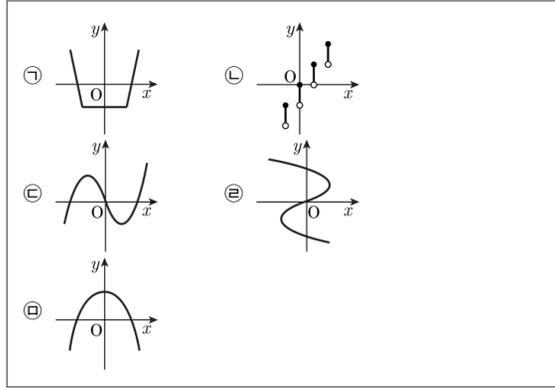


1. 다음 그래프 중 함수인 것은?



- ① ㉠, ㉡, ㉢  
 ② ㉠, ㉢, ㉤  
 ③ ㉠, ㉢, ㉣  
 ④ ㉡, ㉢, ㉤  
 ⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉠ 함수  
 ㉡ 함수가 아니다.  
 ㉢ 함수  
 ㉣ 함수가 아니다.  
 ㉤ 함수  
 따라서 ㉠, ㉢, ㉤만이 함수이다.

해설

2. 두 집합  $X = \{0, 1, 2\}$ ,  $Y = \{-1, 0, 1, 2\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수  $f$ 가  $f(x) = 2x^2 - 3x$  일 때, 함수  $f$ 의 치역을 구하면?

①  $\{-1, 1\}$

②  $\{-1, 0, 1\}$

③  $\{0, 1, 2\}$

④  $\{-1, 0, 2\}$

⑤  $\{-1, 0, 1, 2\}$

해설

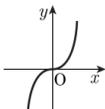
$$f(x) = 2x^2 - 3x \text{이므로}$$

$$f(0) = 0, f(1) = -1, f(2) = 2$$

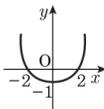
따라서 치역은  $\{-1, 0, 2\}$

3. 다음 함수의 그래프 중 일대일 대응이 아닌 것은?

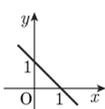
①



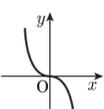
②



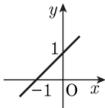
③



④



⑤



**해설**

치역과 공역이 같고 임의의 두 실수  $x_1, x_2$  에 대하여  $x_1 \neq x_2$  일 때  $f(x_1) \neq f(x_2)$  를 만족해야하므로 정답은 ②번이다.

4. 실수  $x, y$ 에 대하여  $f(xy) = f(x)f(y)$  이고  $f$ 가 일대일대응일 때,  $f(0)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

0이 아닌  $x$ 에 대하여  $y = 0$ 을  
 $f(xy) = f(x)f(y)$ 에 대입하자.  
 $f(0) = f(x)f(0) \Leftrightarrow f(0) - f(0)f(x) = 0$   
 $\Leftrightarrow f(0)[1 - f(x)] = 0 \Leftrightarrow f(0) = 0$  또는  $f(x) = 1$   
만일  $f(x) = 1$ 이면  
 $f(0) = 1, f(1) = 1, f(2) = 1, \dots$  이다.  
위는  $f(x)$ 가 일대일대응이라는 것과 모순이므로  
 $f(x) = 1$ 은 부적당  
 $\therefore f(0) = 0$

5. 실수 전체의 집합  $R$  에서  $R$  로의 세 함수  $f, g, h$  에 대하여  $(h \circ g)(x) = 3x + 4$ ,  $f(x) = x^2$  일 때,  $(h \circ (g \circ f))(2)$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned}(h \circ (g \circ f))(2) &= ((h \circ g) \circ f)(2) \\ &= (h \circ g)(f(2)) \\ &= (h \circ g)(4) \\ &= 3 \times 4 + 4 = 16\end{aligned}$$

6. 세 함수  $f(x) = x + 1$ ,  $g(x) = -x + a$ ,  $h(x) = bx + 2$  가  $h \circ f = g$  를 만족시킬 때,  $a + b$  의 값은 얼마인가?

- ① -1    ② 0    ③ 1    ④ 2    ⑤ 4

해설

$$(h \circ f)(x) = h(f(x)) = h(x + 1) = b(x + 1) + 2 = bx + b + 2$$

$$g(x) = -x + a \text{ 이므로, } bx + b + 2 = -x + a$$

$$b = -1, b + 2 = a$$

$$\therefore a = 1$$

$$\therefore a + b = 0$$

7.  $f(x) = \frac{1}{1-x}$  일 때,  $g(f(x)) = x$ 가 되는 함수  $g(x)$ 는?

- ①  $1-x$     ②  $\frac{1}{1-x}$     ③  $\frac{x}{x-1}$     ④  $\frac{x-1}{x}$     ⑤  $\frac{x-1}{x+1}$

해설

$$f(x) = \frac{1}{1-x} \text{ 일 때}$$

$g(f(x)) = x$ 에서  $f(x) = t$ 로 놓으면

$$\frac{1}{1-x} = t \text{ 에서 } (1-x)t = 1, t - xt = 1$$

$$xt = t - 1, x = \frac{t-1}{t} \text{ 이므로 } g(t) = \frac{t-1}{t}$$

$$\therefore g(x) = \frac{x-1}{x}$$

8.  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$  에 대하여  $f_0(x) = \frac{1}{1-x}$  이고  $f_{n+1}(x) = f_0(f_n(x))$

일 때,  $f_{100}(100)$  의 값은?

- ①  $-\frac{1}{99}$     ②  $\frac{99}{100}$     ③  $\frac{100}{99}$     ④ 99    ⑤ 100

해설

$$f_0(x) = \frac{1}{1-x}$$

$$f_1(x) = f_0(f_0(x)) = \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}} = \frac{x-1}{x}$$

$$f_2(x) = f_0(f_1(x)) = \frac{1}{1 - \frac{x-1}{x}} = x$$

$n = 2$  일 때  $f(x) = x$  이다.

즉 3 번을 주기로 함수가 반복된다는 뜻이다.

$$\text{따라서 } f_{100}(x) = f_{3 \times 33 + 1}(x) = f_1(x) = \frac{x-1}{x}$$

$$\therefore f_{100}(100) = \frac{100-1}{100} = \frac{99}{100}$$