

1. 이차함수 $y = x^2 - 2(k-3)x + 4$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만날 때, 상수 k 의 값의 범위는?

① $k < 1$

② $1 < k < 3$

③ $k < 3$

④ $3 < k < 5$

⑤ $k < 1$ 또는 $k > 5$

해설

이차함수 $y = x^2 - 2(k-3)x + 4$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나므로 이차방정식 $x^2 - 2(k-3)x + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면 $D > 0$ 이어야 한다.

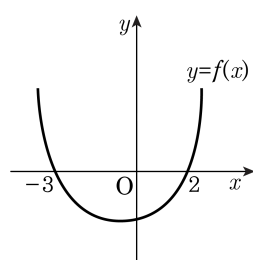
$$\frac{D}{4} = (k-3)^2 - 4 > 0$$

$$k^2 - 6k + 5 > 0, (k-1)(k-5) > 0$$

$$\therefore k < 1 \text{ 또는 } k > 5$$

2. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 방정식 $f(x^2 - 1) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
④ 4 개 ⑤ 5 개



해설

주어진 그래프에서 $f(-3) = 0$, $f(2) = 0$ 이므로

방정식 $f(x^2 - 1) = 0$ 의 근은

(i) $x^2 - 1 = -3$ 일 때, $x^2 = -2$ $\therefore x = \pm \sqrt{2}i$

(ii) $x^2 - 1 = 2$ 일 때, $x^2 = 3$ $\therefore x = \pm \sqrt{3}$

(i), (ii) 에서 주어진 방정식의 서로 다른 실근의 개수는 2 개 이다.

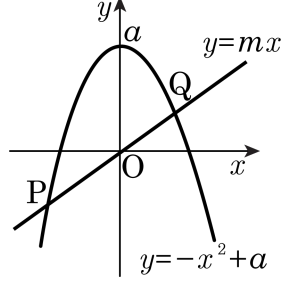
3. 이차함수 $y = x^2 - ax + k^2 + 2k$ 의 그래프와 직선 $y = 2kx + b$ 가 k 의 값에 관계없이 서로 접할 때, 실수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

① -6 ② -3 ③ -2 ④ 2 ⑤ 3

해설

$x^2 - ax + k^2 + 2k = 2kx + b$ 에서
 $x^2 - (a + 2k)x + k^2 + 2k - b = 0$
이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면
 $D = (a + 2k)^2 - 4(k^2 + 2k - b) = 0$
 $a^2 + 4ak - 8k + 4b = 0$
이 식이 k 의 값에 관계없이 성립하므로
 $4k(a - 2) + a^2 + 4b = 0$ 에서
 $a - 2 = 0, a^2 + 4b = 0$
따라서 $a = 2, b = -1$ 이므로 $ab = -2$

4. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = -x^2 + a$ 의 그래프와 직선 $y = mx$ 가 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다. 점 Q의 x 좌표가 $\sqrt{5} - 1$ 일 때, $a + m$ 의 값을 구하여라. (단, a, m 은 유리수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y = -x^2 + a$ 와 $y = mx$ 가 만나는 두 점 P, Q의 x 좌표는 방정식이 $-x^2 + a = mx$ 의 근이다.

점 Q의 x 좌표가 $\sqrt{5} - 1$ 이므로

방정식 $x^2 + mx - a = 0$ 의 한 근이 $\sqrt{5} - 1$ 이다.

그런데 a 와 m 이 유리수이므로 다른 한 근은 $-\sqrt{5} - 1$ 이다.

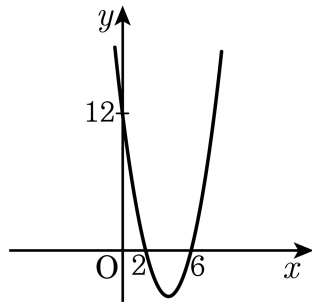
따라서, 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$-m = (\sqrt{5} - 1) + (-\sqrt{5} - 1) = -2$$

$$-a = (\sqrt{5} - 1)(-\sqrt{5} - 1) = -4$$

$$\therefore a = 4, m = 2 \quad \therefore a + m = 6$$

5. 다음은 이차함수 $y = (x - 2)(x - 6)$ 의 그래프이다.



이 이차함수가 x 축과 만나는 두 점을 각각 A, B라 할 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차방정식 $(x - 2)(x - 6) = 0$ 에서 $x = 2$ 또는 $x = 6$
따라서 A (2, 0), B (6, 0) 이므로 $\overline{AB} = 4$

6. 포물선 $y = -x^2 + kx$ 와 직선 $y = x + 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 k 의 범위는?

- ① $k > 2, k < -1$ ② $k > 3, k < -1$ ③ $k > 1, k < -1$
④ $k > 3, k < -2$ ⑤ $k > 3, k < -3$

해설

포물선과 직선이 다른 두 점에서 만나므로
 $-x^2 + kx = x + 1, x^2 + (1 - k)x + 1 = 0$ 에서
 $D = (1 - k)^2 - 4 > 0$
 $k^2 - 2k - 3 = (k - 3)(k + 1) > 0$
 $\therefore k > 3$ 또는 $k < -1$

7. 이차함수 $y = x^2 - 8x + a$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표가 6, b 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

이차함수 $y = x^2 - 8x + a$ 의 그래프와

x 축과의 교점의 x 좌표는

이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$ 의 실근이다.

$x^2 - 8x + a = 0$ 에 $x = 6$ 을 대입하면

$36 - 48 + a = 0$ 에서 $a = 12$

따라서 $x^2 - 8x + 12 = 0$ 에서 $(x - 2)(x - 6) = 0$

$x = 2$ 또는 $x = 6$

$\therefore b = 2 \therefore a + b = 14$

8. 이차함수 $y = x^2 + (k - 3)x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않을 때, 실수 k 의 값의 범위는?

① $-1 < k < 7$

② $-1 < k < 8$

③ $0 < k < 9$

④ $1 < k < 9$

⑤ $1 < k < 10$

해설

주어진 이차함수의 그래프가
 x 축과 만나지 않으려면
이차방정식 $x^2 + (k - 3)x + k = 0$ 이
실근을 갖지 않아야 하므로
 $D = (k - 3)^2 - 4k < 0$
 $k^2 - 10k + 9 < 0, (k - 1)(k - 9) < 0$
 $\therefore 1 < k < 9$

9. 이차함수 $y = 2x^2 + kx - k$ 의 그래프가 x 축과 만나도록 하는 상수 k 의 값이 아닌 것은?

① -8 ② -1 ③ 0 ④ 5 ⑤ 8

해설

이차방정식 $2x^2 + kx - k = 0$ 에서 $D = k^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-k) \geq 0$ 이어야 하므로

$$k^2 + 8k \geq 0, \quad k(k + 8) \geq 0$$

$$\therefore k \leq -8 \text{ 또는 } k \geq 0$$

따라서 위의 k 의 값의 범위에 속하지 않는 것은 ②이다.

10. x 의 방정식 $|x-1| + |x-3| = a$ 가 서로 다른 두 개의 실근을 가질 때, 실수 a 의 값의 범위는?

① $a < 1$ ② $a > 1$ ③ $a < 2$ ④ $a > 2$ ⑤ $a < 3$

해설

좌 우변을 각각 그래프를 그려보면
 $a > 2$

