

1. 다음 보기의 운동 경기 중 구기 종목이 모임을 집합 A 라고 할 때, $n(A)$ 를 구하여라.

보기

농구, 씨름, 양궁, 축구, 육상, 수영, 사이클, 유도, 레슬링, 복싱, 야구

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

구기 종목은 농구, 축구, 야구인 세 종목이다.
따라서 $n(A) = 3$ 이다.

2. 다음 중 옳은 것은?

① $n(\{4\}) = 4$

② $n(\{0\}) = 0$

③ $n(\{\emptyset\}) = 0$

④ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$

⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 이면 $n(A) = 4$

해설

$A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$

$A = \{2, 3, 5, 7\}$ 이다.

따라서 $n(A) = 4$ 이다.

3. $A = \{0, 1\}$ 일 때, 다음 중 집합 A 의 부분집합이 아닌 것은?

- ① $\emptyset$ ② $\{0\}$ ③ $\{1\}$ ④ $\{\emptyset\}$ ⑤ A

해설

$A = \{0, 1\}$ 의 부분집합은 $\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}$

4. $A = \{0, 1, 2\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\{1\} \subset A$

② $\{1, 2, 0\} \subset A$

③ $\{0\} \subset A$

④ $0 \subset A$

⑤ $\{0, 1\} \subset A$

해설

0은 집합 A 의 원소이므로 $\in$ 기호를 이용하여 나타내어야 한다.

5. 다음 중 8의 배수의 집합의 부분집합을 골라라.

- | | |
|--------------|--------------|
| ㉠ 1의 배수의 집합 | ㉡ 13의 배수의 집합 |
| ㉢ 9의 배수의 집합 | ㉣ 16의 배수의 집합 |
| ㉤ 20의 배수의 집합 | |

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

8의 배수의 집합을 원소나열법으로 나타내면 $\{8, 16, 24, \dots\}$ 이다.

따라서 16의 배수의 집합은 8의 배수의 집합이다.

6. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$A = \{1, 2, 4\}$ 이므로 A 의 부분집합의 개수는 원소의 개수만큼 2를 곱한 값과 같다.

따라서 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개) 이다.

7. 집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{1, 4, 7\}$ 에 대하여, $A - B^c$ 의 모든 원소의 총합은?

① 3 ② 8 ③ 12 ④ 15 ⑤ 20

해설

$$A - B^c = A \cap (B^c)^c = A \cap B,$$

$$A \cap B = \{1, 7\}$$

$$\therefore 1 + 7 = 8$$

8. 다음 중 집합인 것은?

- ① 예쁜 어린이들의 모임
- ② 우리 중학교 1학년 1반에서 야구를 잘하는 학생들의 모임
- ③ 4와 10000 사이에 있는 자연수의 모임
- ④ 100에 가까운 수들의 모임
- ⑤ 아주 큰 수들의 모임

해설

집합은 주어진 조건에 대하여 그 대상을 분명히 알 수 있어야 하므로 ③만이 집합이다.

9. 명제 ‘이번 일요일에 체육 대회가 열리지 않으면, 그날 날씨는 맑지 않다.’의 대우는?
- ① 이번 일요일에 체육 대회가 열리면, 그날 날씨는 맑다.
 - ② 이번 일요일에 날씨가 맑지 않으면, 그날 체육 대회는 열리지 않는다.
 - ③ 이번 일요일에 날씨가 맑으면, 그날 체육 대회는 열린다.
 - ④ 이번 일요일에 체육 대회가 열리지 않으면, 그날 날씨는 맑다.
 - ⑤ 이번 일요일에 체육 대회가 열리면, 그날 날씨는 맑지 않다.

해설

명제 $p \rightarrow q$ 의 대우는 $\sim q \rightarrow \sim p$ 이다.

10. 다음 ()안에 알맞은 말을 쓰시오.

이등변삼각형 ABC는 정삼각형이기 위한 ()조건이다.

▶ 답: 조건

▷ 정답: 필요조건

해설

이등변삼각형이 정삼각형을 포함한다.

11. x 가 양의 실수 일 때, $x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}$ 의 최솟값과 그 때의 x 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 > 0, \frac{1}{x^2} > 0$ 이므로

산술평균과 기하평균에 의하여

$$x^2 + 1 + \frac{1}{x^2} \geq 2\sqrt{x^2 \times \frac{1}{x^2}} + 1 \geq 2 + 1 = 3$$

등호는 $x^2 = \frac{1}{x^2}$ 일 때 성립하므로 $x^4 = 1$

따라서 양의 실수 x 는 1이다.

최솟값은 3이고, x 값은 1이다.

12. 실수 x, y 에 대하여 $f(xy) = f(x)f(y)$ 이고 f 가 일대일대응일 때, $f(0)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

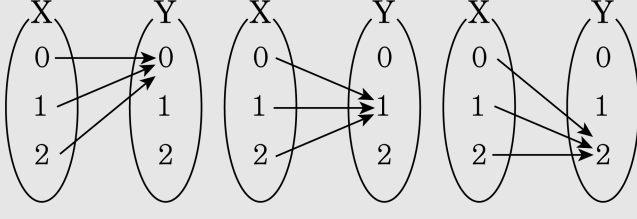
0이 아닌 x 에 대하여 $y = 0$ 을
 $f(xy) = f(x)f(y)$ 에 대입하자.
 $f(0) = f(x)f(0) \Leftrightarrow f(0) - f(0)f(x) = 0$
 $\Leftrightarrow f(0)[1 - f(x)] = 0 \Leftrightarrow f(0) = 0$ 또는 $f(x) = 1$
만일 $f(x) = 1$ 이면
 $f(0) = 1, f(1) = 1, f(2) = 1, \dots$ 이다.
위는 $f(x)$ 가 일대일대응이라는 것과 모순이므로
 $f(x) = 1$ 은 부적당
 $\therefore f(0) = 0$

13. 집합 $A = \{0, 1, 2\}$ 에 대하여 A 에서 A 에로의 함수 중 상수함수의 개수는?

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

해설

상수함수의 개수는 공역의 원소의 개수와 같다.



그러므로 구하는 상수함수의 개수는 3 개이다.

14. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 세 함수 f, g, h 에 대하여 $(h \circ g)(x) = 3x + 4$, $f(x) = x^2$ 일 때, $(h \circ (g \circ f))(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned}(h \circ (g \circ f))(2) &= ((h \circ g) \circ f)(2) \\ &= (h \circ g)(f(2)) \\ &= (h \circ g)(4) \\ &= 3 \times 4 + 4 = 16\end{aligned}$$

15. 일차함수 $f(x)$ 가 $f(1) = -1$, $f^{-1}(3) = 2$ 일 때, $2f^{-1}(1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$f(x) = ax + b$ ($a \neq 0$) 로 놓으면,
 $f(1) = -1$, $f(2) = 3$ 이므로
 $f(1) = a + b = -1$, $f(2) = 2a + b = 3$
 $\therefore a = 4$, $b = -5$
 $\therefore f(x) = 4x - 5$
 $f^{-1}(1) = a$ 로 놓으면 $f(a) = 1$
 $4a - 5 = 1 \quad \therefore a = \frac{3}{2}$
따라서 $f^{-1}(1) = \frac{3}{2}$, $2f^{-1}(1) = 3$

16. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 일대일대응인 세 함수 f, g, h 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은 무엇인가? (단, I 는 항등함수)

보기

- ㉠ $f \circ g = g \circ f$
- ㉡ $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$
- ㉢ $(f \circ g \circ h)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1} \circ h^{-1}$
- ㉤ $f \circ g = I$ 이면 $g = f^{-1}$ 이다.

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉤ ③ ㉢, ㉤
- ④ ㉠, ㉡, ㉤ ⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

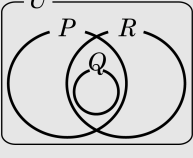
- ㉠ 일반적으로 함수의 합성에서 교환법칙은 성립하지 않는다.
 $\therefore$ 옳지 않다.
- ㉡ 함수의 합성에서 결합법칙은 성립한다.
 $\therefore$ 옳다.
- ㉢ $(f \circ g \circ h)^{-1}$
 $= ((f \circ g) \circ h)^{-1} = h^{-1} \circ (f \circ g)^{-1}$
 $= h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1}$
 $\therefore$ 옳지 않다.
- ㉤ $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = I$ 이므로
 $f \circ g = I$ 에서 $f^{-1} \circ f \circ g = f^{-1} \circ I = f^{-1}$
 $\therefore g = f^{-1} \therefore$ 옳다.

17. 전체집합 U 에서 세 조건 p, q, r 를 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 라고 할 때, $Q \subset (P \cap R)$ 가 성립한다. 이때, 다음 중 항상 참인 명제를 모두 고르면?

- ① $p \rightarrow r$
- ② $\sim p \rightarrow \sim q$
- ③ $r \rightarrow q$
- ④ $q \rightarrow r$
- ⑤ $\sim r \rightarrow p$

해설

세 집합 P, Q, R 에 대하여 $Q \subset (P \cap R)$ 를 만족하도록 벤 다이어그램을 그리면 다음 그림과 같다.



이때, $P^c \subset Q^c, Q \subset R$ 이므로 $\sim p \Rightarrow \sim q, q \Rightarrow r$

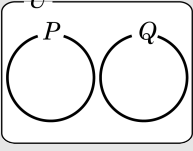
18. 전체집합 U 에서 두 조건 p, q 를 만족시키는 집합을 P, Q 라 하자.
명제 「 $p \rightarrow \sim q$ 」가 참일 때, 다음 중 옳은 것은 ?

- ① $P \cap Q = P$
- ② $P \cap Q = Q$
- ③

 $P - Q = P$
- ④ $P^c \cup Q = U$
- ⑤ $P \cap Q^c = \emptyset$

해설

$\sim q$ 를 만족시키는 집합은 Q^c 이고 $p \rightarrow \sim q$ 가 참이면 $P \subset Q^c$
이므로 벤 다이어그램을 그리면 아래의 그림과 같다.



따라서, $P \cap Q = \emptyset$ 이므로 $P - Q = P$ 이다.

19. 두 명제 $p \rightarrow q$ 와 $\sim r \rightarrow \sim q$ 가 모두 참일 때, 다음 중 ‘반드시 참이다’라고 말할 수 없는 명제는?

① $q \rightarrow r$

② $p \rightarrow r$

③ $\sim p \rightarrow \sim r$

④ $\sim r \rightarrow \sim p$

⑤ $\sim q \rightarrow \sim p$

해설

$p \rightarrow q \leftrightarrow \sim q \rightarrow \sim p$
 $\sim r \rightarrow \sim q \leftrightarrow q \rightarrow r$
 $p \rightarrow q, q \rightarrow r$
이므로

$p \rightarrow r \leftrightarrow r \rightarrow \sim p$

20. $x \geq a$ 가 $-2 \leq x-1 \leq 2$ 이기 위한 필요조건일 때, 상수 a 의 최댓값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$-1 \leq x \leq 3$ 이므로 $a \leq -1$ 이어야 한다.

21. 집합 $X = \{1, 2\}$ 를 정의역으로 하는 두 함수 $f(x) = 2x^2 + x + a$, $g(x) = x^2 + bx + 1$ 에 대하여 $f = g$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

정의역 $X = \{1, 2\}$ 이고 $f = g$ 이므로

$f(1) = g(1)$, $f(2) = g(2)$ 가 성립한다.

$f(1) = g(1)$ 에서 $2 + 1 + a = 1 + b + 1$

$\therefore a - b = -1 \quad \dots \textcircled{㉠}$

$f(2) = g(2)$ 에서 $8 + 2 + a = 4 + 2b + 1$

$\therefore a - 2b = -5 \quad \dots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면 $a = 3$, $b = 4$

$\therefore a + b = 7$

22. $f(x) = \frac{1}{1-x}$ 일 때, $g(f(x)) = x$ 가 되는 함수 $g(x)$ 는?

- ① $1-x$ ② $\frac{1}{1-x}$ ③ $\frac{x}{x-1}$ ④ $\frac{x-1}{x}$ ⑤ $\frac{x-1}{x+1}$

해설

$$f(x) = \frac{1}{1-x} \text{ 일 때}$$

$$g(f(x)) = x \text{ 에서 } f(x) = t \text{ 로 놓으면}$$

$$\frac{1}{1-x} = t \text{ 에서 } (1-x)t = 1, t - xt = 1$$

$$xt = t - 1, x = \frac{t-1}{t} \text{ 이므로 } g(t) = \frac{t-1}{t}$$

$$\therefore g(x) = \frac{x-1}{x}$$

23. 다음을 만족하는 집합 A 의 원소가 될 수 없는 것은?

- ㉠ 모든 원소는 자연수이다.

㉡ $2 \in A, 6 \in A$

㉢ $a + b \in A, a \in A, b \in A$

- ① 4

② 5

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$2 \in A, 6 \in A$ 이므로
 $2 + 2 = 4 \in A, 2 + 6 = 8 \in A$
 $4 + 6 = 10 \in A, 6 + 6 = 12 \in A$

24. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 조건을 만족하는 집합 B 의 개수는?

$B \subset A, \{2, 3\} \subset B, n(B) = 4$

- ① 4개
- ② 6개
- ③ 8개
- ④ 10개
- ⑤ 12개

해설

$A = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$
 $B \subset A, \{2, 3\} \subset B, n(B) = 4$ 이므로
 $B = \{1, 2, 3, 6\}, \{1, 2, 3, 9\}, \{1, 2, 3, 18\},$
 $\{2, 3, 6, 9\}, \{2, 3, 6, 18\}, \{2, 3, 9, 18\}$

25. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$ 이다.

② $A \subset B$ 이면 $A^c \subset B^c$ 이다.

③ $B - A = A^c \cap B$

④ $A \cap \emptyset^c = A$

⑤ $U - \emptyset = A \cap A^c$

해설

② $A \subset B$ 이면 $A^c \supset B^c$ 이다.

④ $A \cap \emptyset^c = A \cap U = A$

⑤ $U - \emptyset = U = A \cup A^c$