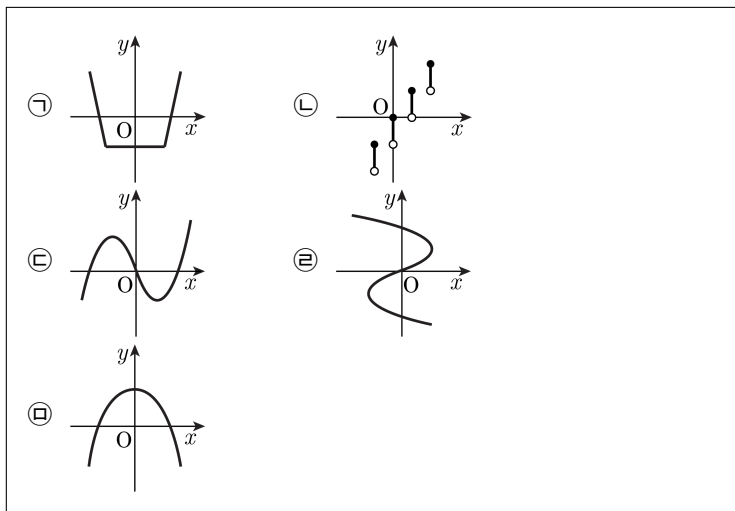


1. 다음 그래프 중 함수인 것은?



① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉢, ㉤

③ ㉠, ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉠ 함수

㉡ 함수가 아니다.

㉢ 함수

㉣ 함수가 아니다.

㉤ 함수

따라서 ㉠, ㉢, ㉤ 만이 함수이다.

해설

2. 두 집합 $X = \{0, 1, 2\}$, $Y = \{-1, 0, 1, 2\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 f 가 $f(x) = 2x^2 - 3x$ 일 때, 함수 f 의 치역을 구하면?

① $\{-1, 1\}$

② $\{-1, 0, 1\}$

③ $\{0, 1, 2\}$

④ $\{-1, 0, 2\}$

⑤ $\{-1, 0, 1, 2\}$

해설

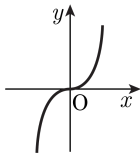
$f(x) = 2x^2 - 3x$ 이므로

$f(0) = 0, f(1) = -1, f(2) = 2$

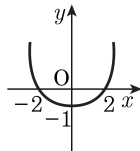
따라서 치역은 $\{-1, 0, 2\}$

3. 다음 함수의 그래프 중 일대일 대응이 아닌 것은?

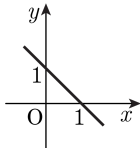
①



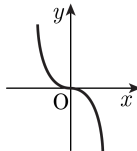
②



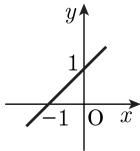
③



④



⑤



해설

치역과 공역이 같고 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 일 때 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 를 만족해야하므로 정답은 ②번이다.

4. 실수 x, y 에 대하여 $f(xy) = f(x)f(y)$ 이고 f 가 일대일대응일 때, $f(0)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

0이 아닌 x 에 대하여 $y = 0$ 을

$f(xy) = f(x)f(y)$ 에 대입하자.

$$f(0) = f(x)f(0) \Leftrightarrow f(0) - f(0)f(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow f(0)[1 - f(x)] = 0 \Leftrightarrow f(0) = 0 \text{ 또는 } f(x) = 1$$

만일 $f(x) = 1$ 이면

$$f(0) = 1, f(1) = 1, f(2) = 1, \dots \text{ 이다.}$$

위는 $f(x)$ 가 일대일대응이라는 것과 모순이므로

$$f(x) = 1 \text{ 은 부적당}$$

$$\therefore f(0) = 0$$

5. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 세 함수 f, g, h 에 대하여 $(h \circ g)(x) = 3x + 4$, $f(x) = x^2$ 일 때, $(h \circ (g \circ f))(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned}(h \circ (g \circ f))(2) &= ((h \circ g) \circ f)(2) \\ &= (h \circ g)(f(2)) \\ &= (h \circ g)(4) \\ &= 3 \times 4 + 4 = 16\end{aligned}$$

6. 세 함수 $f(x) = x + 1$, $g(x) = -x + a$, $h(x) = bx + 2$ 가 $h \circ f = g$ 를 만족시킬 때, $a + b$ 의 값은 얼마인가?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 4

해설

$$(h \circ f)(x) = h(f(x)) = h(x + 1) = b(x + 1) + 2 = bx + b + 2$$

$$g(x) = -x + a \text{ 이므로, } bx + b + 2 = -x + a$$

$$b = -1, b + 2 = a$$

$$\therefore a = 1$$

$$\therefore a + b = 0$$

7. $f(x) = \frac{1}{1-x}$ 일 때, $g(f(x)) = x$ 가 되는 함수 $g(x)$ 는?

- ① $1-x$ ② $\frac{1}{1-x}$ ③ $\frac{x}{x-1}$ ④ $\frac{x-1}{x}$ ⑤ $\frac{x-1}{x+1}$

해설

$$f(x) = \frac{1}{1-x} \text{ 일 때}$$

$g(f(x)) = x$ 에서 $f(x) = t$ 로 놓으면

$$\frac{1}{1-x} = t \text{ 에서 } (1-x)t = 1, t - xt = 1$$

$$xt = t - 1, x = \frac{t-1}{t} \text{ 이므로 } g(t) = \frac{t-1}{t}$$

$$\therefore g(x) = \frac{x-1}{x}$$

8. $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ 에 대하여 $f_0(x) = \frac{1}{1-x}$ 이고 $f_{n+1}(x) = f_0(f_n(x))$ 일 때, $f_{100}(100)$ 의 값은?

① $-\frac{1}{99}$

② $\frac{99}{100}$

③ $\frac{100}{99}$

④ 99

⑤ 100

해설

$$f_0(x) = \frac{1}{1-x}$$

$$f_1(x) = f_0(f_0(x)) = \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}} = \frac{x-1}{x}$$

$$f_2(x) = f_0(f_1(x)) = \frac{1}{1 - \frac{x-1}{x}} = x$$

$n = 2$ 일 때 $f(x) = x$ 이다.

즉 3 번을 주기로 함수가 반복된다는 뜻이다.

$$\text{따라서 } f_{100}(x) = f_{3 \times 33 + 1}(x) = f_1(x) = \frac{x-1}{x}$$

$$\therefore f_{100}(100) = \frac{100-1}{100} = \frac{99}{100}$$