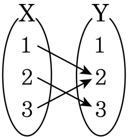
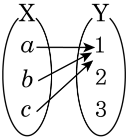
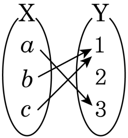
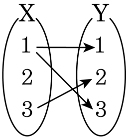
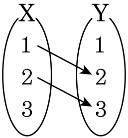
1. 다음 대응 중 X에서 Y로의 함수가 아닌 것을 모두 고르면?

①


②


③


④


⑤


해설

④ X의 원소 1에 대응되는 Y의 원소는 2개이고 X의 원소 2에 대응하는 Y의 원소가 없으므로 함수가 아니다.

⑤ X의 원소 3에 대응되는 Y의 원소가 없으므로 함수가 아니다.

2. 두 집합 $X = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $Y = \{y|y$는 정수$\}$일 때, 함수 $f : X \rightarrow Y$를 다음과 같이 정의한다. 이 때, f의 치역의 모든 원소의 합을 구하여라.

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & (x > 0) \\ -x^2+1 & (x \le 0) \end{cases}$$

▶ 답 :

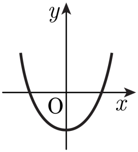
▷ 정답 : 5

해설

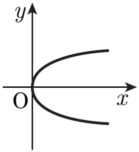
$f(-2) = -(-2)^2 + 1 = -3$
$f(-1) = -(-1)^2 + 1 = 0$
$f(0) = 1$
$f(1) = 1 + 2 = 3$
$f(2) = 2 + 2 = 4$
따라서 치역은 $\{-3, 0, 1, 3, 4\}$이므로
모든 원소의 합은 $(-3) + 0 + 1 + 3 + 4 = 5$

3. 다음 중에서 함수의 그래프가 아닌 것을 모두 고르면?

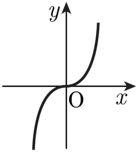
①



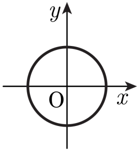
②



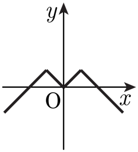
③



④



⑤



해설

②, ④의 그래프는 하나의 x의 값에 대응되는 y가 2개 이상이므로 함수의 그래프가 아니다. (x축에 수선을 그어서 한 점에서 만나면 X에서 Y로의 함수)

4. 함수 $f(x)$ 는 임의의 두 실수 $a,\ b$ 에 대하여 $f(a+b)=f(a)+f(b)$ 를 만족시킨다. 이러한 함수를 다음에서 고르면?

① $f(x)=|x|$ ② $f(x)=-x^2$

③ $f(x)=3x$ ④ $f(x)=2x+3$

⑤ $f(x)=x^3+3x$

해설

① $f(a+b)=|a+b|$

$f(a)+f(b)=|a|+|b|$

이 때 $|a+b|\le|a|+|b|$

② $f\ (a+b)=-(a+b)^2=-a^2-2ab-b^2$

$f(a)+f(b)=-a^2-b^2$

③ $f(a+b)=3(a+b)=3a+3b=f(a)+f(b)$

④ $f(a+b)=2(a+b)+3$

$f(a)+f(b)=2a+3+2b+3=2(a+b)+6$

⑤
$$\begin{aligned} f(a+b) &= (a+b)^3+3(a+b) \\ &= (a+b)(a^2+2ab+b^2+3) \\ f(a)+f(b) &= a^3+3a+b^3+3b \\ &= a^3+b^3+3(a+b) \\ &= (a+b)(a^2-ab+b^2+3) \end{aligned}$$

5. 다음 함수 중 좌표평면에서 그 그래프가 임의의 직선과 항상 만나는 것은 무엇인가?

① $y = |x|$ ② $y = x^2$ ③ $y = \sqrt{x}$

④ $y = x^3$ ⑤ $y = \dfrac{1}{x}$

해설

각 함수의 그래프를 그려보거나,
정의역, 치역 관계를 조사해 보면 쉽게 알 수 있다.
x, y 전체 실수 구간에서 그래프가
그려지는 함수는 $y = x^3$ 뿐이다.

6. 집합 $A = \{1, a, b\}$를 정의역으로 하는 두 함수 $f(x) = 3x^3 - x$, $g(x) = x^2 + 1$에 대하여 $f = g$일 때, $a + b$의 값은?

① $\frac{2}{3}$ ② 2 ③ $\frac{1}{3}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

$f(1) = g(1)$, $f(a) = g(a)$, $f(b) = g(b)$이어야 하므로
$f(1) - g(1) = 0$, $f(a) - g(a) = 0$, $f(b) - g(b) = 0$이다.
따라서 $1, a, b$는 $f(x) - g(x) = 0$의 세 근이다.
즉 $3x^3 - x^2 - x - 1 = 0$의 세 근의 합은

$$1 + a + b = \frac{1}{3}$$

$$\therefore\ a + b = -\frac{2}{3}$$