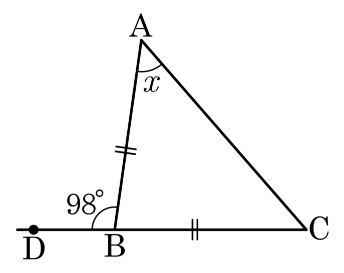
1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{CB}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle ABD = 98°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

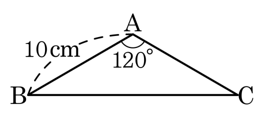


① 45° ② 47° ③ 49° ④ 51° ⑤ 53°

해설

$2 \times \angle x = 98°$
$\therefore \angle x = 49°$

2. 다음 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. 그림을 보고 옳은 것을 모두 고른 것은?



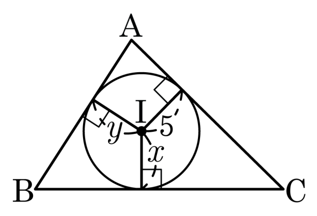
㉠ $\overline{AC} = 10\text{cm}$	㉡ $\angle B = 60°$
㉢ $\angle C = 30°$	

① ㉠　② ㉡　③ ㉢　④ ㉠, ㉢　⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠ $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로 $\overline{AC} = 10\text{cm}$
㉡, ㉢ $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle B = \angle C = 30°$

3. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. x와 y의 길이의 차를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같다.

$\therefore\ x - y = 0$

4. 다음은「두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.」를 보이는 과정이다.

$\angle A$ 의 이등분선과 변 BC 와의 교점을 D 라 하면 $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서 $\angle BAD=$ (가) $\cdots$ ㉠ $\overline{AD}$ 는 공통 $\cdots$ ㉡ $\angle B=$ (나) 이므로 $\angle ADB=$ (다) $\cdots$ ㉢ ㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ ((라) 합동) 이므로 (마) $\therefore \triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

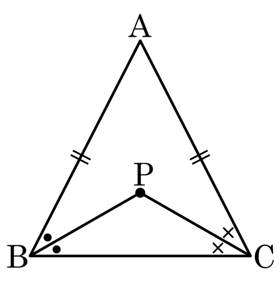
(가) ~ (마) 에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

① (가) $\angle CAD$ ② (나) $\angle C$
③ (다) $\angle ADC$ ④ (라) SAS
⑤ (마) $\overline{AB}=\overline{AC}$

해설

$\angle A$ 의 이등분선과 변 BC 와의 교점을 D 라 하면
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\angle BAD=\angle CAD \cdots$ ㉠
$\overline{AD}$ 는 공통 $\cdots$ ㉡
$\angle B=\angle C$ 이므로
$\angle ADB=\angle ADC \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해
$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (ASA 합동) 이므로
$\overline{AB}=\overline{AC}$
$\therefore \triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

5. 다음은 「$\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC의 두 밑각 ∠B, ∠C의 이등분선의 교점을 P라 하면 △PBC도 이등변삼각형이다.」를 보이는 과정이다.



$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
$\angle ABC = \boxed{\text{(가)}}$
$\angle PBC = \boxed{\text{(나)}}\angle ABC$, $\angle PCB = \boxed{\text{(나)}}\angle ACB$
$\therefore \boxed{\text{(다)}}$
즉, △PBC 의 두 내각의 크기가 같으므로 $\boxed{\text{(라)}}$ 이다.
따라서 $\boxed{\text{(마)}}$ 는 이등변삼각형이다.

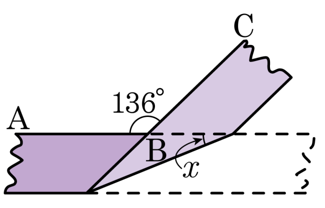
(가) ~ (마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

① (가) ∠ACB　　② (나) 2
③ (다) ∠PBC = ∠PCB　　④ (라) $\overline{PB} = \overline{PC}$
⑤ (마) △PBC

해설

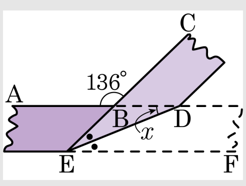
$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
$\angle ABC = (\angle ACB)$
$\angle PBC = (\frac{1}{2})\angle ABC$,
$\angle PCB = (\frac{1}{2})\angle ACB$
$\therefore (\angle PBC = \angle PCB)$
즉, △PBC 의 두 내각의 크기가 같으므로 ($\overline{PB} = \overline{PC}$) 이다.
따라서 (△PBC) 는 이등변삼각형이다.

6. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle ABC = 136^\circ$ 일 때, $\angle x$의 크기는?



① 20°　② 22°　③ 24°　④ 26°　⑤ 28°

해설



$\angle ABE = 180^\circ - 136^\circ = 44^\circ$

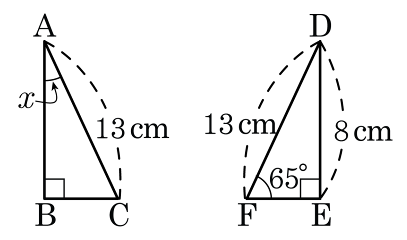
$\angle ABE = \angle BEF = 44^\circ$ (엇각)

$\angle BED = \angle DEF = \frac{1}{2} \times 44^\circ = 22^\circ$ (종이 접은 각)

$\angle BDE = \angle DEF = 22^\circ$ (엇각)

$\therefore \angle x = 22^\circ$

7. 합동인 두 직각삼각형 ABC, DEF가 다음 그림과 같을 때, $\angle x$의 크기는?



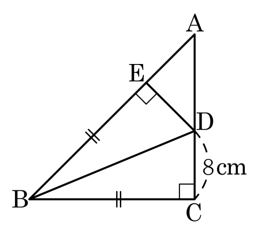
① 65° ② 55° ③ 45° ④ 35° ⑤ 25°

해설

$\triangle$ABC, $\triangle$DEF는 서로 합동이다.

$\therefore \angle x = \angle \mathrm{FDE} = 180° - 90° - 65° = 25°$

8. 그림에서 $\triangle ABC$는 $\angle C = 90°$이고 $\overline{AC} = \overline{BC}$인 직각이등변삼각형이다. $\overline{BC} = \overline{BE}$, $\overline{AB} \perp \overline{DE}$이고 $\overline{CD} = 8\,cm$일 때, $\triangle AED$의 넓이를 구하여라.



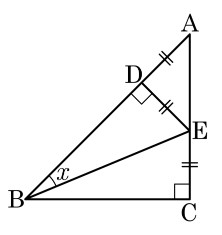
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $32\,cm^2$

해설

$\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로 $\angle BAC = 45°$이다.
따라서 $\triangle AED$도 직각이등변삼각형이다.
$\triangle EDB \equiv \triangle CDB$ (RHS 합동),
$\overline{CD} = \overline{ED}$이므로 $\overline{ED} = \overline{EA}$이다.
그러므로 $\triangle AED$는 밑변 $8\,cm$, 높이 $8\,cm$인 직각이등변삼각형이다.
따라서 넓이는 $\frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32\ (cm^2)$이다.

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{DE} = \overline{EC}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

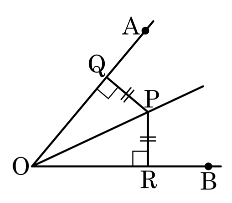


① 22°　② 22.5°　③ 23°　④ 23.5°　⑤ 25°

해설

$\triangle DBE$ 와 $\triangle CBE$ 에 대하여
$\angle BDE = \angle BCE = 90°$, $\overline{DE} = \overline{CE}$,
$\overline{BE}$ 는 공통, $\triangle DBE \equiv \triangle CBE$ (RHS 합동)
$\angle DBE = \angle CBE$ 이고 $\angle DBE + \angle CBE = \angle ABC = 45°$ 이므로
$\therefore \angle x = \angle DBE = 22.5°$

10. 다음 그림과 같이 $\angle AOB$의 내부의 한 점 P에서 두 변 OA, OB에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라 하자. $\overline{PQ} = \overline{PR}$일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{OQ} = \overline{OR}$

② $\angle OPQ = \angle OPR$

③ $\overline{OQ} = \overline{OP}$

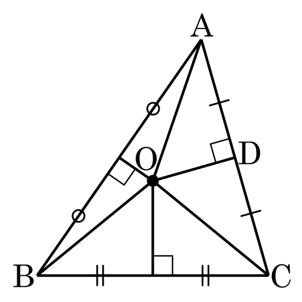
④ $\angle POQ = \angle POR$

⑤ $\triangle OPQ \equiv \triangle OPR$

해설

$\triangle OPR$과 삼각형 $\triangle OPQ$는 직각삼각형이고 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 RHS 합동이다. 따라서 옳지 않은 것은 $\overline{OQ} = \overline{OP}$이다.

11. 다음은 「삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다.」를 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



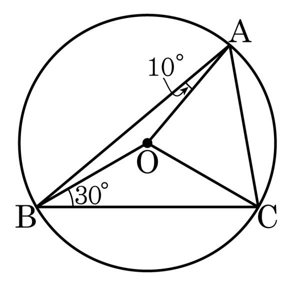
위 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 수직이등분선의 교점을 O 라 하고,
점 O 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하자.
점 O 는 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선 위에 있으므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$ ⋯⋯㉠
또, 점 O 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선 위에 있으므로 $\overline{OB} = \overline{OC}$ ⋯⋯㉡
㉠, ㉡에서 $\overline{OA} = \square$
$\triangle AOD$ 와 $\triangle COD$ 에서 $\angle ADO = \angle CDO = 90°$
$\overline{OA} = \square$
$\overline{OD}$ 는 공통
$\therefore \triangle AOD \equiv \triangle COD$ (RHS 합동)
따라서, $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OD}$ 는 $\overline{AC}$ 의 수직이등분선이 된다.
즉, $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

① $\overline{OC}$ ② $\overline{OD}$ ③ $\overline{OA}$ ④ $\overline{AD}$ ⑤ $\overline{CD}$

해설

$\overline{OA} = \overline{OB}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

12. 그림에서 점 O 는 $\triangle$ABC 의 외심이다. $\angle$OAB $= 10°$, $\angle$OBC $= 30°$ 일 때, $\angle$OAC 의 크기는?

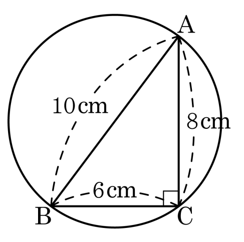


① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

해설

$\angle$OAB $=$ $\angle$OBA, $\angle$OBC $=$ $\angle$OCB,
$\angle$OAC $=$ $\angle$OCA
$\angle$OAB $+$ $\angle$OBC $+$ $\angle$OCA $= 90°$
$\therefore$ $\angle$OAC $= 90° - 40° = 50°$

13. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 10\,cm$, $\overline{BC} = 6\,cm$, $\overline{AC} = 8\,cm$ 이고, $\angle C = 90^\circ$ 이다. 외접원의 넓이는?

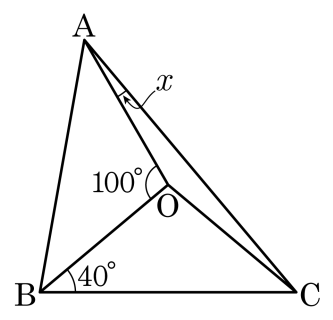


① $22\pi\,cm^2$
② $25\pi\,cm^2$
③ $26\pi\,cm^2$
④ $28\pi\,cm^2$
⑤ $30\pi\,cm^2$

해설

반지름이 $5\,cm$ 이므로 외접원의 넓이는 $25\pi\,cm^2$ 이다.

14. 다음 $\triangle ABC$ 의 외심을 O 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?

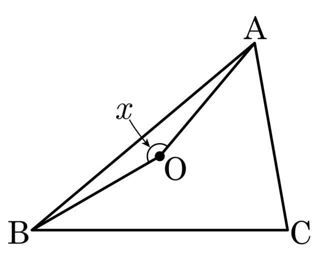


① $10°$ ② $20°$ ③ $30°$ ④ $40°$ ⑤ $50°$

해설

$\triangle AOB$ 에서 $\overline{AO} = \overline{BO}$ 이므로, $\angle OAB = \angle OBA$, $100° + \angle OAB + \angle OBA = 180°$, $\angle OBA = 40°$
$\angle OBC = \angle OCB = 40°$, $\angle x + \angle OBA + \angle OCB = 90°$, $x + 40° + 40° = 90°$, $\therefore \angle x = 10°$.

15. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 4$이고 점 O는 $\triangle ABC$의 외심일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad}$ °

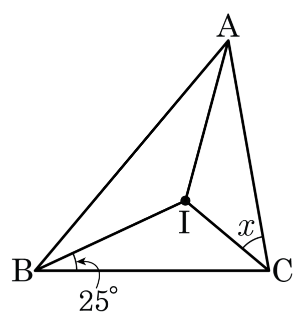
▷ 정답 : 160°

해설

$\angle C = 180° \times \dfrac{4}{2+3+4} = 80°$

$\therefore \angle x = 2\angle C = 160°$

16. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\overline{AC} = \overline{BC}$인 이등변삼각형, 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고. $\angle IBC = 25°$일 때, $\angle x$의 값을 구하여라.



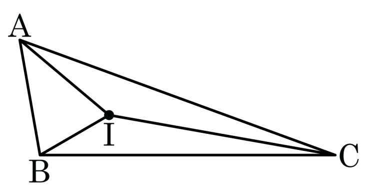
▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 40°

해설

$\triangle ABC$는 $\overline{AC} = \overline{BC}$인 이등변삼각형이므로 $\angle A = \angle B$이고,
점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로 각의 이등분선의 교점이다.
$\therefore \ \angle x = (180° - 25° \times 4) \div 2 = 40°$

17. 다음 그림에서 $\triangle ABC$의 내심을 I라 하고 $\angle AIB : \angle BIC : \angle AIC = 5 : 6 : 7$일 때, $\angle ABC$의 크기는?



① $20°$ ② $40°$ ③ $60°$ ④ $80°$ ⑤ $100°$

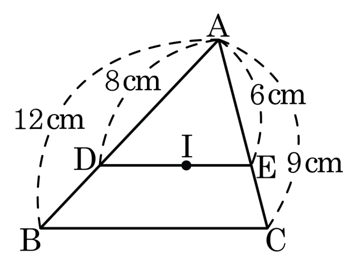
해설

$\angle AIC = 360° \times \dfrac{7}{5+6+7} = 140°$

$\angle AIC = 140° = 90° + \dfrac{1}{2}\angle ABC$

$\therefore \angle ABC = 100°$

18. 다음 그림에서 점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, $\overline{DI}+\overline{IE}$ 를 고르면?

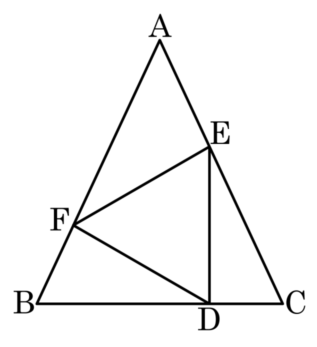


① 6cm ② 7cm ③ 8cm ④ 9cm ⑤ 10cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE}=\overline{DI}+\overline{EI}=\overline{DB}+\overline{EC}$ 이다. 따라서 $x=\overline{DI}+\overline{IE}=\overline{DE}=(12-8)+(9-6)=4+3=7(\mathrm{cm})$ 이다.

19. 다음과 같이 $\angle B = \angle C$ 인 삼각형 ABC 에 정삼각형 DEF 가 내접해 있다. $\angle AFE = 35°$, $\angle BDF = 30°$ 일 때, $\angle DEC$ 의 크기를 구하여라.



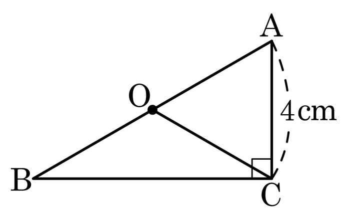
▶ 답 : $\underline{\quad}$ °

▷ 정답 : 25 °

해설

$\angle B = \angle C = \angle a$ 라 하면 삼각형의 두 내각의 크기의 합은 다른 한 각의 외각의 크기와 같으므로
$\triangle BDF$ 에서 $\angle a + 30° = 35° + 60°$ $\quad \therefore \angle a = 65°$
$\triangle CDE$ 에서
$\angle a + \angle DEC = 30° + 60°$, $65° + \angle DEC = 90°$
$\therefore \angle DEC = 25°$

20. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 외심이 점 O일 때, $\overline{AB}+\overline{AC}=12\text{cm}$이면 $\angle ABC$ 의 크기는?

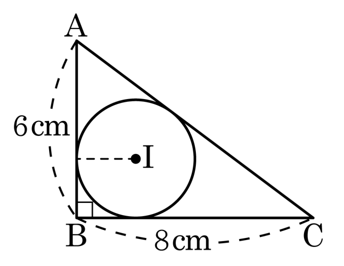


① $10°$　　② $20°$　　③ $30°$　　④ $40°$　　⑤ 알 수 없다.

해설

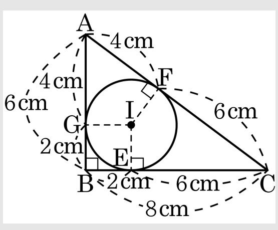
$\overline{OA}+\overline{OB}+\overline{AC}=12\text{cm}$이고
$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이므로 $\overline{OA}=\overline{OC}=\overline{AC}=4\text{cm}$이다.
따라서 $\triangle AOC$는 정삼각형이므로 $\angle OAC=60°$
$\therefore\ \angle ABC=30°$

21. 다음 그림에서 점 I 는 $\overline{AB} = 6cm$, $\overline{BC} = 8cm$, $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 내심이다. 이 삼각형의 내접원의 반지름의 길이가 2cm 일 때, 빗변의 길이는?



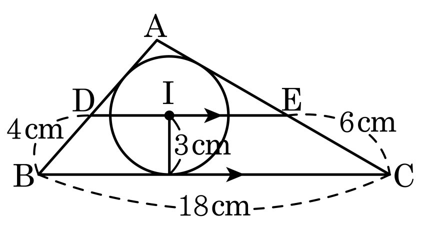
① 9cm ② 10cm ③ 11cm ④ 12cm ⑤ 13cm

해설



점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다. 내심의 반지름이 $2\,\text{cm}$ 이므로 $\overline{BD} = \overline{BE} = 2\,\text{cm}$ 이다.
$\overline{AD} = 4\,\text{cm}, \overline{EC} = 6\,\text{cm}$ 이므로 빗변의 길이 $\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{FC} = 4 + 6 = 10(\,\text{cm})$ 이다.

22. 내접원의 반지름이 3cm 인 $\triangle ABC$ 의 내심 I 를 지나고 변 BC 에 평행한 직선이 변 AB, AC 와 만나는 점을 각각 D, E 라 할 때, □DBCE 의 넓이를 구하여라.



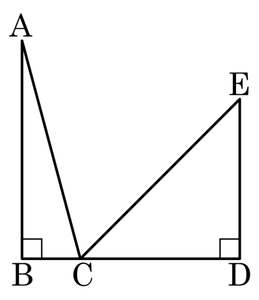
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $42\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{BI}$ 를 그으면 점 I 는 내심이므로 $\angle DBI = \angle IBC$
또한, $\overline{DI} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB$ (엇각) $\quad \therefore \angle DBI = \angle DIB$
같은 방법으로 $\overline{CI}$ 를 그으면 $\angle ECI = \angle EIC$
따라서 $\overline{DB} = \overline{DI} = 4\text{cm}$, $\overline{EI} = \overline{EC} = 6\text{cm}$ 이므로 $\overline{DE} = 10\text{cm}$ 가 된다.
사각형 DBCE 에서 넓이는 $\frac{1}{2} \times (10 + 18) \times 3 = 42(\text{cm}^2)$ 이다.

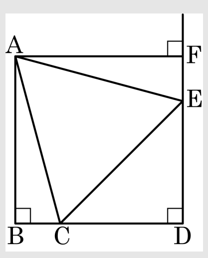
23. 다음 그림과 같이 두 직각삼각형 ABC, CDE 에서 점 B, C, D 는 한 직선 위에 있다. $\angle B = \angle D = 90°$, $\angle ACE = 60°$, $\angle CED = 45°$ 이고, $\overline{AC} = \overline{CE}$, $\overline{AB} = a$, $\overline{CD} = b$ 일 때, 변 BC 의 길이를 a, b 를 사용한 식으로 나타내어라.



▶ 답 :

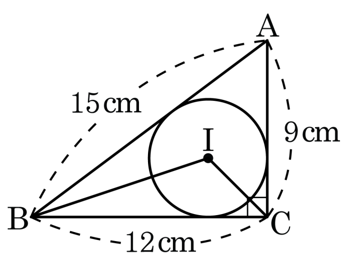
▷ 정답 : $a - b$

해설



위의 그림과 같이 점 A 에서 선분 DE 의 연장선에 내린 수선의 발을 F 라 하자.
$\angle ACE = 60°$ 이고 $\overline{AC} = \overline{CE}$ 이므로
$\triangle ACE$ 는 정삼각형이다.
$\therefore\ \overline{AC} = \overline{CE} = \overline{AE}$
$\angle CED = 45°$ 이므로 $\triangle CED$ 는 직각이등변삼각형이고 $\angle ACB = 75°$, $\angle BAC = \angle FAE = 15°$
$\triangle ABC \equiv \triangle AFE$ (RHA 합동)
$\therefore\ \overline{BD} = \overline{CD} - \overline{DE} = \overline{AB} - \overline{CD} = a - b$

24. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형이다. $\triangle IBC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 18 cm^2

해설

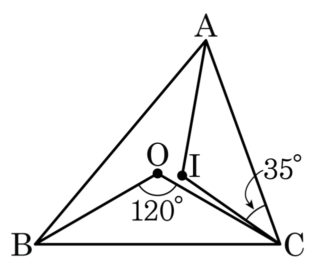
원 I 의 반지름을 r 라 하면

$(12 - r) + (9 - r) = 15$

$2r = 6, r = 3\,(cm)$

$\triangle IBC = \frac{1}{2} \times 12 \times 3 = 18\,(cm^2)$

25. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이다. $\angle BOC = 120°$, $\angle ICA = 35°$ 일 때, $\angle AIC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답： ____°

▷ 정답： 115°

해설

점 O 가 외심이므로 $\angle BAC = 120° \div 2 = 60°$
점 I 가 내심이므로 $\angle IAC = 60° \div 2 = 30°$
$\therefore \angle AIC = 180° - (35° + 30) = 115°$