1. 다음 중 무한집합인 것은?

① $\{a, b\}$

② $\varnothing$

③ $\{x|x$는 12인 자연수$\}$

④ $\{x|x$는 $x \times 0 = 0$인 자연수$\}$

⑤ $\{x|x$는 12의 약수$\}$

해설

③ $\{1,\ 2\}$: 유한집합
④ $\{1,\ 2,\ 3,\ \cdots\}$: 무한집합
⑤ $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$: 유한집합

2. 집합 $A = \{\varnothing\}$에 대하여 다음 중 옳은 것의 개수는? (단, $\varnothing$는 공집합)

㉠ $\varnothing = A$	㉡ $\varnothing \in A$
㉢ $\varnothing \subset A$	㉣ $\{\varnothing\} \subset A$

① 없다. ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$\varnothing$는 집합 A의 원소이므로 $\varnothing \in A$이고, $\{\varnothing\} \subset A$ 이다. 또, 공집합은 모든 집합의 부분집합이므로 $\varnothing \subset A$이다. 따라서 옳은 것은 ㉡, ㉢, ㉣의 3개이다.

3. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}$, $C = \{x \mid x$는 6의 양의 약수$\}$ 일 때, 집합 A, B, C 사이의 포함 관계를 옳게 나타낸 것은?

① $A \subset B \subset C$　② $B \subset A \subset C$　③ $B \subset C \subset A$

④ $C \subset A \subset B$　⑤ $C \subset B \subset A$

해설

$x^2 - 4x + 3 = 0$ 에서 $(x-1)(x-3) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = 3$

따라서 $B = \{1, 3\}$ 이고, $C = \{1, 2, 3, 6\}$

따라서 집합 A, B, C 의 포함 관계는 $B \subset A \subset C$ 이다.

4. 집합 $A = \{0,\ 1,\ 2\}$ 의 부분집합 중 원소 0은 반드시 포함하고 짝수인 원소는 포함하지 않는 부분집합을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{0\}$

▷ 정답 : $\{0,\ 1\}$

해설

집합 A 의 부분집합 중 원소 0은 반드시 포함하고 짝수인 원소 2를 포함하지 않는 부분집합을 원소의 개수별로 차례대로 구하면 $\{0\}$, $\{0, 1\}$ 이다

5. 집합 $A = \{1, 2, \cdots, n\}$ 의 부분집합의 개수가 8 개일 때, 자연수 n 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$2^n = 8 \ \therefore n = 3$

6. 다음 중 옳은 것은? (정답 2 개)

20 의 약수의 모임 : A 4 의 배수의 모임 : B 100 이하 짝수의 모임 : C 10 이하의 소수 : D

① $A \cap B = \varnothing$

② $A \cap D = \{2,\ 5\}$

③ $B \cap C = \{4,\ 8,\ 12,\ \cdots,\ 100\}$

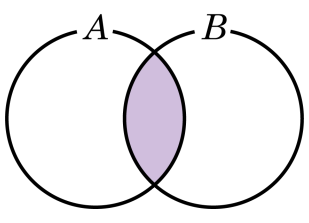
④ $A \cup D = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 10\}$

⑤ $9 \in B \cup D$

해설

A 는 20 의 약수의 모임이므로
$A = \{1,\ 2,\ 4,\ 5,\ 10,\ 20\}$,
B 는 4 의 배수의 모임이므로
$B = \{4,\ 8,\ 12,\ 16,\ 20,\ \cdots\}$,
C 는 100 이하 짝수의 모임이므로
$C = \{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ \cdots,\ 100\}$,
D 는 10 이하의 소수이므로
$D = \{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$ 이다.
① $A \cap B = \{4,\ 20\}$
④ $A \cup D = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 7,\ 10,\ 20\}$
⑤ $B \cup D = \{2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 7,\ 8,\ 12,\ 16,\ \cdots\}$ 이므로 9 는 $B \cup D$ 에 속하지 않는다.

7. 집합 $A = \{x \mid x$는 10 이하의 자연수$\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ 일 때, 다음과 같은 벤 다이어그램에서 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



① $\{1, 3\}$ ② $\{1, 5\}$ ③ $\{3, 5\}$

④ $\{1, 3, 5\}$ ⑤ $\{1, 3, 5, 10\}$

해설

벤 다이어그램을 그려보면 다음과 같다.

공통 부분의 원소는 $\{1, 3, 5\}$ 이다.

8. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여, $A \subset B$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $B^C \subset A^C$　② $A - B = \varnothing$　③ $A \cap B = A$

④ $A \cup B = B$　⑤ $B - A = \varnothing$

해설

⑤ $A - B = \varnothing$ 이다.

9. 미란이는 두 집합의 연산을 이용하여 새로운 집합을 만드는 탐구를 하다가 $A - B = \{2, 6\}$ 인 새로운 집합을 만든 원래의 두 집합 $A = \{2, 3, 4, b\}, B = \{3, a, 5, 7\}$ 을 발견하였다. 이 때, 원소 a, b 를 찾아 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a + b = 10$

해설

$A - B \subset A$ 이고 $A - B = \{2, 6\}$ 이므로 $b = 6$ 이다. $A \cap B = \{3, 4\}$ 이므로 $a = 4$ 이다. 따라서 $a + b = 10$ 이다.

10. 두 집합 $A=\{1,2,a^2+3\}$, $B=\{3,\ -3a+1,\ a^2+a+1\}$에 대하여 $A\cap B=\{1,4\}$일 때, a의 값을 구하면?

① 3　② 2　③ 1　④ −1　⑤ 0

해설

두 집합의 교집합에 4가 들어가므로 $a^2+3=4$ 이다.
즉, a는 1, −1 이 가능한데, 이를 B에 대입하면 답이 ④가 된다.

11. 공집합이 아닌 실수의 부분집합 A 가 $x \in A$ 이면 $2x \in A$ 를 만족한다. 이때, 집합A 가 유한집합이 된다고 할 때, 집합 A 의 원소를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$x \in A$ 이면 $2x \in A$, $2x \in A$ 이면 $2 \cdot 2x = 4x \in A$, $\cdots$ 등과 같이 모든 자연수 n 에 대해 $2^n \cdot x \in A$ 가 된다.
$x \neq 0$ 이라면, $x \neq 2x$ 가 되고,
$2^n \cdot x$ 는 모두 서로 다른 원소가 되어 집합 A 는 무한집합이 된다.
그러므로 집합 A 가 유한집합이 되려면 $2^n \cdot x$ 가 모두 같은 원소 0 이 되어야 한다.
$\therefore A = 0$ 이므로 A 의 원소는 0 이다.

12. 두 집합 $A = \{-1, 1\}$, $B = \{1, 2, 3, \cdots, k\}$ 에 대하여 $X = \{(a, b) \mid a \in A, b \in B\}$ 의 부분집합의 개수가 2^{40} 일 때, k 의 값은?

① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

해설

$X = \{(-1, 1), (-1, 2), \cdots, (-1, k), (1, 1), (1, 2), \cdots, (1, k)\}$ 이므로 $n(X) = 2k$

따라서 집합 X의 부분집합의 개수는

$2^{2k} = 2^{40}$, $2k = 40$

$\therefore k = 20$

13. 두 집합 $A = \{2,\ 4,\ a,\ 8\}$, $B = \{2,\ b,\ 7,\ 8\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$A = B$ 이므로 $a = 7,\ b = 4$

$\therefore\ a + b = 11$

14. 두 집합 A, B에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

① $A \subset B$ 이면 $n(A) \leq n(B)$ 이다.

② $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.

③ $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $n(A) \neq n(B)$ 이다.

④ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.

⑤ $n(A) = n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.

해설

② 반례 : $A = \{1\}$, $B = \{2, 3\}$

③ $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B$, $n(A) = n(B)$ 이다.

④ 반례 : $A = \{1, 2\}$, $B = \{3, 4\}$

⑤ 반례 : $A = \{1, 2\}$, $B = \{3, 4\}$

15. 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$\{1,\ 2,\ 3\} \cup X = \{1,\ 2,\ 3\}$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$\{1,\ 2,\ 3\} \cup X = \{1,\ 2,\ 3\}$ 은 $X \subset \{1,\ 2,\ 3\}$ 이므로 가능한 X 의 개수는 $\{1,\ 2,\ 3\}$ 의 부분집합의 개수이다.

$\therefore\ 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

16. 두 집합 $A = \{x|x$는 120 이하의 5의 배수$\}$, $B = \{x|x$는 120 이하의 8의 배수$\}$ 에 대하여 $n(A \cup B)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 36 개

해설

$n(A) = 24,\ n(B) = 15,\ n(A \cap B) = 3$ 이므로
$n(A \cup B) = 24 + 15 - 3 = 36$

17. 두 집합 A, B에 대하여 집합 B가 집합 A에 포함되고 $n(A \cap B) = 7$, $n(A \cup B) = 29$일 때, $n(A) - n(B)$의 값은?

① 2 ② 4 ③ 10 ④ 22 ⑤ 32

해설

$B \subset A$이므로 $A \cup B = A$, $A \cap B = B$

$\therefore\ n(A) - n(B) = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 29 - 7 = 22$

18. 전체집합 $U = \{x|x$는 6보다 작은 자연수$\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 4\}, B = \{3, 4, 5\}$ 에 대하여 $(A \cup B) - B$ 는?

① $\{1\}$ ② $\{2\}$ ③ $\{1, 2\}$

④ $\{2, 3\}$ ⑤ $\{2, 3, 4\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이므로 $(A \cup B) - B = \{1, 2, 3, 4, 5\} - \{3, 4, 5\} = \{1, 2\}$ 이다.

19. 두 집합 A, B에 대하여 연산 ★를 $A★B = A^c \cap B^c$으로 정의할 때 다음 중 $(A★A)★B$와 같은 집합은?

① A　② B　③ $A \cap B$　④ $A \cup B$　⑤ $A - B$

해설

$A★A = A^c \cap A^c = A^c$ 이므로 $(A★A)★B = A^C★B = (A^C)^C \cap B^C = A \cap B^C = A - B$

20. 정의역과 공역이 실수 전체의 집합인 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 두 조건 $p : f(x) = 0$, $q : g(x) = 0$ 을 만족하는 집합을 각각 A, B 라 할 때, 조건 $f(x)\,g(x) \neq 0$ 을 만족하는 집합은?

① $A^c \cap B$ ② $A \cap B^c$ ③ $A^c \cap B^c$

④ $A^c \cup B^c$ ⑤ $A^c \cup B$

해설

조건 $f(x)\,g(x) \neq 0$ 을 만족하는 집합은
$\{x \mid f(x) \neq 0$ 이고 $g(x) \neq 0\}$ 이므로 주어진 조건을 만족하는 집합은 $A^c \cap B^c$

21. 명제 '모든 실수 x, y, z에 대하여 $xy = yz = zx$이다.'를 부정한 것은?

① 모든 실수 x, y, z에 대하여 $xy \neq yz \neq zx$이다.

② 어떤 실수 x, y, z에 대하여$xy \neq yz$ 이고 $yz \neq zx$이다.

③ 모든 실수 x, y, z에 대하여 $xy \neq yz$이고 $yz \neq zx$이다.

④ 어떤 실수 x, y, z에 대하여 $xy \neq yz$이고 $yz \neq zx$이고 $zx \neq xy$이다.

⑤ 어떤 실수 x, y, z에 대하여 $xy \neq yz$ 또는 $yz \neq zx$ 또는 $zx \neq xy$이다.

해설

'$xy = yz = zx$'는 '$xy = yz$이고 $yz = zx$이고 $zx = xy$'이므로 '$xy = yz = zx$'의 부정은 $xy \neq yz$ 또는 $yz \neq zx$ 또는 $zx \neq xy$이다. 따라서 주어진 명제의 부정은 어떤 실수 x, y, z에 대하여 $xy \neq yz$ 또는 $yz \neq zx$ 또는 $zx \neq xy$이다.

22. 아래의 두 조건에 대하여 명제 $p \to q$ 가 거짓임을 보이는 반례들의 집합을 구하면?

「p : x 는 18 의 약수, q : x 는 12 의 약수」

① $\{1, 2, 3, 6\}$ ② $\{6, 12, 9, 8\}$ ③ $\{9, 18\}$

④ $\{12, 18\}$ ⑤ $\{6, 9, 18\}$

해설

두 조건 p , q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하면, $P = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$, $Q = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로 반례들의 집합은 $P - Q = \{9, 18\}$

23. 두 조건 $p : -3 \le x \le 2-a$, $q : x \le -1$ 또는 $x \ge a$에 대하여 명제 $p \to \sim q$의 역이 참이 되게 하는 실수 a의 범위를 구하면?

① $-1 \le a \le 0$ ② $-1 \le a \le 1$ ③ $-1 \le a \le 2$

④ $-1 \le a \le 3$ ⑤ $-1 \le a \le 5$

해설

역은 $\sim q \to p$이고 대우는 $\sim p \to q$ (참) $\Leftrightarrow P^c \subset Q$

그림에서 보면 색칠한 부분이 P^c 이고 $P^c \subset Q$ 이 성립하려면

$\therefore -1 \le a \le 2-a \therefore \ -1 \le a \le 1$

24. 집합 $A = \{x \mid x$는 n보다 큰 3의 배수$\}$ 에 대하여 $9 \notin A$ 이고 $12 \in A$ 를 만족하는 자연수 n 을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 9

▷ 정답: 10

▷ 정답: 11

해설

9 는 원소로 갖지 않고 12 는 원소로 가지므로
$A = \{12, 15, 18, 21, \cdots\}$ 이다.
따라서 이것을 만족하는 n의 값은 9, 10, 11 이다.

25. 두 집합 $A = \{0,\ 1\}$, $B = \{1,\ 2,\ 3\}$ 에 대하여 집합 $C = \{x \mid x = a \times b,\ a \in A,\ b \in B\}$ 이다. 이때, 집합 C 를 원소나열법으로 나타낸 것은?

① $\{0\}$ ② $\{0,\ 1\}$ ③ $\{0,\ 1,\ 2\}$

④ $\{0,\ 1,\ 2,\ 3\}$ ⑤ $\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4\}$

해설

$0 \times 1 = 0,\ 0 \times 2 = 0, 0 \times 3 = 0,\ 1 \times 1 = 1,\ 1 \times 2 = 2,\ 1 \times 3 = 3$ 이므로 $C = \{0,\ 1,\ 2,\ 3\}$ 이다.

26. 집합 $A_{15} = \{x \mid x$는 15의 배수$\}$, 집합 $A_b = \{x \mid x$는 b의 배수$\}$ 라고 할 때, $A_{15} \subset A_b$ 를 만족하게 하는 자연수 b 를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 1

▷ 정답: 3

▷ 정답: 5

▷ 정답: 15

해설

15 의 약수인 1, 3, 5, 15 가 들어갈 수 있다.

27. 집합 A, B, C, D, E 의 관계가 보기와 같을 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

보기

$A \subset B$, $B \subset D$, $C \subset D$, $D \subset E$

① 집합 A 는 집합 E 의 부분집합이다.

② 집합 B 는 집합 E 의 부분집합이다.

③ 집합 C 는 집합 E 의 부분집합이다.

④ 집합 B 는 집합 C 의 부분집합이다.

⑤ $D \subset C$ 이면, $A \subset C$ 이다.

해설

④ 집합 B 가 집합 C 의 부분집합인지는 주어진 조건만으론 알 수 없다.

28. 두 집합 A, B에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cup B = B \cup A$　② $B \subset A$ 이면 $A \cap B = B$

③ $A \cap A = \varnothing$　④ $B \cap \varnothing = \varnothing$

⑤ $A \subset (A \cup B)$

해설

③ $A \cap A = A$

29. 세 집합 $A = \{x|x$는 20 이하의 3의 배수$\}$,
$B = \{x|x$는 12의 약수$\}$,
$C = \{x|x$는 20 이하의 홀수$\}$
에 대하여 $C - (A \cap B)$ 로 알맞은 것은?

① $\{5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

② $\{1, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

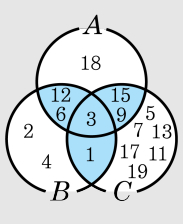
③ $\{1, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

④ $\{1, 5, 7, 9, 11, 13, 17, 19\}$

⑤ $\{1, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

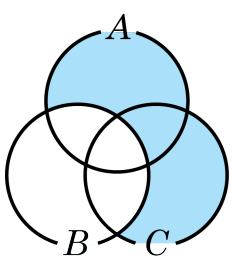
해설

$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$,
$B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$,
$C = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$
이므로
$A \cap B = \{3, 6, 12\}$



$\therefore\ C - (A \cap B) = \{1, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

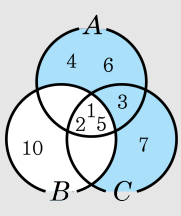
30. 다음 그림에서 색칠한 부분의 집합을 나타낸 것은?



① $(A \cap B) - C$ ② $(A \cap C) - B$ ③ $(A \cup B) - C$

④ $(A \cup C) - B$ ⑤ $(B \cup C) - A$

해설



색칠한 부분을 집합으로 나타내면 $(A \cup C) - B$ 이다.

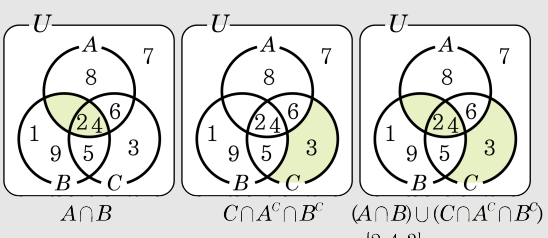
31. 전체집합 $U = \{x \mid x$는 10 미만의 자연수$\}$ 의 세 부분집합
$A = \{x \mid x$는 2 의 배수$\}$,
$B = \{1, 2, 4, 5, 9\}$,
$C = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여
$(A \cap B) \cup (C \cap A^c \cap B^c)$ 을 원소나열법으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : {2, 3, 4}

해설

집합 U, A 를 원소나열법으로 나타내면
$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, A = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로
$A^c = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B^c = \{3, 6, 7, 8\}$ 이다.
$A \cap B$ 와 $C \cap A^c \cap B^c$ 을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$A \cap B$ $C \cap A^C \cap B^C$ $(A \cap B) \cup (C \cap A^C \cap B^C)$ $= \{2, 4, 3\}$

32. 무한집합 U 의 두 부분집합 A, B 가 $(A \cup B)^c = A \cap B^c = \varnothing$ 일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

① B 는 유한집합이다.

② B 는 무한집합이다.

③ A 가 무한집합이면 B 는 유한집합이다.

④ A 가 유한집합이면 B 는 유한집합이다.

⑤ A , B 모두 무한집합이 아니다.

해설

① A 가 유한집합이면, $(A \cup B)^c = \varnothing$ 가 되려면 $A \cup B = U$ 이므로 B 는 무한집합이어야 한다.
② A 가 무한집합이면, $A \cap B^c = \varnothing$ 가 되려면 $A - B = \varnothing$, $A \subset B$ 이므로 B 도 무한집합이어야 한다. 따라서 B 는 항상 무한집합이다.

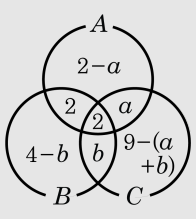
33. 수학 문제집이 A, B, C 세 종류가 있다, 각 문제집을 갖고 있는 학생의 집합을 각각A, B, C라 할 때, $n(A) = 6$, $n(B) = 8$, $n(C) = 11$이고 $n(A \cap B) = 4$, $n(A \cap B \cap C) = 2$ 이다. 세 문제집 중 적어도 한 문제집을 갖고 있는 학생수를 x라 할 때, x의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$n(A \cap B \cap C^c)$
$= n(A \cap B) - n(A \cap B \cap C) = 4 - 2 = 2$ 이므로 , $n(A \cap B^c \cap C) = a$,$n(A^c \cap B \cap C) = b$ 라 하면 벤 다이어그램을 그려서 나누어지는7 개 부분의 원소의 개수는 다음 그림과 같다.



이 때 ,$a \geq 0$, $b \geq 0$, $2 - a \geq 0$, $4 - b \geq 0$, $9 - (a + b) \geq 0$ 이므로 4개의 부등식에서 $0 \leq a \leq 2$, $0 \leq b \leq 4$ 이고 $\therefore 0 \leq a + b \leq 6$ 이것은 마지막 부등식을 만족시킨다.
$x = n(A \cup B \cup C) = 19 - (a + b)$ 이므로 (그림에서 7개 부분을 모두 더한 값이다.)
$\therefore 13 \leq x \leq 19$
따라서 x의 최솟값은 13이다.