

1. 세 집합 A, B, C 에 대하여 다음 중 옳은 것으로만 짹지어 진 것은?

- | |
|---|
| $\textcircled{\text{A}} \quad (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ |
| $\textcircled{\text{B}} \quad A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)$ |
| $\textcircled{\text{C}} \quad A - B = A \cap B^c$ |
| $\textcircled{\text{D}} \quad (A \cup B)^c = A^c \cup B^c$ |

① ②, ④ ② ③, ⑤ ③ ④, ⑤

④ ③, ⑤ ⑤ ④, ⑥

해설

- | |
|---|
| $\textcircled{\text{B}} \quad A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ |
| $\textcircled{\text{D}} \quad (A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ |

2. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A \cap B) = 15$, $n(B) = 37$, $n(U) = 60$ 을 만족할 때 $n(A^c \cap B)$ 의 값은?

- ① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

해설

$$n(A^c \cap B) = n(B \cap A^c) = n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 37 - 15 = 22$$

3. 수영이네 반 학생 중 자장면을 좋아하는 학생은 20명, 짬뽕을 좋아하는 학생은 15명, 자장면만을 좋아하는 학생은 10명이다. 이때, 자장면과 짬뽕을 모두 좋아하는 학생은 몇 명인가?

- ① 6명 ② 8명 ③ 10명 ④ 12명 ⑤ 14명

해설

주어진 문제를 벤 다이어그램을 활용하여 해결할 수 있다. 벤 다이어그램의 각 영역에 해당하는 학생의 수를 기입하면 다음과 같다.



4. 두 조건 $A = \{1, a^3 - 3a\}$, $B = \{a + 2, a^2 - a\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2\}$ 가 되도록 상수 a 의 값을 정할 때, 집합 $A \cup B$ 의 모든 원소의 합은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$A \cap B = \{2\}$ 을 만족하려면 A 에서 $a^2 - a = 2$, $a^2 - a - 2 = 0$, $a = -1$ or 2

$a = -1$ 일 때, $B = \{1, 2\}$ 가 되어 $A \cap B = \{1, 2\} \neq \{2\}$, 조건에 어긋난다.

$\therefore a = 2$ 일 때, $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 4\}$

$\therefore A \cup B = \{1, 2, 4\}$

$\therefore 1 + 2 + 4 = 7$

5. 두 집합 $A = \{1, 2, a^2 + 3\}$, $B = \{3, -3a + 1, a^2 + a + 1\}$ 에 대하여
 $A \cap B = \{1, 4\}$ 일 때, a 의 값을 구하면?

① 3 ② 2 ③ 1 ④ -1 ⑤ 0

해설

두 집합의 교집합에 4가 들어가므로 $a^2 + 3 = 4$ 이다.
즉, a 는 1, -1이 가능한데, 이를 B 에 대입하면 답이 ④가 된다.

6. 다음 중 $A \cap (A - B)^c$ 과 같은 집합은?

- ① A ② B ③ $A \cap B$ ④ $A \cup B$ ⑤ $A - B$

해설

$$\begin{aligned} A \cap (A - B)^c &= A \cap (A \cap B^c)^c \\ &= A \cap (A^c \cup B) \\ &= (A \cap A^c) \cup (A \cap B) \\ &= \emptyset \cup (A \cap B) \\ &= A \cap B \end{aligned}$$

7. 세 집합 $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{3, 4, 8, 9\}$, $C = \{1, 2, 3, 5\}$ 에 대하여
 $(A \cap B) - C$ 는?

- ① {4} ② {2, 4} ③ {4, 8}
④ {2, 8} ⑤ {2, 4, 8}

해설

$(A \cap B) - C = \{4, 8\} - \{1, 2, 3, 5\} = \{4, 8\}$ 이다.

8. 전체집합 $U = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ 의 부분집합 $A = \{2, 6\}, B = \{6, 8, 10\}, C = \{6, 10, 12\}$ 일 때, $(A \cup B) \cap C^c$ 은?

- ① {2} ② {8} ③ {2, 8}
④ {2, 8, 10} ⑤ {2, 10, 12}

해설

$$\begin{aligned}(A \cup B) \cap C^c &= (A \cup B) - C \\&= \{2, 6, 8, 10\} - \{6, 10, 12\} \\&= \{2, 8\} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

9. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



- ① $A \cup B \cup C$ ② $C - (A \cup B)$ ③ $(A \cup C) - B$
④ $(B \cup C) - A$ ⑤ $(A \cap C) - B$

해설



①



②

③

④

⑤

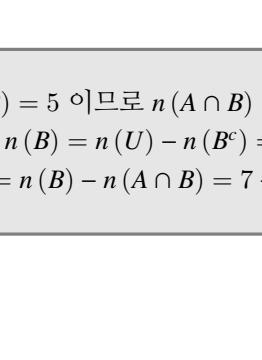
10. 두 집합 $n(A) = 12, n(B) = 14, n(A \cap B) = 8$ 일 때, $n(B - A)$ 는?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 14 - 8 = 6$$

11. $n(U) = 15, n(A - B) = 5, n(A) = 8, n(B^c) = 8$ 일 때, 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합의 원소의 개수는?



- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$n(A) = 8, n(A - B) = 5$ 이므로 $n(A \cap B) = 3$ 이다.
 $n(B^c) = 8$ 이므로 $n(B) = n(U) - n(B^c) = 15 - 8 = 7$ 이다.
따라서 $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 7 - 3 = 4$ 이다.

12. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A \cap B^c) = 5$, $n(A^c \cap B) = 6$, $n(A \cap B) = 7$ 일 때, $n(A \cup B)$ 를 구하면 ?

- ① 5 ② 10 ③ 14 ④ 18 ⑤ 24

해설

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= n(A) - n(A \cap B) + n(B) - n(A \cap B) + n(A \cap B) \\ &= n(A \cap B^c) + n(B \cap A^c) + n(A \cap B) \\ &= 5 + 6 + 7 = 18 \end{aligned}$$

13. 40 명의 학생 중에 장미를 좋아하는 학생이 17 명, 채송화를 좋아하는 학생이 26 명이고, 둘 다 좋아하는 학생이 5 명이다. 장미만 좋아하는 학생 수는?

- ① 10 명 ② 11 명 ③ 12 명 ④ 13 명 ⑤ 14 명

해설

전체 학생을 U , 장미를 좋아하는 학생을 A , 채송화를 좋아하는 학생을 B 라 하면

$$n(A) = 17, n(B) = 26, n(A \cap B) = 5 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 17 - 5 = 12(\text{명}) \text{ 이다.}$$

따라서 장미만 좋아하는 학생은 12 명이다.

14. 50명의 학생을 대상으로 A , B 두 문제를 풀게 하였더니, A 를 푼 학생은 28명, B 를 푼 학생은 29명이었고, 한 문제도 풀지 못한 학생은 2명이었다. 두 문제를 모두 푼 학생의 수는?

- ① 7명 ② 8명 ③ 9명 ④ 10명 ⑤ 11명

해설

$$\begin{aligned}n(U) &= 50, \quad n(A) = 28, \quad n(B) = 29, \\n(A^c \cap B^c) &= n((A \cup B)^c) = 2, \\n(A \cup B) &= 50 - 2 = 48 \\n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 28 + 29 - 48 = 9\end{aligned}$$

15. 30명의 학생에게 A, B 두 문제를 풀게 했더니 A 를 푼 학생은 21명, B 를 푼 학생은 14명이며, A, B 를 모두 못푼 학생은 5명이었다. A, B 를 모두 푸는 학생의 수는?

- ① 5명 ② 10명 ③ 15명 ④ 7명 ⑤ 17명

해설

$$\begin{aligned}n(U) &= 30, n(A) = 21, \\n(B) &= 14, n(A^c \cap B^c) = 5 \text{ 이므로} \\n(A^c \cap B^c) &= n(A \cup B)^c = n\{U - (A \cup B)\} \\&= n(U) - n(A \cup B) = 5 \text{ 따라서} \\n(A \cup B) &= n(U) - 5 = 30 - 5 = 25 \\∴ n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\&= 21 + 14 - 25 = 10 (\text{명})\end{aligned}$$

16. 자연수 N 의 배수의 집합을 A_N 이라 할 때, $(A_4 \cap A_6) \supset A_a$ 을 만족하는 a 의 최솟값을 m , $(A_4 \cup A_6) \subset A_b$ 을 만족하는 b 의 최댓값을 M 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

① -10 ② 28 ③ 14 ④ 10 ⑤ -14

해설

$$(A_4 \cap A_6) \supset A_a \rightarrow m = 12 (\because 4, 6 \text{의 } L.C.M.)$$

$$(A_4 \cup A_6) \subset A_b \rightarrow M = 2 (\because 4, 6 \text{의 } G.C.D.)$$

$$\therefore M - m = -10$$

17. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid x$
는 6의 배수 }, $B = \{x \mid x$ 는 8의 배수 } 라 할 때, 집합 $A - B^c$ 의 원소의
개수는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$\begin{aligned}n(A) &= n(A_6) = 16 \\n(B) &= n(A_8) = 12 \\n(A - B^c) &= n(A \cap B) \\&= n(A_6 \cap A_8) \\&= n(A_{24}) = 4\end{aligned}$$

18. 100 이하의 자연수의 부분집합 중 자연수 k 의 배수의 집합을 A_k 라고 할 때, $n(A_2 \cap (A_3 \cup A_9))$ 의 값은?

- ① 5 ② 11 ③ 16 ④ 22 ⑤ 33

해설

$$A_2 \cap (A_3 \cup A_9) = A_2 \cap A_3 = A_6$$
$$n(A_6) = 16$$

19. 자연수 k 의 양의 약수의 집합을 A_k 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $A_8 \subset A_{16}$
- ② $A_4 \cup A_{12} = A_{12}$
- ③ $m, n \mid$ 서로소이면 $A_m \cap A_n = \emptyset$
- ④ $m = kn(k\text{는 자연수})$ 일 때, $A_m \cap A_n = A_n$
- ⑤ $m, n \mid$ 최대공약수가 q 일 때, $A_m \cap A_n = A_q$

해설

- ③ 모든 자연수의 양의 약수에는 반드시 1이 포함되므로 m, n 이 서로소인 경우에 $A_m \cap A_n = \{1\}$
- ⑤ m, n 의 공약수는 최대공약수 q 의 약수이므로 $A_m \cap A_n = A_q$

20. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A * B = (A \cup B)^c$ 으로 정의할 때, 다음 중 $(B * A) * B$ 와 항상 같은 것은?

- ① A ② B ③ $\textcolor{red}{A - B}$ ④ $B - A$ ⑤ A^c

해설

$$\begin{aligned}(B * A) * B &= ((B \cup A)^c \cup B)^c = (B \cup A) \cap B^c \\ &= (A \cup B) - B = A - B\end{aligned}$$

21. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A * B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$
라고 정의할 때, 항상 성립한다고 할 수 없는 것은?

- ① $A * B = B * A$ ② $A * \phi = A^c$
③ $\textcircled{3} A * U = U$ ④ $A * A^c = \phi$
⑤ $A * B = A^c * B^c$

해설

$$\begin{aligned} ③ A * U &= (A \cap U) \cup (A \cup U)^c \\ &= A \cup U^c = A \cup \phi = A \end{aligned}$$

22. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \Delta B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$ 라고 정의할 때, 다음 중 항상 성립한다고 할 수 없는 것은?(단, $U \neq \emptyset$)

- ① $A \Delta U = U$ ② $A \Delta B = B \Delta A$ ③ $A \Delta \emptyset = A^c$
④ $A \Delta B = A^c \Delta B^c$ ⑤ $A \Delta A^c = \emptyset$

해설

$$A \Delta B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c \text{ 에 } \parallel \text{ 따라 } A \Delta U = A$$

23. 전체 집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A * B = (A \cap B^c) \cup A^c$ 로 나타내기로 할 때, 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것을 고르면? (단, $A \neq \emptyset, B \neq \emptyset$)

- ① $A * A = A^c$ ② $A * B = B * A$ ③ $A * U = A^c$
④ $A * \emptyset = U$ ⑤ $A * A^c = \emptyset$

해설

$$A * B = (A \cap B^c) \cup A^c = (A \cup A^c) \cap (B^c \cup A^c) = U \cap (A \cap B)^c = (A \cap B)^c$$

즉, $A * B = (A \cap B)^c$ 를 나타낸다. 이에 따라 각각 연산을 해보면

- ① $A * A = (A \cap A)^c = A^c$
② $A * B = (A \cap B)^c = (B \cap A)^c = B * A$
③ $A * U = (A \cap U)^c = A^c$
④ $A * \emptyset = (A \cap \emptyset)^c = \emptyset^c = U$
⑤ $A * A^c = (A \cap A^c)^c = \emptyset^c = U$

\therefore ⑤가 옳지 않다.

24. 다음 그림에서 세 집합 $A = \{a, c, d, e\}$, $B = \{b, c, e\}$, $C = \{a, c, f\}$ 일 때, 색칠한 부분의 집합은?



- ① $\{a\}$ ② $\{a, b\}$ ③ $\textcircled{③} \{a, c, e\}$
④ $\{a, c, d, e\}$ ⑤ $\{a, c, d, e, f\}$



따라서 색칠한 부분을 나타내는 집합은 $\{a, c, e\}$ 이다.

25. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$ 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $A \Delta \emptyset = A$ ② $A \Delta U = A^c$ ③ $\emptyset \Delta U = \emptyset$

- ④ $A \Delta A = \emptyset$ ⑤ $A \Delta A^c = U$

해설

- ① $A \Delta \emptyset = A \cup \emptyset = A$
② $A \Delta U = \emptyset \cup A^c = A^c$
③ $\emptyset \Delta U = \emptyset \cup U = U$
④ $A \Delta A = \emptyset \cup \emptyset = \emptyset$
⑤ $A \Delta A^c = A \cup A^c = U$

27. 두 집합 A, B 에 대하여 연산 Δ 를 $A\Delta B = (A-B) \cup (B-A)$ 로 정의한다.
 $A = \{1, 2, 3, 4\}, A\Delta B = \{2, 3, 5, 8\}$ 이라고 할 때, 집합 B 의 원소의 합을 구하면?

① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 20

해설

$A\Delta B$ 는 $(A \cup B) - (A \cap B)$ 이므로
 A 의 1, 4는 $A \cap B$ 의 원소들이다.
또한 5, 8은 B 의 원소들임을 알 수 있다.
 $\therefore B = \{1, 4, 5, 8\}$
 $\therefore 1 + 4 + 5 + 8 = 18$

28. 등식 $(A - B) - C = A - (B \cup C)$ 를 증명하는 데 꼭 필요한 것을 다음 중에서 모두 고르면?

① 교환법칙	② 결합법칙
③ 분배법칙	④ 흡수법칙
⑤ 드 모르간의 법칙	⑥ $X - Y = X \cap Y^c$

① ④ ⑤ ⑥

② ③ ⑦ ⑧

③ ④ ⑤ ⑥

해설

$$(A - B) - C = (A \cap B^c) - C \cdots \textcircled{6}$$

$$= (A \cap B^c) \cap C^c \cdots \textcircled{6}$$

$$= A \cap (B^c \cap C^c) \cdots \textcircled{5}$$

$$= A \cap (B \cup C)^c \cdots \textcircled{5}$$

$$= A - (B \cup C) \cdots \textcircled{5}$$

따라서 ④, ⑤, ⑥이다.

29. 자연수 n 의 양의 배수의 집합을 A_n 이라 할 때, 다음 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, m, n 은 자연수)

보기

- Ⓐ $A_5 \cap A_7 = \emptyset$
- Ⓑ $A_4 \cup A_6 = A_4$
- Ⓒ $m, n \in \mathbb{N}$ 서로소이면 $A_m \cap A_n = A_{mn}$
- Ⓓ $m = kn$ (k 는 양의 정수) 이면 $A_m \subset A_n$

해설

- Ⓐ $A_5 \cap A_7 = A_{35}$
- Ⓑ $A_4 = \{4, 8, 12, 16, \dots\}$
 $A_6 = \{6, 12, 18, 24, \dots\}$ 이므로
 $A_4 \cup A_6 = \{4, 6, 8, 12, 16, \dots\} \neq A_4$
- Ⓒ $A_m = \{m, 2m, \dots, nm, (n+1)m, \dots\}$
 $A_n = \{n, 2n, \dots, mn, (m+1)n, \dots\}$
 $m, n \in \mathbb{N}$ 서로소이면 $A_m \cap A_n = A_{mn}$
- Ⓓ $A_m = A_{kn} = \{kn, 2kn, 3kn, \dots\}$
 $A_n = \{n, 2n, 3n, 4n, \dots\}$ 이므로
 $A_m \subset A_n$

30. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 연산 \star 를 $A \star B = (A - B^c) \cup (B^c - A)$ 로 정의할 때, $(A \star B) \star A$ 와 같은 집합은?

- ① A ② B ③ $A \cap B$ ④ $A \cup B$ ⑤ $A - B$

해설

$$\begin{aligned} A \star B &= (A - B^c) \cup (B^c - A) \\ &= (A \cap B) \cup (B^c \cap A^c) \text{ 이므로} \\ (A \star B) \star A &= [(A \cap B) \cup (B^c \cap A^c)] - A^c \\ &\cup [A^c - \{(A \cap B) \cup (B^c \cap A^c)\}] \\ &= [(A \cap B) \cup (A \cup B)^c] \cap A \\ &\cup [A^c \cap \{(A \cap B)^c \cap (A \cup B)\}] \\ &= [(A \cap B) \cap A] \cup \{A \cap (A \cup B)^c\} \\ &\cup [\{A^c \cap (A \cap B)^c\} \cap (A \cup B)] \\ &= [(A \cap B) \cup \{A \cap A^c \cap B^c\}] \cup [\{A \cup (A \cap B)\}^c \cap (A \cup B)] \\ &= (A \cap B) \cup \{A^c \cap (A \cup B)\} \\ &= (A \cap B) \cup \{(A^c \cap A) \cup (A^c \cap B)\} \\ &= (A \cap B) \cup (A^c \cap B) = (A \cup A^c) \cap B = B \end{aligned}$$

31. 다음 그림에서 색칠한 부분의 집합을 나타낸 것은?



- ① $(A \cap B) - C$ ② $(A \cap C) - B$ ③ $(A \cup B) - C$
④ $(A \cup C) - B$ ⑤ $(B \cup C) - A$

해설



색칠한 부분을 집합으로 나타내면 $(A \cup C) - B$ 이다.

32. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \Delta B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$ 를 만족할 때, 다음 중 $(A \Delta B) \Delta A$ 와 같은 것은 ?

- ① A ② B ③ $A \cup B$
④ $A \cap B$ ⑤ $A \cap B^c$

해설

$$A \Delta B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$$

$$\therefore (A \Delta B) \Delta A = [(A \Delta B) - A] \cup [A - (A \Delta B)]$$

벤 다이어그램으로 설명하면 다음과 같다.

$$(A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = (A \cap B^c)$$

$$[(A \Delta B) - A] \cup [A - (A \Delta B)] = B$$

33. 두 집합 A , B 에 대하여 $n(A) = 20$, $n(B) = 16$, $n(A \cup B) = 29$ 일 때,
 $n(A - B) - n(B - A)$ 는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 20 + 16 - 29 = 7$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 20 - 7 = 13$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 16 - 7 = 9$$

$$\therefore n(A - B) - n(B - A) = 13 - 9 = 4$$

34. 어느 반 학생들 중 형이 있는 학생은 25 명, 동생이 있는 학생은 18 명, 형과 동생이 모두 있는 학생은 14 명, 형과 동생이 모두 없는 학생은 2 명이다. 형이 없거나 동생이 있는 학생은 몇 명인가?

- ① 18 명 ② 19 명 ③ 20 명 ④ 21 명 ⑤ 22 명

해설

$$n(A) = 25, n(B) = 18, n(A \cap B) = 14, n((A \cup B)^c) = 2 \text{ 이다.}$$

$$n(A^c \cup B) = n(B) + n((A \cup B)^c) = 18 + 2 = 20 \text{ 이다.}$$

- ⑦ $A \star B = B \star A$
- ⑧ $(A \star B) \star C = A \star (B \star C)$
- ⑨ $A^c \star B^c = A \star B$

1

- ④ \sqcup , \sqsubset , \sqsupset , \sqcap

⑤ \neg

해설

⑦ $A \star B = (A - B) \cup (B - A)$
 $B \star A = (B - A) \cup (A - B)$
 $\therefore A \star B = B \star A$

⑧ 연산 \star 은 두 집합의 합

$$\text{Figure 10: Four Venn diagrams illustrating the distributive property of the star operation over intersection. The first diagram shows } A \star B \text{ as the union of three regions: } A \cap C, A \cap B \cap C, \text{ and } B \cap C. \text{ The second diagram shows } (A \star B) \star C \text{ as the union of six regions: } A \cap C, A \cap B \cap C, B \cap C, A \cap B^c \cap C, A \cap B \cap C^c, \text{ and } B \cap C^c. \text{ The third diagram shows } B \star C \text{ as the union of three regions: } B \cap C, B \cap C^c, \text{ and } C \cap C^c. \text{ The fourth diagram shows } A \star (B \star C) \text{ as the union of six regions: } A \cap C, A \cap B \cap C, B \cap C, A \cap B^c \cap C, A \cap B \cap C^c, \text{ and } B \cap C^c.$$