

1. 수직선 위의 두 점 A(-3), B(a)를 잇는 선분 AB에 대하여 $\overline{AB} = 5$ 를 만족시키는 a 의 값들의 합은?

① -6 ② -5 ③ 3 ④ 5 ⑤ 6

해설

수직선 위의 두 점 A(-3), B(a)에 대하여

$\overline{AB} = |a - (-3)|$ 이므로

$|a + 3| = 5$

$a + 3 = 5$ 또는 $a + 3 = -5$

$\therefore a = 2$ 또는 $a = -8$

따라서 a 의 값들의 합은 -6 이다.

2. 두 점 A(1, 2), B(-2, 6) 사이의 거리는?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{1 - (-2)^2 + (2 - 6)^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} \\ &= 5\end{aligned}$$

3. 두 점 A $(-2, 2)$, B $(5, 5)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 의 좌표는?

① $(1, 0)$

② $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$

③ $(2, 0)$

④ $(3, 0)$

⑤ $(4, 0)$

해설

x 축 위의 점을 P $(x, 0)$ 이라 하면, $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로
 $(x + 2)^2 + 2^2 = (x - 5)^2 + 5^2 \Rightarrow 14x = 42 \Rightarrow x = 3$
 $\therefore$ P $(3, 0)$

4. 두 점 A(2, 3), B(4, 1) 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 에 대하여 원점 O 에서 점 P 까지의 거리는?

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ 2

해설

x 축 위의 점 P 의 좌표를 $P(a, 0)$ 이라 하면 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로

$$\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$$

$$(2-a)^2 + (3-0)^2 = (4-a)^2 + (1-0)^2$$

$$a^2 - 4a + 13 = a^2 - 8a + 17, 4a = 4, a = 1 \therefore \overline{OP} = 1$$

5. 두 점 A(-5, -1), B(4, -5)에서 같은 거리에 있는 $y = -x$ 위에 있는 점의 좌표는?

- ① $\left(\frac{15}{26}, \frac{15}{26}\right)$ ② $\left(\frac{13}{26}, -\frac{13}{26}\right)$ ③ $\left(\frac{13}{26}, -\frac{15}{26}\right)$
④ $\left(\frac{15}{26}, -\frac{13}{26}\right)$ ⑤ $\left(\frac{15}{26}, -\frac{15}{26}\right)$

해설

구하는 점을 P(a , $-a$) 라 하면, ($\because y = -x$)

$$\overline{PA} = \overline{PB} \Rightarrow \overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$$

$$(a+5)^2 + (-a+1)^2 = (a-4)^2 + (-a+5)^2$$

$$a^2 + 10a + 25 + a^2 - 2a + 1$$

$$= a^2 - 8a + 16 + a^2 - 10a + 25$$

$$\Rightarrow 26a = 15 \Rightarrow a = \frac{15}{26}$$

$$\therefore P(a, -a) = \left(\frac{15}{26}, -\frac{15}{26}\right)$$

6. 직선 $x + y = 2$ 위에 있고, 두 점 A(2,3), B(3,2)에 이르는 거리가 같은 점 P의 좌표는?

① (0,2)

② (1,1)

③ (2,0)

④ (3,-1)

⑤ (4,-2)

해설

점 P의 좌표를 $P(a, 2-a)$ 로 놓으면

$$\overline{PA} = \sqrt{(a-2)^2 + (2-a-3)^2}$$

$$= \sqrt{2a^2 - 2a + 5}$$

$$\overline{PB} = \sqrt{(a-3)^2 + (2-a-2)^2}$$

$$= \sqrt{2a^2 - 6a + 9}$$

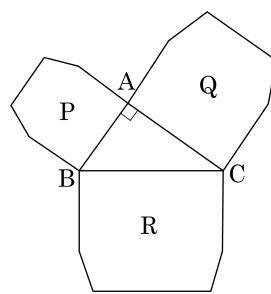
그런데 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$ 에서

$$2a^2 - 2a + 5 = 2a^2 - 6a + 9$$

$$4a = 4 \text{ 에서 } a = 1$$

$$\therefore P(1, 1)$$

7. 다음 그림과 같이, 직각삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 닮은 도형 P, Q, R가 있다. 도형 P, Q, R의 넓이를 각각 x, y, z 라고 할 때, 다음 중 항상 성립하는 것은?

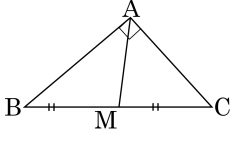


- ① $xy = z$
 ② $x + y = z$
 ③ $x^2 + y^2 = z^2$
 ④ $x^3 + y^3 = z^3$
 ⑤ 위에는 정답이 없다.

해설

도형 P,Q,R 가 닮은 도형들이고 그들의 닮음비가 $\overline{AB} : \overline{AC} : \overline{BC}$ 이므로 도형 P,Q,R의 넓이의 비는 닮음비의 제곱인 $\overline{AB}^2 : \overline{AC}^2 : \overline{BC}^2$ 이 된다. 그런데 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$ 따라서, 도형 P,Q,R의 넓이를 각각 x, y, z라 하면 $x + y = z$

8. 다음은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$ 을 증명한 것이다. 다음 그림과 같이 변 BC의 중점을 M이라 하면



$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \boxed{\text{㉠}} \left(\overline{BM}^2 + \boxed{\text{㉡}}^2 \right)$$

이 때, $\overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이고,

$$\boxed{\text{㉡}} = \boxed{\text{㉢}} \overline{BC} \text{ 이므로}$$

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \boxed{\text{㉣}} \left(\boxed{\text{㉤}} \overline{BC}^2 \right) = \overline{BC}^2$$

위의 증명에서 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

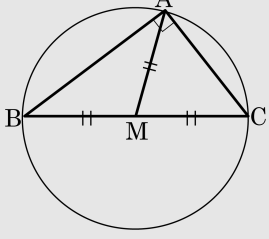
- ① $3, 2\overline{AM}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ ② $4, 2\overline{AM}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$
 ③ $2, \overline{AM}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ ④ $2, \overline{AM}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$
 ⑤ $\frac{16}{5}, \overline{AM}, \frac{1}{4}, \frac{5}{16}$

해설

파푸스의 중선정리에 의해

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \boxed{2} \left(\overline{BM}^2 + \boxed{\overline{AM}}^2 \right)$$

이 때, $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로 점 A는 점 M을 중심으로 하고, 변 BC를 지름으로 하는 원 위의 점이다.



$$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} \text{ 이므로 } \boxed{\overline{AM}} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 &= 2 \left(\frac{\overline{BC}^2}{4} + \frac{\overline{BC}^2}{4} \right) \\ &= \boxed{2} \left(\boxed{\frac{1}{2}} \overline{BC}^2 \right) = \overline{BC}^2 \end{aligned}$$

9. 두 점 A (1, -5), B (6, 5)를 잇는 선분 AB를 2 : 3으로 내분하는 점 P (x, y)의 좌표는?
- ① (3, -1) ② (3, 2) ③ (1, 3)
- ④ (2, 2) ⑤ (2, 1)

해설

공식에 의하여
 $\left(\frac{2 \times 6 + 3 \times 1}{2 + 3}, \frac{2 \times 5 + 3 \times (-5)}{2 + 3}\right)$
= (3, -1)

10. $\triangle ABC$ 의 두 꼭짓점이 $A(0, 1), B(2, 0)$ 이고 무게중심이 $G(2, 1)$ 일 때, 꼭짓점 C 의 좌표를 구하면?

① $(-1, 2)$

② $(1, 0)$

③ $(2, 1)$

④ $(3, 2)$

⑤ $(4, 2)$

해설

꼭짓점 C 의 좌표를 (a, b) 라 하면

$\triangle ABC$ 의 두 꼭짓점이 $A(0, 1), B(2, 0)$ 이고

무게중심이 $G(2, 1)$ 이므로

$$\frac{0+2+a}{3} = 2, \frac{1+0+b}{3} = 1$$

$$\therefore a = 4, b = 2$$

$$\therefore C(4, 2)$$

11. B(4, 2), C(0, 5)인 $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표가 (1, 1)일 때, 꼭짓점 A의 좌표를 구하면?

- ① A(-2, -3) ② A(-2, -4) ③ A(-1, -4)
④ A(-1, -3) ⑤ A(-1, 4)

해설

A(x, y)라 하면

$$\frac{x+4+0}{3} = 1, \frac{y+2+5}{3} = 1$$

$$\therefore x = -1, y = -4$$

12. 네 점 $O(0,0)$, $A(-3,0)$, $B(4,0)$, $C(2,5)$ 에 대하여 삼각형 AOC의 넓이는 삼각형 BOC의 넓이의 몇 배인가?

① $\frac{3}{7}$

② $\frac{4}{7}$

③ $\frac{3}{4}$

④ $\frac{4}{3}$

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$\triangle AOC$ 와 $\triangle BOC$ 의 높이가 같으므로

$\triangle AOC$ 와 $\triangle BOC$ 의 넓이의 비는 두 삼각형의 밑변의 비와 같다.

$\overline{AO} : \overline{BO} = 3 : 4$ 이므로 $\triangle AOC$ 의 넓이는 $\triangle BOC$ 의 넓이의 $\frac{3}{4}$ 배이다.

13. 수직선 위의 두 점 $A(a), B(b)(a > b)$ 사이의 거리 $\overline{AB}$ 는 5이고 점 $C(a + b)$ 의 좌표를 -1 이라 할 때, 점 $D(a - b)$ 의 좌표는?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$a > b$ 일때, $A(a), B(b)$ 사이의 거리는 $a - b$ 이므로, $a - b = 5$
따라서 $D(a - b)$ 의 좌표는 5

14. 좌표평면 위의 두 점 $P(a, 3)$, $Q(1, a)$ 에 대하여 $\overline{PQ} = \sqrt{2}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\overline{PQ} = \sqrt{(1-a)^2 + (a-3)^2} = \sqrt{2a^2 - 8a + 10}$$

$$\overline{PQ} = \sqrt{2} \text{ 이므로 } \sqrt{2a^2 - 8a + 10} = \sqrt{2}$$

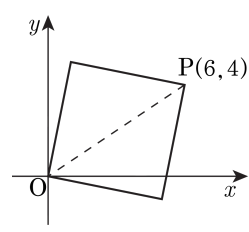
$$\text{양변을 제곱하면 } 2a^2 - 8a + 10 = 2$$

$$2a^2 - 8a + 8 = 0, a^2 - 4a + 4 = 0, (a-2)^2 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

15. 다음 그림과 같은 정사각형의 넓이는?

- ① 16 ② 20 ③ 26
④ 32 ⑤ 52



해설

$\overline{OP} = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52}$ 이므로
주어진 정사각형의 한 변의 길이를 a 라고 하면
 $\sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{52}$ 에서 $a^2 = 26$ 이다.
따라서 정사각형의 넓이는 26이다

16. 좌표평면 위의 두 점 A(3,2) , B(5,4) 와 x 축 위를 움직이는 점 P 에 대하여 PA + PB 의 최솟값은?

- ① 6
- ② $\sqrt{37}$
- ③ $\sqrt{38}$
- ④ $\sqrt{39}$
- ⑤ $\sqrt{40}$

해설

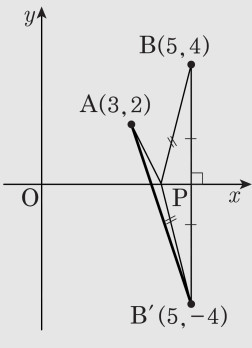
다음 그림과 같이 점 B(5, 4) 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 B'(5, -4) 라 하면

$\overline{PB} = \overline{PB'}$ 이므로

$\overline{PA} + \overline{PB} = \overline{PA} + \overline{PB'} \geq \overline{AB'}$

따라서 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 최솟값은 $\overline{AB'}$ 이고

$\overline{AB'} = \sqrt{(5-3)^2 + (-4-2)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$



17. 두 점 $A(a, 1)$, $B(3, b)$ 에 대하여 선분 AB를 3 : 2 로 외분하는 점이 (1, 4) 일 때, $a + b$ 를 구하면?

① 6 ② 4 ③ 3 ④ -3 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(1, 4) &= \left(\frac{3 \cdot 3 - 2 \cdot a}{3 - 2}, \frac{3 \cdot b - 2 \cdot 1}{3 - 2} \right) \\ &= (9 - 2a, 3b - 2) = (1, 4) \text{ 이므로} \\ 9 - 2a &= 1, 2a = 8, a = 4 \\ 3b - 2 &= 4, 3b = 6, b = 2 \\ \therefore a + b &= 6\end{aligned}$$

18. $3\overline{PA} = 2\overline{PB}$ 가 되도록 하는 선분 AB 위의 점 P에 대하여 A(-3, 2)이고, P(1, 0)일 때, 점 B의 x 좌표와 y 좌표의 합은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

$3\overline{PA} = 2\overline{PB}$ 이므로
 $\overline{PA} : \overline{PB} = 2 : 3$ 이고,
점 P가 선분 AB 위의 점이므로
점 P는 선분 AB를 2 : 3으로 내분하는 점이다.
이 때, 점 B의 좌표를 B(a, b)라 하면
 $\left(\frac{2 \times a + 3 \times (-3)}{2 + 3}, \frac{2 \times b + 3 \times 2}{2 + 3}\right) = (1, 0)$
 $\frac{2a - 9}{5} = 1, \frac{2b + 6}{5} = 0$
 $\therefore a = 7, b = -3$
 $\therefore a + b = 4$

19. 두 점 A(1),B(5)에 대하여 선분 AB를 3 : 1로 내분하는 점 P와 선분 AB를 3 : 1로 외분하는 점 Q 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{3 \times 5 + 1 \times 1}{3 + 1} = 4$$

∴ P(4)

$$\frac{3 \times 5 - 1 \times 1}{3 - 1} = 7$$

∴ Q(7)

$$\therefore PQ = |7 - 4| = 3$$

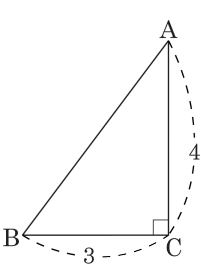
20. 다음 중 가장 큰 수는?

- ① $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{2\sqrt{2} + \sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{3\sqrt{2} + \sqrt{3}}{4}$
④ $\frac{4\sqrt{2} + \sqrt{3}}{5}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{2} + \sqrt{3}}{6}$

해설

내분점의 성질을 이용하면 $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$ 이 가장 크다.

21. 다음 그림과 같이 $\overline{BC} = 3$, $\overline{AC} = 4$ 인 직각 삼각형이 있다. 선분 AB를 2 : 3으로 외분하는 점을 P, 3 : 2로 외분하는 점을 Q라 할 때, $\overline{CP}^2 + \overline{CQ}^2$ 의 값은?
- ① 125 ② 200 ③ 250
 ④ 325 ⑤ 450



해설

점 C를 원점으로 잡으면 점 A, B의 좌표는 각각 A(0, 4), B(-3, 0)이다.

따라서 선분 AB를 2 : 3으로

외분하는 점 P의 좌표는

$$P\left(\frac{2 \times (-3) - 3 \times 0}{2 - 3}, \frac{2 \times 0 - 3 \times 4}{2 - 3}\right)$$

$$= P(6, 12)$$

선분 AB를 3 : 2로 외분하는 점 Q의 좌표는

$$Q\left(\frac{3 \times (-3) - 2 \times 0}{3 - 2}, \frac{3 \times 0 - 2 \times 4}{3 - 2}\right)$$

$$= Q(-9, -8)$$

$$\begin{aligned} \overline{CP}^2 + \overline{CQ}^2 &= (6^2 + 12^2) + (9^2 + 8^2) \\ &= 325 \end{aligned}$$

22. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 네 꼭짓점의 좌표가 각각 A(1, 5), B(-1, 3), C(-1, -1), D(a, b) 일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

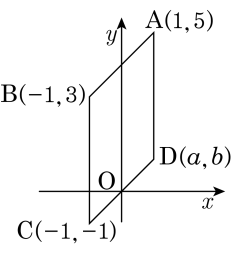
해설

평행사변형의 성질에 의해 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 두 선분 AC 와 BD 의 중점은 일치한다.

즉, $\left(\frac{1+(-1)}{2}, \frac{5+(-1)}{2}\right) = \left(\frac{-1+a}{2}, \frac{3+b}{2}\right)$

$\therefore a = 1, b = 1$

$\therefore ab = 1$



23. 좌표평면 위의 점 A(3, -2), B(4, 5), C(-1, 3)을 세 꼭짓점으로 하는
평행사변형 ABCD의 나머지 꼭짓점 D의 좌표를 (x, y)라 할 때 x+y
의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

□ABCD는 평행사변형이므로
대각선 AC의 중점과 대각선 BD의 중점이 일치한다.
점 D의 좌표를 (x, y)라고 하면
$$\left(\frac{3+(-1)}{2}, \frac{-2+3}{2}\right) = \left(\frac{4+x}{2}, \frac{5+y}{2}\right)$$
$$\therefore x = -2, y = -4$$

따라서 점 D의 좌표는 (-2, -4)

24. 세 점 A (1, 5), B (-4, -7), C (5, 2)가 좌표평면 위에 있다. $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라 할 때, 점 D의 좌표를 구하면?

① (0, 0)

② $\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$

③ $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

④ $\left(-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right)$

⑤ $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{6}\right)$

해설

$$\overline{AB} = 13, \overline{AC} = 5$$

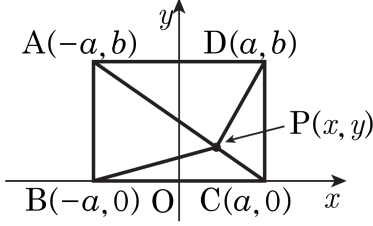
$$\text{따라서 } \overline{AB} : \overline{AC} = 13 : 5$$

D는 B, C를 13 : 5로 내분한 점

$$\therefore \left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

25. 다음은 직사각형 ABCD와 임의의 점 P에 대하여 $\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{DP}^2$ 이 성립함을 보인 것이다. ㉠ ~ ㉣에 들어갈 말 중 옳지 않은 것은?

다음 그림과 같이 직사각형 ABCD의 한 변 BC를 x 축, $\overline{BC}$ 의 수직이등분선을 y 축으로 잡으면
 $A(-a, b)$, $B(-a, 0)$, $C(a, 0)$, $D(a, b)$ 로 놓을 수 있다.



이때, 점 P의 좌표를 $P(x, y)$ 라고 하면
 $\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 =$ ㉠ + ㉡
 $= 2(x^2 + y^2 + a^2 - by) + b^2 \cdots$ ㉢
 $\overline{BP}^2 + \overline{DP}^2 =$ ㉣ + ㉤
 $= 2(x^2 + y^2 + a^2 - by) + b^2 \cdots$ ㉥
 ㉢, ㉥로부터 $\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 =$ ㉦

- ㉠ ㉠ : $(x + a)^2 + (y + b)^2$
 ㉡ ㉡ : $(x - a)^2 + y^2$
- ㉢ ㉢ : $(x + a)^2 + y^2$
 ㉣ ㉣ : $(x - a)^2 + (y - b)^2$
- ㉤ ㉤ : $\overline{BP}^2 + \overline{DP}^2$

해설

$A(-a, b)$, $B(-a, 0)$, $C(a, 0)$, $D(a, b)$, $P(x, y)$ 이므로
 $\overline{AP}^2 = (x + a)^2 + (y - b)^2 \cdots$ (가)
 $\overline{CP}^2 = (x - a)^2 + y^2 \cdots$ (나)
 $\overline{BP}^2 = (x + a)^2 + y^2 \cdots$ (다)
 $\overline{DP}^2 = (x - a)^2 + (y - b)^2 \cdots$ (라)
 $\therefore \overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{DP}^2 \cdots$ (마)

26. 좌표평면 위의 네 점 A(1, 2), P(0, b), Q(a, 0), B(5, 1)에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB}$ 의 최솟값을 k 라 할 때, k^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

점 A (1, 2)의 y축에 대하여 대칭인 점을 A'(-1, 2), 점 B(5, 1)의 x축에 대하여 대칭인 점을 B'(5, -1)이라 하면
 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB} = \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QB'}$
 $\geq \overline{A'B'} = \sqrt{(5+1)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{45}$
따라서 $k = \sqrt{45}$ 이므로 $k^2 = 45$

27. 두 점 A(1, 2), B(-3, 0) 으로부터 같은 거리에 있는 점들의 자취의 방정식은?

① $y = 2x + 1$

② $y = 2x - 1$

③ $y = -2x + 1$

④ $y = -2x - 1$

⑤ $y = -x + 2$

해설

구하는 점을 P(x,y) 라 하면

$\overline{AP} = \overline{BP}$ 이므로

$$\sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{(x+3)^2 + y^2}$$

양변을 제곱해서 정리하면

$$-8x - 4y - 4 = 0, -4y = 8x + 4$$

$$\therefore y = -2x - 1$$

해설

두 점 으로부터 같은 거리에 있는 점의 자취는 선분의 수직이등분이다.

$\overline{AB}$ 의 기울기가 $\frac{1}{2}$ 이므로

$\overline{AB}$ 의 수직이등분선은 기울기는 -2 이고

$\overline{AB}$ 의 중점(-1, 1) 을 지난다.

$$\therefore y - 1 = -2(x + 1)$$

$$\therefore y = -2x - 1$$

28. 두 점 A(3, 0), B(0, 2)에 대하여 $\overline{PA}^2 - \overline{PB}^2 = 5$ 를 만족하는 점 P의 자취의 방정식은?

① $-3x + 2y + 9 = 0$

② $3x + 2y = 0$

③ $6x - 4y + 9 = 0$

④ $-3x + 2y = 0$

⑤ $-6x + 4y - 5 = 0$

해설

구하는 점을 P(x, y)라 하면

$\overline{PA}^2 - \overline{PB}^2 = 5$ 에서

$$(x-3)^2 + y^2 - \{x^2 + (y-2)^2\} = 5$$

정리하면 $-6x + 4y = 0$

$$\therefore -3x + 2y = 0$$

29. 두 점 A(1, 5), B(5, 3)에 대하여 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 값이 최소가 되는 점 P의 좌표는?
- ① (4, 5) ② (3, 4) ③ (2, 3)
- ④ (1, 2) ⑤ (0, 1)

해설

$\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 값이 최소가 되기 위한
점 P는 점 A와 점 B의 중점이어야 한다.
따라서 P(3, 4)

해설

P(x, y)로 놓으면
$$\begin{aligned}\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 &= \{(x-1)^2 + (y-5)^2\} \\ &\quad + \{(x-5)^2 + (y-3)^2\} \\ &= 2x^2 - 12x + 2y^2 - 16y + 60 \\ &= 2(x^2 - 6x + 9) + 2(y^2 - 8y + 16) + 10 \\ &= 2(x-3)^2 + 2(y-4)^2 + 10\end{aligned}$$
따라서 x = 3, y = 4일 때 최솟값을 갖는다.

30. 세 점 $A(-1, -4)$, $B(3, -3)$, $C(7, 1)$ 과 좌표평면 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$ 의 최솟값은?

① 46 ② 45 ③ 44 ④ 43 ⑤ 42

해설

점 P 를 $P(x, y)$ 라고 하면

$$\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$$

$$= \{(x+1)^2 + (y+4)^2\}$$

$$+ \{(x-3)^2 + (y+3)^2\}$$

$$+ \{(x-7)^2 + (y-1)^2\}$$

$$= x^2 + 2x + 1 + y^2 + 8y + 16 + x^2 - 6x + 9$$

$$+ y^2 + 6y + 9 + x^2 - 14x + 49 + y^2 - 2y + 1$$

$$= 3x^2 - 18x + 3y^2 + 12y + 85$$

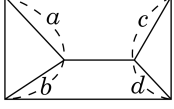
$$= 3(x^2 - 6x + 9) + 3(y^2 + 4y + 4) + 46$$

$$= 3(x-3)^2 + 3(y+2)^2 + 46$$

따라서 $x=3$, $y=-2$ 일 때,

$\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$ 의 최솟값은 46 이다.

31. 다음 그림과 같이, 직사각형의 내부에 임의의 선분이 한 변에 평행하게 놓여 있다. 선분의 끝점과 꼭지점 사이의 거리를 a, b, c, d 라고 할 때, 다음 중 항상 성립하는 것은?



- ① $\sqrt{a} + \sqrt{c} = \sqrt{a} + \sqrt{d}$
 ② $a + c = b + d$
- ③ $a + b = c + d$
 ④ $a^2 + d^2 = b^2 + c^2$
- ⑤ $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$

해설

좌표를 도입하여 점 B 가 원점이 되도록 하면

A(0, q), C(p, 0) 라 할 수 있고 D(p, q) 이다.

이때, E(x, y), F(z, y) 라고 하면

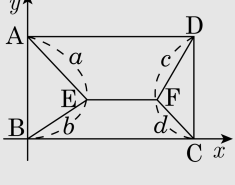
$$a^2 = x^2 + (y - q)^2$$

$$b^2 = x^2 + y^2$$

$$c^2 = (z - p)^2 + (y - q)^2$$

$$d^2 = (z - p)^2 + y^2 \text{ 이므로}$$

$$\therefore a^2 + d^2 = b^2 + c^2$$



32. $\triangle ABC$ 의 변 BC 의 중점을 M 이라 할 때, $\overline{AB} = 8$, $\overline{AC} = 6$, $\overline{BC} = 10$ 이면 $\overline{AM}$ 의 길이는?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$ 이므로

$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다.

그리고 빗변인 $\overline{BC}$ 의 중점인 M 은 직각삼각형의 외심이다.

$\therefore \overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = 5$