x = -4$ 또는 $x = 2$

그런데 $x > 0$ 이므로 $x = 2$

ⅱ) $x < 0$ 일 때,

$x^2 + 2x - 8 = 0,\ (x-4)(x+2) = 0$

$\therefore x = 4$ 또는 $x = -2$

그런데 $x < 0$ 이므로 $x = -2$

ⅰ), ⅱ) 에서 구하는 해는 $-2,\ 2$

20. x에 관한 이차방정식 $(m^2-1)x^2-2(m-1)x+3=0$이 중근을 갖도록 하는 m의 값은?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$(m^2-1)x^2-2(m-1)x+3=0$

(i) 이차방정식이므로 $m^2-1\neq 0$

$\therefore\ m\neq 1,-1$

(ii) 중근을 가지려면 판별식 $D=0$

$\frac{D}{4}=(m-1)^2-3(m^2-1)=0$

$m^2-2m+1-3m^2+3=0$

$m^2+m-2=0$

$(m+2)(m-1)=0$

$\therefore\ m=1,-2$

$\therefore$(i)과 (ii)에서 $m=-2$일 때만 중근을 갖는다.

21. x에 대한 이차방정식 $x^2 = k(x-2)+a$가 실수 k의 값에 관계없이 항상 실근을 갖기 위한 실수 a의 값의 범위를 구하면?

① $a \geq -2$ ② $a \geq 4$ ③ $a \leq 4$
④ $a \geq -4$ ⑤ $a \geq 2$

해설

주어진 이차방정식을 정리하면
$x^2 - kx + (2k-a) = 0$
실근을 가지려면 판별식 $D \geq 0$이어야 한다.
$k^2 - 4(2k-a) \geq 0$
$k^2 - 8k + 4a \geq 0$
위 부등식을 k에 대하여 정리하면
$(k-4)^2 + 4a - 16 \geq 0$
실수 k의 값에 관계없이 항상 성립하려면
판별식 $\frac{D}{4} \leq 0$이거나,
$4a - 16 \geq 0 (\because (k-4)^2 \geq 0)$이어야 한다.
따라서 $a \geq 4$

22. x에 대한 이차방정식 $(k^2-1)x^2-2(k-1)x+1=0$이 허근을 가질 때, $k>m$이다. m의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$(k^2-1)x^2-2(k-1)x+1=0$이
허근을 가지려면
$\frac{D}{4}=(k-1)^2-(k^2-1)<0$
$(k^2-2k+1)-(k^2-1)<0$
$-2k+2<0,\ k>1$
$\therefore\ m=1$

23. x에 대한 이차방정식 $x^2k - \left(x - \frac{1}{4}\right)k + \frac{1}{4} = 0$이 허근을 가질 때, 실수 k의 값의 범위는?

① $k < 0$　② $k > 0$　③ $0 < k < \frac{1}{4}$
④ $k \leq 0$　⑤ $k \geq 0$

해설

$x^2k - \left(x - \frac{1}{4}\right)k + \frac{1}{4} = 0$이
허근을 가져야 하므로
x에 대한 내림차순으로 정리하면
$kx^2 - kx + \frac{1}{4}(k+1) = 0$
$D = (-k)^2 - 4k \cdot \frac{1}{4}(k+1) < 0$
$= k^2 - k^2 - k = -k < 0 \quad \therefore k > 0$
$\therefore k > 0$

24. 이차방정식 $2x^2-4x-3k=0$이 허근을 갖고, 동시에 $x^2+5x-2k=0$이 실근을 갖도록 하는 정수 k의 개수를 구하면?

① 1개　② 2개　③ 3개　④ 4개　⑤ 5개

해설

$2x^2-4x-3k=0$이 허근을 가질 조건은

$\frac{D}{4}=4+6k<0$

$\therefore\ k<-\frac{2}{3}$ ⋯⋯㉠

$x^2+5x-2k=0$이 실근을 가질 조건은

$D=25+8k\geq 0$

$\therefore\ k\geq -\frac{25}{8}$ ⋯⋯㉡

㉠, ㉡에서 $-\frac{25}{8}\leq k<-\frac{2}{3}$

따라서, 정수 $k=-3,\ -2,\ -1$

$\therefore$ 정수 k의 개수는 3개

25. 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $2-i$일 때, 두 실수 a, b의 곱 ab의 값을 구하면?

① -20 ② -12 ③ 5 ④ 12 ⑤ 20

해설

한 근이 $2-i$이면 다른 한 근은 $2+i$
두 근의 합 : $4=-a$
두 근의 곱 : $5=b$
$\therefore\ ab=-20$