

1. 방정식  $x^3 - x = 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $x = -1$

▷ 정답:  $x = 0$

▷ 정답:  $x = 1$

해설

좌변을 인수분해 하면

$$x^3 - x = x(x^2 - 1) = x(x-1)(x+1)$$

$$\therefore x = -1, 0, 1$$

2.  $x^4 - 5x^2 - 14 = 0$ 의 두 허근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하면?

- ① 4      ② -4      ③ 8      ④ -8      ⑤ -16

해설

$$x^4 - 5x^2 - 14 = (x^2 + 2)(x^2 - 7) = 0 \text{ 이므로}$$

두 허근  $\alpha, \beta$ 는

각각  $\sqrt{2}i, -\sqrt{2}i$ 이므로

$$\alpha^2 + \beta^2 = -2 - 2 = -4$$

3. 방정식  $x^3 - x^2 + ax - 1 = 0$ 의 한 근이  $-1$ 일 때, 상수  $a$ 의 값과 나머지 두 근을 구하면?

①  $a = 3, 1 \pm \sqrt{2}$

②  $a = -3, 1 \pm \sqrt{2}$

③  $a = 3, 1 \pm \sqrt{3}$

④  $a = -3, 1 \pm \sqrt{3}$

⑤  $a = -1, 1 \pm \sqrt{2}$

해설

$x = -1$ 이 근이므로  $-1 - 1 - a - 1 = 0$ 에서  $a = -3$

인수정리와 조립제법을 이용하면

$$(\text{좌변}) = (x+1)(x^2 - 2x - 1) = 0$$

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 근은  $1 \pm \sqrt{2}$

$\therefore a = -3$ , 나머지 근은  $1 \pm \sqrt{2}$

4. 다음 방정식의 해가 아닌 것은?

$$(x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12 = 0$$

- ① -3      ② -2      ③ -1      ④ 1      ⑤ 2

해설

$(x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12 = 0$  에서  $x^2 + x = X$  라 하면

$$X^2 - 8X + 12 = 0, (X - 2)(X - 6) = 0$$

$\therefore X = 2$  또는  $X = 6$

(i)  $X = 2$  일 때,  $x^2 + x = 2$  에서

$$x^2 + x - 2 = 0,$$

$$(x - 1)(x + 2) = 0$$

$\therefore x = 1$  또는  $x = -2$

(ii)  $X = 6$  일 때,  $x^2 + x = 6$  에서

$$x^2 + x - 6 = 0,$$

$$(x + 3)(x - 2) = 0$$

$\therefore x = -3$  또는  $x = 2$

(i), (ii) 에서 주어진 방정식의 해는

$x = -3$  또는  $x = -2$  또는  $x = 1$  또는  $x = 2$

따라서, 해가 아닌 것은 ③

5.  $x$ 에 관한 삼차방정식  $x^3 - 3x^2 + 2x + 4 = 0$ 의 세 근을  $\alpha, \beta, \gamma$ 라고 할 때  $(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)$ 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} \alpha + \beta + \gamma &= 3, \quad \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 2, \quad \alpha\beta\gamma = -4 \text{ 이므로} \\ (1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma) &= 1 - (\alpha + \beta + \gamma) + (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) - \alpha\beta\gamma \\ &= 1 - 3 + 2 + 4 = 4 \end{aligned}$$

6. 방정식  $2x^3 - 3x^2 + 6 = 0$ 의 세 근을  $\alpha, \beta, r$ 라 할 때,  $(\sqrt{2} - \alpha)(\sqrt{2} - \beta)(\sqrt{2} - r)$ 의 값은?

- ①  $\sqrt{2}$     ②  $2\sqrt{2}$     ③  $3\sqrt{2}$     ④  $4\sqrt{2}$     ⑤  $5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} & 2x^3 - 3x^2 + 6 = 0 \text{의 세 근이} \\ & \alpha, \beta, r \text{이므로} \\ & 2x^3 - 3x^2 + 6 = 2(x - \alpha)(x - \beta)(x - r) \\ & \text{양변에 } \sqrt{2} \text{를 대입하면} \\ & 4\sqrt{2} - 6 + 6 \\ & = 2(\sqrt{2} - \alpha)(\sqrt{2} - \beta)(\sqrt{2} - r) \\ & \therefore (\sqrt{2} - \alpha)(\sqrt{2} - \beta)(\sqrt{2} - r) = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

7.  $1 - \sqrt{2}i$ 를 근으로 갖고 계수가 실수인 삼차방정식  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ 과 이차방정식  $x^2 + ax + 4 = 0$ 이 공통근을 갖는다. 이 때,  $a + b + c$ 의 값은?

- ① -5      ② -4      ③ -3      ④ -2      ⑤ -1

해설

$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ 의 세근을  $1 - \sqrt{2}i, 1 + \sqrt{2}i, \alpha$ 라 하면근과

계수와의 관계에 의해

$$2 + \alpha = -a, 2\alpha + 3 = b, 3\alpha = -c \quad \dots (가)$$

한편  $x^2 + ax + 4 = 0$ 과의 공통근이  $1 - \sqrt{2}i, 1 + \sqrt{2}i$ 이면 두근의

곱이 3이 되므로 적합하지 않다.

따라서 공통근은  $x$ 이고  $x^2 + ax + 4 = 0$

$$\therefore \alpha = 2 \text{ (가)의 세 식에 각각 } \alpha = 2 \text{ 를 대입하면 } a = -4, b = 7, c = -6$$

$$\therefore a + b + c = -3$$

8. 사차방정식  $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ 의 서로 다른 실근은 모두 몇 개인가?

- ① 0개    ② 1개    ③ 2개    ④ 3개    ⑤ 4개

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 5x^2 + 4 = 0 &\Rightarrow (x^2 - 4)(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow (x + 2)(x - 2)(x + 1)(x - 1) = 0 \\ \therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -2 \text{ 또는 } x = 1 \text{ 또는 } x = -1\end{aligned}$$