1. 집합 $A = \{1, 2, 3, \{2, 3\}, \{4\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $1 \in A$ ② $3 \notin A$ ③ $4 \notin A$

④ $\{4\} \in A$ ⑤ $\{2, 3\} \in A$

해설

집합 A 의 원소들은 1, 2, 3, $\{2, 3\}$, $\{4\}$ 이다.
옳은 것은 ①,③,④,⑤ 이다.
② $3 \notin A$ 은 $3 \in A$ 가 맞다.

2. 두 집합 A, B 에 대하여 연산 $\triangle, \square$을 $A \triangle B = \{a+b \mid a \in A,\ b \in B\}$, $A \square B = \{ab \mid a \in A,\ b \in B\}$ 로 정의한다. $A = \{-1,\ 0,\ 1\}$, $B = \{-1,\ 1\}$ 일 때, $n((A \triangle B) - (A \square B))$ 는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

연산 $\triangle, \square$에 대하여 원소를 각각 구하면 다음과 같다. $A \triangle B = \{-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2\}$, $A \square B = \{-1,\ 0,\ 1\}$

그러므로 $(A \triangle B) - (A \triangle B) = \{-2,\ 2\}$ $\therefore\ n((A \triangle B) - (A \square B)) = 2$

3. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $A = \{2,\ 4\}$ 이면, $n(A) = 2$

② $n(\varnothing) < n(\{\varnothing\})$

③ $A = \varnothing$ 이면, $n(A) = 0$ 이다.

④ $n(\{0\}) = 0$ 이다.

⑤ $A = \{1,\ 3,\ 5\}$, $B = \{2,\ 4,\ 6\}$ 이면 $n(A - B) = 3$ 이다.

해설

④ $n(\{0\}) = 1$ 이다.

4. 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$\{1,\ 3\} \subset X \subset A,\ n(X) = 4$$

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 3 개

해설

X 는 원소 1, 3 을 뺀 $\{2,\ 4,\ 5\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2 개인 부분집합에 원소 1, 3 을 포함시킨 $\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$, $\{1,\ 2,\ 3,\ 5\}$, $\{1,\ 3,\ 4,\ 5\}$ 의 3 개이다.

5. 집합 $A = \{2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 22\}$ 의 부분집합 중에서 적어도 한 개의 4 의 배수를 원소로 갖는 부분집합의 개수는?

① 12 개 ② 24 개 ③ 28 개 ④ 34 개 ⑤ 36 개

해설

집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개) 이고, 이 중에서 4 의 배수를 원소로 하나도 갖지 않는 부분집합은 원소 2, 22 로 만든 부분집합이므로 $2^2 = 4$ (개) 이다.

$\therefore\ 32 - 4 = 28$ (개)

6. 집합 $A = \{1, 2, \cdots, n\}$ 의 부분집합 중에서 1, 2 를 포함하지 않는 부분집합의 개수가 8 개일 때, 자연수 n 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$2^{(1,\ 2\text{를 제외한 원소의 개수})} = 2^{n-2} = 8 = 2^3 \quad \therefore n = 5$

7. 집합 $A = \{1, 2, \cdots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 3, n 를 반드시 포함하고 2 를 포함하지 않는 부분집합의 개수가 4 개 일 때, 자연수 n 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$2^{(1,\ 2,\ 3,\ n\text{을 제외한 원소의 개수})} = 2^{n-4} = 4 = 2^2 \quad \therefore n = 6$

8. 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \cdots,\ n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 3, 5를 반드시 포함하는 부분집합의 개수가 32 개일 때, 자연수 n 의 값은?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

집합 A 의 원소의 개수가 n 개이므로 원소 1, 3, 5를 반드시 포함하는 부분집합의 개수는 2^{n-3} 개이다.

$2^{n-3} = 32,\ 2^{n-3} = 2^5$

$n - 3 = 5$ 이므로 $n = 8$

9. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $A - B = \varnothing$일 때, 다음 중 항상 성립한다고 할 수 없는 것은? (단, $U \neq \varnothing$)

① $A \cup B = A$ ② $A \cap B = A$ ③ $(A \cap B)^c = A^c$

④ $B^c \subset A^c$ ⑤ $A - B = \varnothing$

해설

$A - B = \varnothing$이므로 $A \subset B$이다.
따라서, $A \cup B = B$

10. 두 집합 $A = \{2a,\ a+6,\ 3a-1\}$, $B = \{2a+1,\ a+2,\ 8\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$A = B$ 이므로 $8 \in A$

$2a = 8$ 또는 $a+6 = 8$ 또는 $3a-1 = 8$

(i) $2a = 8$ 일 때, $a = 4$

$A = \{8,\ 10,\ 11\}$, $B = \{6,\ 8,\ 9\}$

$A \neq B$ 이므로 조건에 맞지 않는다.

(ii) $a+6 = 8$ 일 때, $a = 2$

$A = \{4,\ 5,\ 8\}$, $B = \{4,\ 5\ 8\}$

$A = B$ 이므로 조건에 적합.

(iii) $3a-1 = 8$ 일 때, $a = 3$

$A = \{6,\ 8,\ 9\}$, $B = \{5,\ 7,\ 8\}$

$\therefore$ $A \neq B$ 이므로 조건에 맞지 않는다. (i), (ii), (iii) 으로부터 $a = 2$