

1. 집합 $A = \{1, 2, 3, \{2, 3\}, \{4\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $1 \in A$

② $3 \notin A$

③ $4 \notin A$

④ $\{4\} \in A$

⑤ $\{2, 3\} \in A$

해설

집합 A 의 원소들은 1, 2, 3, $\{2, 3\}$, $\{4\}$ 이다.

옳은 것은 ①,③,④,⑤ 이다.

② $3 \notin A$ 은 $3 \in A$ 가 맞다.

2. $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 $P = \{p | p = a + b, a \in A, b \in B\}$, $Q = \{q | q = ab, a \in A, b \in B\}$ 일 때, 집합 $P \cap Q$ 의 원소의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4개

해설

집합 P 는 집합 A 의 원소와 집합 B 의 원소끼리 더한 것을 원소로 하고, 집합 Q 는 집합 A 의 원소와 집합 B 의 원소끼리 곱한 것을 원소로 한다. 두 집합의 원소를 구하면 $P = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $Q = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ 이므로 $P \cap Q = \{0, 1, 2, 3\}$ 따라서 집합 $P \cap Q$ 의 원소의 개수는 4개이다.

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $A = \{2, 4\}$ 이면, $n(A) = 2$
- ② $n(\varnothing) < n(\{\varnothing\})$
- ③ $A = \varnothing$ 이면, $n(A) = 0$ 이다.
- ④ $n(\{0\}) = 0$ 이다.
- ⑤ $A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 4, 6\}$ 이면 $n(A - B) = 3$ 이다.

해설

- ④ $n(\{0\}) = 1$ 이다.

5. 집합 $A = \{2, 4, 8, 16, 22\}$ 의 부분집합 중에서 적어도 한 개의 4의 배수를 원소로 갖는 부분집합의 개수는?

① 12개 ② 24개 ③ 28개 ④ 34개 ⑤ 36개

해설

집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개) 이고, 이 중에서 4의 배수를 원소로 하나도 갖지 않는 부분집합은 원소 2, 22로 만든 부분집합이므로 $2^2 = 4$ (개) 이다.
 $\therefore 32 - 4 = 28$ (개)

6. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 1, 2를 포함하지 않는 부분집합의 개수가 8개일 때, 자연수 n 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$2^{(1, 2\text{를 제외한 원소의 개수})} = 2^{n-2} = 8 = 2^3 \quad \therefore n = 5$$

7. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 3, n 를 반드시 포함하고 2 를 포함하지 않는 부분집합의 개수가 4 개 일 때, 자연수 n 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$2^{(1, 2, 3, n \text{을 제외한 원소의 개수})} = 2^{n-4} = 4 = 2^2 \quad \therefore n = 6$$

8. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 3, 5를 반드시 포함하는 부분집합의 개수가 32 개일 때, 자연수 n 의 값은?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

집합 A 의 원소의 개수가 n 개이므로 원소 1, 3, 5를 반드시 포함하는 부분집합의 개수는 2^{n-3} 개이다.

$$2^{n-3} = 32, \quad 2^{n-3} = 2^5$$

$$n - 3 = 5 \text{ 이므로 } n = 8$$

9. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \emptyset$ 일 때, 다음 중 항상 성립한다고 할 수 없는 것은? (단, $U \neq \emptyset$)

- ① $A \cup B = A$ ② $A \cap B = A$ ③ $(A \cap B)^c = A^c$
④ $B^c \subset A^c$ ⑤ $A - B = \emptyset$

해설

$A - B = \emptyset$ 이므로 $A \subset B$ 이다.
따라서, $A \cup B = B$

10. 두 집합 $A = \{2a, a + 6, 3a - 1\}$, $B = \{2a + 1, a + 2, 8\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$A = B$ 이므로 $8 \in A$
 $2a = 8$ 또는 $a + 6 = 8$ 또는 $3a - 1 = 8$
(i) $2a = 8$ 일 때, $a = 4$
 $A = \{8, 10, 11\}$, $B = \{6, 8, 9\}$
 $A \neq B$ 이므로 조건에 맞지 않는다.
(ii) $a + 6 = 8$ 일 때, $a = 2$
 $A = \{4, 5, 8\}$, $B = \{4, 5, 8\}$
 $A = B$ 이므로 조건에 적합.
(iii) $3a - 1 = 8$ 일 때, $a = 3$
 $A = \{6, 8, 9\}$, $B = \{5, 7, 8\}$
 $\therefore A \neq B$ 이므로 조건에 맞지 않는다. (i), (ii), (iii) 으로부터 $a = 2$