**1.** $\sum_{k=1}^{10} k^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3025

해설

$$\sum_{k=1}^{10} k^3 = \frac{10 \cdot 11}{2} \cdot \frac{10 \cdot 11}{2} = 3025$$

**2.** $4^3+5^3+6^3+\cdots+10^3$ 의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 2989

해설

$4^3+5^3+6^3+\cdots+10^3=\sum_{k=1}^{10}k^3-\sum_{k=1}^{3}k^3$

$=\left(\frac{10\cdot 11}{2}\right)^2-\left(\frac{3\cdot 4}{2}\right)^2$

$=3025-36=2989$

**3.** $\sum_{k=1}^{10} a_k = 5$, $\sum_{k=1}^{10} a_k^2 = 20$일 때, $\sum_{k=1}^{10}(a_k+1)^3 - \sum_{k=1}^{10}(a_k-1)^3$의 값은?

① 110 ② 120 ③ 122 ④ 132 ⑤ 140

**해설**

$$\sum_{k=1}^{10}(a_k+1)^3 - \sum_{k=1}^{10}(a_k-1)^3$$
$$= \sum_{k=1}^{10}(a_k^3+3a_k^2+3a_k+1) - \sum_{k=1}^{10}(a_k^3-3a_k^2+3a_k-1)$$
$$= \sum_{k=1}^{10}(6a_k^2+2) = 6\sum_{k=1}^{10} a_k^2 + \sum_{k=1}^{10} 2$$
$$= 6 \times 20 + 2 \times 10 = 140$$

**4.** 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$에 대하여 $a_n = \frac{n}{3}$, $b_n = 2^n$일 때, $\sum_{k=1}^{5}(a_k + b_k)$의 값은?

① 61 ② 63 ③ 65 ④ 67 ⑤ 69

해설

$$\sum_{k=1}^{5}(a_k + b_k) = \sum_{k=1}^{5} a_k + \sum_{k=1}^{5} b_k = \sum_{k=1}^{5} \frac{k}{3} + \sum_{k=1}^{5} 2^k$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{5 \cdot 6}{2} + \frac{2(2^5 - 1)}{2 - 1} = 67$$

**5.** $\sum_{k=1}^{10} a_k = 3$, $\sum_{k=1}^{10} b_k = 5$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10}(a_k + 2b_k - 1)$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\sum_{k=1}^{10}(a_k + 2b_k - 1) = \sum_{k=1}^{10} a_k + \sum_{k=1}^{10} 2b_k - \sum_{k=1}^{10} 1$$
$$= \sum_{k=1}^{10} a_k + 2\sum_{k=1}^{10} b_k - \sum_{k=1}^{10} 1$$
$$= 3 + 2 \times 5 - 10 = 3$$

**6.** 수열 $\{a_n\}$이 $a_1 = 1,\ a_{10} = 30$을 만족할 때 $\sum_{k=1}^{9} a_{k+1} - \sum_{k=2}^{10} a_{k-1}$의 값은?

① 26　② 27　③ 28　④ 29　⑤ 30

**해설**

$\sum_{k=1}^{9} a_{k+1} - \sum_{k=2}^{10} a_{k-1}$

$= (a_2 + a_3 + \cdots + a_9 + a_{10}) -$

$(a_1 + a_2 + \cdots + a_9)$

$= -a_1 + a_{10} = -1 + 30 = 29$

**7.** $\sum_{j=1}^{10}\left\{\sum_{i=1}^{j}(3+i)\right\}$ 의 값은?

① 385 ② 550 ③ 1100 ④ 1150 ⑤ 1200

해설

$$\sum_{j=1}^{10}\left\{\sum_{i=1}^{j}(3+i)\right\}$$
$$=\sum_{j=1}^{10}\left\{3j+\frac{j(j+1)}{2}\right\}$$
$$=\sum_{j=1}^{10}\left(\frac{j^2+7i}{2}\right)$$
$$=\frac{1}{2}\left(\sum_{j=1}^{10}j^2+7\sum_{j=1}^{10}j\right)$$
$$=\frac{1}{2}\left(\frac{10\cdot 11\cdot 21}{6}+7\times\frac{10\cdot 11}{2}\right)$$
$$=\frac{1}{2}(385+385)=385$$

**8.** $\sum_{l=1}^{10}\left\{\sum_{k=1}^{5}(k+l)\right\}$ 의 값은?

① 400　② 425　③ 450　④ 475　⑤ 500

해설

$\sum_{l=1}^{5}(k+l)=\sum_{k=1}^{5}k+\sum_{k=1}^{5}l=\sum_{k=1}^{5}k+5l$

$\therefore$ (준 식) $=\sum_{l=1}^{10}(5l+15)=5\sum_{l=1}^{10}l+150$

$=5\times55+150=425$

**9.** $\sum_{k=1}^{n} a_k = 10n$, $\sum_{k=1}^{n} b_k = 5n$ 일 때, $\sum_{n=1}^{10} \left\{\sum_{k=1}^{n}(2a_k - 3b_k + 5)\right\}$ 의 값은?

① 250 ② 300 ③ 450 ④ 550 ⑤ 650

해설

$$\sum_{n=1}^{10} \left\{2\sum_{k=1}^{n} a_k - 3\sum_{k=1}^{n} b_k + \sum_{k=1}^{n} 5\right\}$$
$$= \sum_{n=1}^{10}(2 \cdot 10n - 3 \cdot 5n + 5n)$$
$$= \sum_{n=1}^{10}(20n - 15n + 5n)$$
$$= \sum_{n=1}^{10} 10n = 10 \cdot \frac{10 \cdot 11}{2}$$
$$= 550$$

**10.** $\sum_{j=1}^{10}\left\{\sum_{i=1}^{j}(3+i)\right\}$ 의 값은?

① 385 ② 550 ③ 1100 ④ 1150 ⑤ 1200

해설

$$\sum_{j=1}^{10}\left\{\sum_{i=1}^{j}(3+i)\right\}$$
$$=\sum_{j=1}^{10}\left\{3j+\frac{j(j+1)}{2}\right\}$$
$$=\sum_{j=1}^{10}\left(\frac{j^2+7j}{2}\right)$$
$$=\frac{1}{2}\left(\sum_{j=1}^{10}j^2+7\cdot\sum_{j=1}^{10}j\right)$$
$$=\frac{1}{2}\left(\frac{10\cdot 11\cdot 12}{6}+7\times\frac{10\cdot 11}{2}\right)$$
$$=\frac{1}{2}(385+385)$$
$$=385$$

**11.** 다음 수열의 합을 $\sum$ 기호를 써서 나타내면?

| |
|---|
| $3+6+12+\cdots+3\cdot 2^{n-1}$ |

① $\sum_{k=1}^{n} 3\cdot 2^{k-1}$ ② $\sum_{k=1}^{n-1} 3\cdot 2^{k-1}$ ③ $\sum_{k=1}^{n} 3\cdot 2^{k}$

④ $\sum_{k=1}^{n-1} 3\cdot 2^{k}$ ⑤ $\sum_{k=1}^{n} 3\cdot 2^{k+1}$

**해설**

제 $k$항은 $3\cdot 2^{k-1}$, 항 수는 $n$이므로

$3+6+9+\cdots+3\cdot 2^{n-1}=\sum_{k=1}^{n} 3\cdot 2^{k-1}$

**12.** $\sum_{k=1}^{10} \log \dfrac{k+2}{k}$ 의 값은?

① $\log 45$ ② $\log 50$ ③ $\log 55$ ④ $\log 60$ ⑤ $\log 66$

해설

$$\sum_{k=1}^{10} \log \frac{k+2}{k}$$

$$= \log \frac{3}{1} + \log \frac{4}{2} + \log \frac{5}{3} + \cdots + \log \frac{11}{9} + \log \frac{12}{10}$$

$$= \log \left( \frac{3}{1} \cdot \frac{4}{2} \cdot \frac{5}{3} \cdots \frac{11}{9} \cdot \frac{12}{10} \right)$$

$$= \log \frac{11 \cdot 12}{1 \cdot 2} = \log 66$$

**13.** $\sum_{l=1}^{n}\left(\sum_{k=1}^{l} 12k\right) = 1008$을 만족시키는 $n$의 값은?

① 5　　② 6　　③ 7　　④ 8　　⑤ 9

해설

$\sum_{l=1}^{n}\left(\sum_{k=1}^{l} 12k\right)$

$= \sum_{l=1}^{n} 12 \cdot \left\{\frac{l(l+1)}{2}\right\} = 6\left(\sum_{l=1}^{n} l^2 + \sum_{l=1}^{n} l\right)$

$= 6\left\{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2}\right\}$

$= n(n+1)(2n+4) = 2n(n+1)(n+2)$

즉, $2n(n+1)(n+2) = 1008$이므로

$n(n+1)(2n+4) = 7 \cdot 8 \cdot 9 = 504$

$\therefore\ n = 7$

**14.** 다음을 계산하여라.

$$1 \cdot 1 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 7 + \cdots + 10 \cdot 28$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1045

해설

$1 \cdot 1 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 7 + \cdots + 10 \cdot 28$

$= \sum_{k=1}^{10} k \cdot (3k - 2)$

$= \sum_{k=1}^{10} (3k^2 - 2k)$

$= 3 \sum_{k=1}^{10} k^2 - 2 \sum_{k=1}^{10} k$

$= 3 \cdot \dfrac{10 \cdot 11 \cdot 21}{6} - 2 \cdot \dfrac{10 \cdot 11}{2}$

$= 1155 - 110$

$= 1045$

**15.** 수열 $1\cdot2\cdot4,\ 2\cdot4\cdot8,\ 3\cdot6\cdot12,\ 4\cdot8\cdot16, \cdots$ 의 제 10항까지의 합은?

① 400 ② 1100 ③ 12100

④ 24200 ⑤ 48400

해설

$a_k = k\cdot 2k\cdot 4k = 8k^3$ 이므로

$S_{10} = \sum_{k=1}^{10} 8k^3 = 8\cdot\left(\frac{10\cdot 11}{2}\right)^2 = 2\cdot 10^2\cdot 11^2 = 24200$

**16.** $n$개의 수 $1\cdot 2n,\ 2\cdot(2n-1),\ 3\cdot(2n-2),\cdots,\ n(n+1)$의 합은?

① $\dfrac{n^2(n+1)}{2}$ ② $\dfrac{n(n+1)^2}{2}$

③ $\dfrac{(n+1)(2n+1)}{6}$ ④ $\dfrac{(n+1)(2n+1)}{3}$

⑤ $n(n+1)(2n+1)$

해설

주어진 수열의 제 $k$항은

$k\left\{2n-(k-1)\right\}=k(2n-k+1)$

$=-k^2+(2n+1)k$

이므로 구하는 합은

$\sum_{k=1}^{n} k\left\{2n-(k-1)\right\}$

$=-\sum_{k=1}^{n} k^2+(2n+1)\sum_{k=1}^{n} k$

$=-\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}+(2n+1)\times\dfrac{n(n+1)}{2}$

$=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{3}$

**17.** 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $3+9+\cdots+3^{n-1}=\sum_{k=1}^{n-1}3^{k-1}$

㉡ $1\cdot n+2\cdot(n-1)+3\cdot(n-2)+\cdots+n\cdot 1=\sum_{k=1}^{n}k(n-k)$

㉢ $1\cdot 1+2\cdot 2+3\cdot 2^2+4\cdot 2^3+\cdots+10\cdot 2^9=\sum_{k=1}^{10}k\cdot 2^{k-1}$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠. $3+9+\cdots+3^{n-1}=\sum_{k=1}^{n-1}3^{k}$(거짓)

㉡. $1\cdot n+2\cdot(n-1)+3\cdot(n-2)+\cdots+n\cdot 1=\sum_{k=1}^{n}k(n-k+1)$(거짓)

㉢. 주어진 수열의 일반항은 $n\cdot 2^{n-1}$ 이므로

$1\cdot 1+2\cdot 2+3\cdot 2^2+4\cdot 2^3+\cdots+10\cdot 2^9=\sum_{k=1}^{10}k\cdot 2^{k-1}$(참)

**18.** 1에서 10까지의 자연수 중에서 서로 다른 두 자연수의 곱을 모두 더한 값을 $S$ 라 할 때, $\frac{S}{10}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 132

해설

$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$ 이므로
1에서 10까지의 자연수 중에서 서로 다른 두 자연수의 곱을 모두 더한 값을 $S$ 라 하면

$(1+2+3+\cdots+10)^2 = (1^2+2^2+\cdots+10^2)+2S$

$$2S = \left(\frac{10\cdot 11}{2}\right)^2 - \frac{10\cdot 11\cdot 21}{6} = 2640$$

$\therefore S = 1320$

$$\therefore \frac{S}{10} = 132$$

**19.** 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제$n$항까지의 합 $S_n$이 $S_n = n^2 + 2n$일 때, $\sum_{k=1}^{5} ka_k$의 값은?

① 110 ② 125 ③ 145 ④ 160 ⑤ 180

해설

$S_n = n^2 + 2n$이므로

$n \geq 2$일 때,

$a_n = S_n - S_{n-1}$

$= (n^2 + 2n) - \{(n-1)^2 + 2(n-1)\}$

$= 2n + 1(n = 2,\ 3,\ 4, \cdots)$

$n = 1$ 일 때,

$a_1 = S_1 = 1^2 + 2 \cdot 1 = 3$

따라서

$a_n = 2n + 1(n = 1,\ 2,\ 3, \cdots)$이므로

$\sum_{k=1}^{5} ka_k = \sum_{k=1}^{5} k(2k+1)$

$= \sum_{k=1}^{5}(2k^2 + k) = 2\sum_{k=1}^{5} k^2 + \sum_{k=1}^{5} k$

$= 2 \cdot \frac{5 \cdot 6 \cdot 11}{6} + \frac{5 \cdot 6}{2} = 125$

**20.** $\sum_{k=1}^{n} a_k = 2n^2 - n$ 일 때, $\sum_{k=1}^{5}(2k+1)a_k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 395

해설

$a_n = \sum_{k=1}^{n} a_k - \sum_{k=1}^{n-1} a_k$
$= (2n^2 - n) - \left\{2(n-1)^2 - (n-1)\right\}$
$= 4n - 3(n = 2,\ 3,\ 4,\ \cdots)$
$n = 1$ 일 때, $a_1 = 2 \cdot 1^2 - 1 = 1$
따라서 $a_n = 4n - 3(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ 이므로
$\sum_{k=1}^{5}(2k+2)a_k = \sum_{k=1}^{5}(2k+1)(4k-3)$
$= \sum_{k=1}^{5}(8k^2 - 2k - 3)$
$= 8 \cdot \dfrac{5 \cdot 6 \cdot 11}{6} - 2 \cdot \dfrac{5 \cdot 6}{2} - 3 \cdot 5$
$= 440 - 30 - 15 = 395$

**21.** 수열 $\{a_n\}$이 $\sum_{k=1}^{n} a_{2k-1} = n^2$, $\sum_{k=1}^{n} a_{2k} = 2^n$을 만족할 때, $a_9 + a_{10}$의 값은?

① 20 ② 22 ③ 25 ④ 27 ⑤ 30

해설

$n \geq 2$일 때,

$a_{2n-1} = \sum_{k=1}^{n} a_{2k-1} - \sum_{k=1}^{n-1} a_{2k-1} = n^2 - (n-1)^2 = 2n - 1$

$\therefore\ a_9 = 2 \cdot 5 - 1 = 9$

$a_{2n} = \sum_{k=1}^{n} a_{2k} - \sum_{k=1}^{n-1} a_{2k} = 2^n - 2^{n-1} = 2^{n-1}$

$\therefore\ a_{10} = 2^{5-1} = 16$

$\therefore\ a_9 + a_{10} = 25$

**22.** 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{n} a_k = n^2 + n$일 때, $\sum_{k=1}^{n} a_{2k-1}$을 $n$에 대한 식으로 나타내면?

① $n^2 + 1$ ② $n^2 + 3n$ ③ $2n^2$

④ $2n^2 + n$ ⑤ $3n^2 - 1$

**해설**

$\sum_{k=1}^{n} a_k = n^2 + n$이므로

$n \geq 2$일 때,

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= n^2 + n - \left\{(n-1)^2 + (n-1)\right\} \\ &= 2n \cdots\cdots ㉠ \end{aligned}$$

$n = 1$일 때, $a_1 = S_1 = 2$

이것은 ㉠에 $n = 1$을 대입하여 얻은 값과 같으므로 수열 $\{a_n\}$의 일반항은

$a_n = 2n$

$\therefore a_{2k-1} = 2(2k-1) = 4k - 2$

$$\begin{aligned} \therefore \sum_{k=1}^{n} a_{2k-1} &= \sum_{k=1}^{n} (4k-2) \\ &= 4 \cdot \frac{n(n+1)}{2} - 2n \\ &= 2n^2 \end{aligned}$$

**23.** $\sum_{k=1}^{10}\left\{\sum_{m=1}^{n}(k-2)\cdot 2^{m-1}\right\}$을 $n$에 관한 식으로 나타내면?

① $60(2^n-1)$　② $35(2^n-1)$　③ $20(2^n+1)$

④ $20(2^n-1)$　⑤ $16(2^n-1)$

해설

$$\sum_{k=1}^{10}\left\{\sum_{m=1}^{n}(k-2)\cdot 2^{m-1}\right\}$$

$$=\sum_{k=1}^{10}\left\{\frac{(k-2)(2^n-1)}{2-1}\right\}$$

$$=(2^n-1)\sum_{k=1}^{10}(k-2)$$

$$=(2^n-1)\left(\frac{10\times 11}{2}-20\right)=35(2^n-1)$$

**24.** 수열$\sum_{k=1}^{8}(2k-1)\cdot 2^{k-1}$ 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3331

해설

$S\ = 1\cdot 1 + 3\cdot 2 + 5\cdot 2^2 + \cdots + 13\cdot 2^6 + 15\cdot 2^7 \cdots\cdots$ ㉠

$2S\ = 1\cdot 2 + 3\cdot 2^2 + 5\cdot 2^3 + \cdots + 13\cdot 2^7 + 15\cdot 2^8 \cdots\cdots$ ㉡

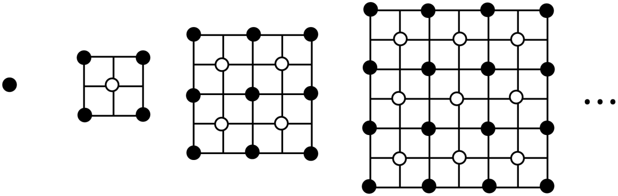
이므로 ㉠ - ㉡을 하면

$-S\ = 2\cdot\dfrac{(2^8-1)}{2-1} - 1 - 15\cdot 2^8$

$S\ = -2\cdot 2^8 + 2 + 1 + 15\cdot 2^8$

$= 13\cdot 2^8 + 3 = 3331$

**25.** 10개의 바둑판에 각각 흰 돌과 검은 돌을 다음과 같은 규칙으로 놓았을 때, 이 10개의 바둑판에 놓인 모든 검은 돌의 개수를 $S$, 흰 돌의 개수를 $T$라 하자. 이때, $S-T$의 값은?



① 36 ② 49 ③ 64 ④ 81 ⑤ 100

해설

$n$번째 바둑판에 놓인 검은 돌, 흰 돌의 개수는 각각 $n^2, (n-1)^2$이므로

10개의 바둑판에 놓인 검은 돌의 개수의 합 $S$는

$S=1^2+2^2+3^2+\cdots+10^2$

10개의 바둑판에 놓인 흰 돌의 개수의 합 $T$는

$T=1^2+2^2+3^2+\cdots+9^2$

$\therefore S-T=10^2=100$

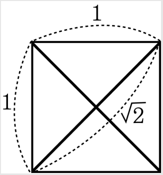
**26.** 자연수 $n(n \geq 4)$에 대하여 $A_n = \{x \mid x$는 한 변의 길이가1인 정$n$각형의 대각선의 길이$\}$ 라 하고, $a_n$을 집합 $A_n$의 원소의 개수라 하자. 예를 들어 $a_4 = 1$이다. 이때, $\sum_{n=4}^{25} a_n$의 값은?

① 140　② 138　③ 136　④ 134　⑤ 132

해설

$A_n$에서 한 변이 1인 정사각형은 대각선이 $\sqrt{2}$인 한 종류뿐이므로 $a_4 = 1$

같은 방법으로 $a_5 = 1$




$n = 2k\ (k \geq 2)$이면 길이가 다른 대각선은

$\overline{\mathrm{B_1B_3}}, \overline{\mathrm{B_1B_4}}, \cdots, \overline{\mathrm{B_1B_{k+1}}}$의 $k-1$개

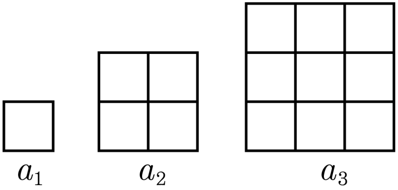
즉, $a_{2k+1} = k-1$(개)

$$\therefore\ \sum_{n=4}^{25} a_n = \sum_{k=2}^{12}(a_{2k} + a_{2k+1})$$

$$= \sum_{k=2}^{12}(2k-2) = \sum_{k=1}^{12}(2k-2)$$

$$= 2 \cdot \frac{12 \times 13}{2} - 24 = 132$$

**27.** 그림과 같이 한 변의 길이가 $n$($n$은 자연수)인 정사각형의 가로, 세로를 $n$등분하여 생긴 모든 정사각형의 개수를 $a_n$이라 한다. 예를 들어, $a_1 = 1,\ a_2 = 5,\ a_3 = 14$이다. 이때, $a_{10}$의 값은?




① 385　② 395　③ 405　④ 415　⑤ 425

해설

크기가 작은 정사각형부터 개수를 세어 규칙을 찾으면

$a_1 = 1$

$a_2 = 2^2 + 1$

$a_3 = 3^2 + 2^2 + 1$

$\vdots$

$a_n = n^2 + (n-1)^2 + (n-2)^2 + \cdots + 1^2$

$= \sum_{k=1}^{n} k^2$

$\therefore a_{10} = \sum_{k=1}^{10} = \dfrac{10 \cdot 11 \cdot 21}{6} = 385$

**28.** 첫째항이 0 이고 공차가 0 이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$이 $a_{n+1}b_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$를 만족시킬 때, $b_{27}$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

등차수열 $\{a_n\}$의 공차를 $d(d \neq 0)$라 하면

$a_n = (n-1)d$

$a_{n+1}b_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$에서 $nd \cdot b_n = \sum_{k=1}^{n}(k-1)d$

$nd \cdot b_n = d\left\{\frac{n(n+1)}{2} - n\right\}$, $b_n = \frac{n+1}{2} - 1 = \frac{n-1}{2}$

$b_{27} = \frac{27-1}{2} = 13$

**29.** 수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = 1$이고, $na_{n+1} = \sum_{k=1}^{n} a_k (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$를 만족할 때, $\sum_{n=1}^{20} \left(\sum_{k=1}^{n} a_k\right)$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 210

해설

수열의 첫째항부터 제 $n$항까지의 합을 $S_n$이라 하면 $S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$이고 $a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$이므로

$na_{n+1} = \sum_{k=1}^{n} a_k$에서 $n(S_{n+1} - S_n) = S_n$

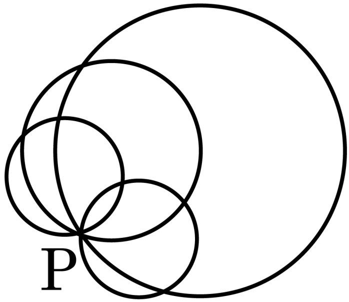
$\dfrac{S_{n+1}}{S_n} = \dfrac{n+1}{n}$의 양변의 $n$에 1, 2, 3, $\cdots$, $n-1$을 각각 대입하여 변끼리 곱하면

$$\frac{S_2}{S_1} \times \frac{S_3}{S_2} \times \frac{S_4}{S_3} \times \cdots \times \frac{S_n}{S_{n-1}}$$

$\dfrac{S_n}{S_1} = n$ 이므로 $S_n = nS_1 = na_1 = n$

$$\sum_{n=1}^{20} \left(\sum_{k=1}^{n} a_k\right) = S_1 + S_2 + \cdots S_{20} = \frac{20 \cdot 21}{2} = 210$$

**30.** 평면 위의 한 점 P를 공유하는 $n$개의 원이 있다. 임의의 서로 다른 두 원은 두 점에서 만나지만 어느 세 원도 점 P 이외의 점을 공유하지 않는다. 예를 들어, 다음 그림은 조건을 만족하는 4개의 원을 그린 것이다. $n$개의 원에 의해 나누어지는 평면의 개수를 $f(n)$이라 할 때, $f(101)-f(99)$의 값을 구하여라.




▶ 답 :

▷ 정답 : 201

해설

조건에 맞도록 $k$개의 원에 의해 나누어지는 평면의 개수를 $f(k)$라 하면, 또 하나의 원을 추가할 때, 나누어지는 평면의 개수는 $(k+1)$개만큼 추가된 $f(k+1)$이 된다.

$\therefore\ f(k+1)=f(k)+k+1,\ f(1)=2$

$\therefore\ f(n)=f(1)+\sum_{k=1}^{n-1}(k+1)$

$$=2+\frac{n(n-1)}{2}+(n-1)$$

$$=\frac{1}{2}(n^2+n+2)$$

$\therefore\ f(101)-f(99)$

$$=\frac{1}{2}(101^2+101+2)-\frac{1}{2}(99^2+99+2)=201$$