

1. 다음 중 집합이 아닌 것을 모두 찾아라.

- ① 7 보다 작은 자연수의 모임
- ② 키가 큰 나무의 모임
- ③ 월드컵을 개최한 나라의 모임
- ④ 우리 반에서 농구를 잘 하는 학생의 모임
- ⑤ 15의 약수의 모임

해설

'키가 큰', '농구를 잘하는' 은 그 대상을 분명히 알 수 없으므로 집합이 아니다.

2. 다음 보기는 제주도의 숙박시설들의 모임이다. 호텔의 모임을 A , 콘도의 모임을 B , 펜션의 모임을 C 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

보기

호텔 : 으뜸 호텔, 오페 호텔
콘도 : 카나 콘도, 자연 파크 리조트
펜션 : 지중해 펜션, 삼다도 펜션, 차구도 펜션, 월령 코지

- ① 오페 호텔 $\in A$ ② 카나 콘도 $\notin A$
③ 으뜸 호텔 $\notin A$ ④ 삼다도 펜션 $\in C$
⑤ 월령 코지 $\notin B$

해설

으뜸 호텔 $\in A$

3. 집합 $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, 1, 2\}$ 의 부분집합의 개수는?

- ① 7개 ② 8개 ③ 12개 ④ 16개 ⑤ 32개

해설

집합 A 의 원소의 개수가 4 개이므로 부분집합의 개수는 $2^4 = 16$ (개)

4. $A = \{1, 2, 3\}$ 일 때, 다음 중에서 옳지 않은 것은?

① $\emptyset \subset A$

② $\{2\} \in A$

③ $\{1, 2, 3\} \subset A$

④ $\{1, 2\} \subset A$

⑤ $A \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

해설

② $\{2\} \subset A$

5. 다음 보기 중 옳은 것을 골라라.

보기

㉠ $\{0\} = \emptyset$

㉡ $\emptyset \notin \{\emptyset\}$

㉢ $\{a, b\} \subset \{b, a\}$

㉣ $\{1\} \subset \{2, 3, 4\}$

▶ 답:

▶ 정답: ㉢

해설

㉠ $\{0\}$ 은 원소 0을 포함하는 집합이다.

㉡ \emptyset 은 모든 집합의 부분집합이다.

㉢ 모든 집합은 자기 자신의 부분집합이다.

㉣ 집합 $\{2, 3, 4\}$ 는 집합 $\{1\}$ 을 포함하지 않는다.

6. 다음 중 집합 $\{2, 3, 5\}$ 의 진부분집합인 것은?

① $\{1\}$

② $\{1, 2\}$

③ $\{2, 4\}$

④ $\{3, 5\}$

⑤ $\{2, 3, 5\}$

해설

$\{2, 3, 5\}$ 의 부분집합 중 $\{2, 3, 5\}$ 을 제외한 나머지 부분집합을 찾으면 된다.

9. 다음 ①, ②, ③, ④와 서로 같은 집합을 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣ 중에서 차례대로 골라 쓰시오.

① {1, 2, 3}	㉠ {가, 나, 다}
② {d, e, b}	㉡ {x x는 4 미만의 자연수}
③ {5, 7, 9, 1, 3}	㉢ {b, e, d}
④ {다, 나, 가}	㉣ {1, 3, 5, 7, 9}

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉡

▶ 정답: ㉣

▶ 정답: ㉢

▶ 정답: ㉠

해설

{x|x는 4 미만의 자연수} = {1, 2, 3}

10. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{의 약수}\}$ 일 때, $A \cap B$ 는?

① $\{1, 2, 3, 10\}$

② $\{1, 2, 3, 6\}$

③ $\{2, 3, 4, 5\}$

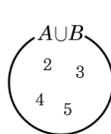
④ $\{1, 2\}$

⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 10, 20\}$

해설

$A \cap B$ 는 A 에도 속하고 B 에도 속하는 집합을 말한다.
집합 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$
이므로 두 집합의 공통부분은 $\{1, 2\}$ 가 된다.

11. 두 집합 A, B 에 대하여, 집합 $A = \{2, 3\}$ 이고 $A \cup B$ 는 다음 벤 다이어그램과 같다. 이를 만족하는 집합 B 로 가능한 것은?



- ① \emptyset ② $\{4\}$ ③ $\{4, 5\}$
④ $\{2, 4\}$ ⑤ $\{1, 2, 4, 5\}$

해설

$A = \{2, 3\}$, $A \cup B = \{2, 3, 4, 5\}$ 이므로 $\{4, 5\} \subset B \subset \{2, 3, 4, 5\}$ 이다.

12. 전체집합 U 와 그 부분집합 A, B 가 있다. $A \cap B \neq \emptyset$ 일 때, 다음 중 $B - A$ 의 설명은?

- ① $x \in A$ 그리고 $x \notin B$ ② $x \in B$ 그리고 $x \notin A$
③ $x \in A$ 그리고 $x \in B$ ④ $x \in A$ 또는 $x \in B$
⑤ $x \in U$ 그리고 $x \notin A$

해설

$$B - A = \{x \mid x \in B \text{ 그리고 } x \notin A\}$$

13. 전체집합 U 의 부분집합 A 에 대하여 $n(U) = 11$, $n(A) = 4$ 일 때, $n(A^c)$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$n(A^c) = n(U) - n(A) = 11 - 4 = 7$$

14. 다음 글을 읽고, 밑줄 친 부분을 수학적 표현을 사용하여 나타낼 때, 틀린 곳을 구하여라.

엄마 : 오늘 오는 친구 중에 초등학교 친구와
중학교 친구는 각각 몇 명이니?
성실 : 초등학교 친구 6명과 중학교 친구 8명이요.
 $n(A)=6$ $n(B)=8$
이 말을 들은 엄마는 14명이 먹을 수 있는
음식을 준비했다.
(그 날 저녁)
친구들 : 안녕하세요.
엄마 : 어서들 와라. 그런데! 승훈아!
왜 11명이니? 안 온 사람 있니?
㉠ $n(A \cup B)=11$
성실 : 아니요,
제가 초대한 친구는 모두 왔는데요.
엄마 : 그럼,
초등학교와 중학교가 모두 같은 친구는 3명.
 $n(A \cap B)=3$
초등학교 친구 중 중학교가 다른 친구는 3명
이지? ㉡ $n(B-A)=3$
성실 : 예, 맞아요.

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

해설

초등학교 친구 중 중학교가 다른 친구들의 집합은 $A - B$ 이므로
 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 6 - 3 = 3$ (명)이다.
따라서 ㉡의 수학적 표현은 $n(A - B) = 3$ 이다.

15. $x > 0, y > 0$ 일 때, $(3x + 4y)\left(\frac{3}{x} + \frac{1}{y}\right)$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 25

해설

$x > 0, y > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$(3x + 4y)\left(\frac{3}{x} + \frac{1}{y}\right)$$

$$= 13 + \frac{12y}{x} + \frac{3x}{y}$$

$$\geq 13 + 2\sqrt{\frac{12y}{x} \cdot \frac{3x}{y}}$$

$$= 13 + 12 = 25$$

$$\therefore (3x + 4y)\left(\frac{3}{x} + \frac{1}{y}\right) \geq 25$$

(단, 등호는 $\frac{12y}{x} = \frac{3x}{y}$, 즉 $x = 2y$ 일 때 성립)

따라서 최솟값은 25이다.

16. 다음 집합을 원소나열법으로 나타낸 것은?

{ x 는 10이하의 홀수}

① {1, 3}

② {1, 3, 5}

③ {1, 3, 5, 7}

④ {1, 3, 5, 7, 9}

⑤ {1, 3, 5, 7, 9, 10}

해설

{ x 는 10이하의 홀수} = {1, 3, 5, 7, 9}

17. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}$ 이므로
 $n(A) = 4$

18. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 일 때, 다음 중 A 의 부분집합이 아닌 것은?

① $\{1\}$

② \emptyset

③ $\{1, 2, 4\}$

④ $\{0\}$

⑤ $\{1, 2, 3, 4\}$

해설

집합 A 의 부분집합을 구하면

$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 4\}$

19. 다음 규칙에 따라 전광판은 불이 들어온다고 한다. 불이 켜진 전광판이 나타내는 숫자를 구하여라.

[규칙]

불이 들어오는 자리는 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 4를 반드시 포함하고, 원소 6을 포함하지 않는 부분집합이다.

{1, 4}	{3, 4}	{1, 2, 4}
{1, 3, 4}	{1, 4, 6}	{1, 2, 4, 5}
{1, 4, 5}	{1, 2, 3, 4}	{1, 3, 4, 5}
{2, 3, 4, 6}	{1, 2, 4, 6}	{1, 2, 3, 4, 5}

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

집합 A 의 부분집합 중 원소 1, 4를 반드시 포함하고 6을 포함하지 않는 부분집합을 구하면 {1, 4}, {1, 2, 4}, {1, 3, 4}, {1, 4, 5}, {1, 2, 3, 4}, {1, 2, 4, 5}, {1, 3, 4, 5}, {1, 2, 3, 4, 5}이다. 다음 그림과 같이 전광판에 나타나는 숫자는 4이다.

20. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 의 부분집합의 개수가 8 개일 때, 자연수 n 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$2^n = 8 \therefore n = 3$$

21. 다음 중 옳은 것은?

보기

- ㉠ $n(\emptyset) = 0$
- ㉡ $A \subset B$ 이면, $n(A) \leq n(B)$ 이다.
- ㉢ $n(\{x \mid x \text{는 } 1 \text{ 이상 } 4 \text{ 이하의 짝수}\}) = 2$
- ㉣ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$
- ㉤ $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{e\}) = 3$

① ㉡, ㉢, ㉤

② ㉠, ㉢, ㉣

③ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

④ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉣ 반례 : $A = \{2\}$, $B = \{1, 3\}$

22. 두 집합 $A = \{a+1, 4, 5\}$, $B = \{a, 3, 5\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{3, 5\}$ 일 때, a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3 \in A$ 이므로 $a+1=3$
 $\therefore a=2$

23. $n(A) = 16$, $n(B) = 10$, $n(A \cup B) = 24$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$\begin{aligned}n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 16 + 10 - 24 = 2\end{aligned}$$

25. 두 집합 $A = \{2, 4, 6, 8\}$, $B = \{6, 8, 9, 10\}$ 에 대하여 $(A \cup B) - (A \cap B)$ 는?

① $\{2\}$

② $\{4\}$

③ $\{2, 4, 8\}$

④ $\{2, 4, 9\}$

⑤ $\{2, 4, 9, 10\}$

해설

$(A \cup B) - (A \cap B) = \{2, 4, 6, 8, 9, 10\} - \{6, 8\} = \{2, 4, 9, 10\}$ 이다.

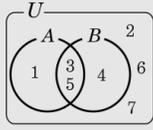
26. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{3, 4, 5\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = (\{1, 3, 4, 5\})^c = \{2, 6, 7\}$ 이므로 원소의 합은 $2 + 6 + 7 = 15$ 이다.



27. 다음 중 '모든 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있다.'의 부정인 명제를 고르면?

- ① 평화시에 살고 있지 않으면 평화고등학교 학생이 아니다.
- ② 평화시에 사는 학생은 평화고등학교 학생이다.
- ③ 모든 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있지 않다.
- ④ 평화시에 살고 있지 않은 평화고등학교 학생이 적어도 한명은 있다.
- ⑤ 어떤 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있다.

해설

모든 ~ 이다. : (부정) ⇒ 어떤 ~ 아니다.
적어도 ~ 아니다.

28. 다음 중 명제의 대우가 참인 것은?

- ① x 가 유리수이면 x^2 은 유리수이다.
- ② 두 직사각형의 넓이가 같으면 두 직사각형은 합동이다.
- ③ $x^2 = y^2$ 이면 $x = y$ 이다.
- ④ 닮음인 두 삼각형은 합동이다.
- ⑤ x 또는 y 가 무리수이면 $x + y$ 가 무리수이다.

해설

명제의 대우가 참이면 주어진 명제도 참이다.

30. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cup B) - A = \emptyset$ 가 성립하기 위한 필요충분조건은?

① $A \subset B$

② $A \cap B = \emptyset$

③ $A \cap B = A$

④ $A \cup B = A$

⑤ $A \cup B = U$

해설

B 집합이 A 집합 안에 포함된다는 의미이므로 ④가 정답이다.

31. 다음 중 조건 p, q 에 대하여 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓인 것은? (단, x, y 는 실수이다.)

① $p : x = 1, \quad q : x^2 - 3x + 2 = 0$

② $p : x^2 = 1, \quad q : |x| = 1$

③ $p : x, y$ 는 홀수이다.
 $q : x + y$ 는 짝수이다.

④ 세 집합 A, B, C 에 대하여
 $p : A \cup C = B \cup C, \quad q : A = B$

⑤ $p : \square ABCD$ 는 마름모이다.
 $q : \square ABCD$ 는 평행사변형이다.

해설

① $x = 1$ 이면 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 이므로 참이다.

② $x^2 = 1$ 이면 $x = -1, 1$ 이므로
 $|x| = |-1| = |1| = 1$

따라서, 주어진 명제는 참이다.

③ $x = 2m + 1, y = 2n + 1$ (m, n 은 정수) 이라 하면 $x + y = (2m + 1) + (2n + 1) = 2(m + n + 1)$ 이므로 참이다.

④ (반례) 벤 다이어그램에서 $A \subset C$ 이고 $B \subset C$ 이면 $A \cup C = B \cup C$ 이지만 $A \neq B$ 이다.



⑤ 마름모는 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다. 따라서, 주어진 명제는 참이다.

32. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $((A-B) \cup (A \cap B)) \cap B = A$ 가 성립할 때, 다음 중 반드시 성립하는 것은?

- ① $A - B = \emptyset$ ② $A \cap B = \emptyset$ ③ $A^c \subset B^c$
④ $B^c \cup A = U$ ⑤ $A^c \cap B = \emptyset$

해설

$$\begin{aligned} ((A-B) \cup (A \cap B)) \cap B &= ((A \cap B^c) \cup (A \cap B)) \cap B = (A \cap (B^c \cup B)) \cap B \\ &= (A \cap U) \cap B = A \cap B = A \quad \therefore A \subset B \leftrightarrow A - B = \emptyset \end{aligned}$$

33. 세 명제 $\sim q \rightarrow p$, $r \rightarrow \sim p$, $\sim r \rightarrow s$ 가 참일 때, 다음 중 이 세 명제로부터 추론할 수 없는 것은?

- ① $\sim p \Rightarrow q$ ② $r \Rightarrow q$ ③ $\sim s \Rightarrow p$
④ $\sim q \Rightarrow \sim r$ ⑤ $p \Rightarrow s$

해설

$\sim q \Rightarrow p$ 이고, $r \Rightarrow \sim p$ 에서 $p \Rightarrow \sim r$, 또 $\sim r \Rightarrow s$ 이므로
 $\sim q \Rightarrow p \Rightarrow \sim r \Rightarrow s \dots \text{㉠}$
① $\sim q \Rightarrow p$ 이므로 그 대우도 참이다. 즉, $\sim p \Rightarrow q$
②, ④ ㉠에서 $\sim q \Rightarrow \sim r$ 이므로 그 대우도 참이다. 즉, $r \Rightarrow q$
③, ⑤ ㉠에서 $p \Rightarrow s$ 이므로 $\sim s \Rightarrow \sim p$ 이지만 $\sim s \Rightarrow p$ 인지는
알 수 없다.

34. $a \leq x \leq 6$ 은 $2 \leq x \leq 5$ 이기 위한 필요조건이고, $b \leq x \leq 4$ 은 $2 \leq x \leq 5$ 이기 위한 충분조건일 때 a 의 최댓값과 b 의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\{x|2 \leq x \leq 5\} \subset \{x|a \leq x \leq 6\}$$

$$\therefore a \leq 2$$

$$\{x|b \leq x \leq 4\} \subset \{x|2 \leq x \leq 5\}$$

$$\therefore 2 \leq b$$

a 의 최댓값은 2, b 의 최솟값은 2

$$\therefore 2 + 2 = 4$$

35. 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 q 이기 위한 충분조건, r 은 q 이기 위한 필요조건, r 은 s 이기 위한 충분조건, q 는 s 이기 위한 필요조건일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① q 는 p 이기 위한 충분조건이다.
- ② r 은 p 이기 위한 충분조건이다.
- ③ p 는 r 이기 위한 필요충분조건이다.
- ④ r 은 s 이기 위한 필요충분조건이다.
- ⑤ s 는 p 이기 위한 필요충분조건이다.

해설

주어진 조건을 그림처럼 도식화 해보면 q, r, s 는 서로 필요충분조건이고 p 는 q, r, s 이기 위한 충분조건이다.



∴ ④

36. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$\textcircled{1} X \subset A \quad \textcircled{2} 2 \in X \quad \textcircled{3} n(X) \leq 3$$

▶ 답: 개

▷ 정답: 11 개

해설

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

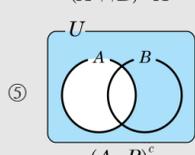
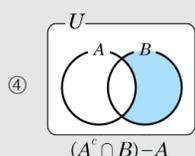
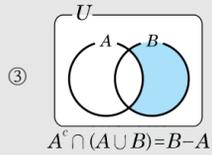
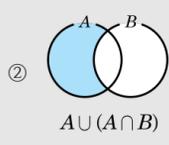
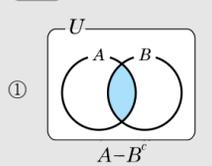
집합 X 는 2를 원소로 갖고 원소의 개수가 3개 이하인 A 의 부분집합이므로

$\{2\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{2, 8\}, \{2, 10\}, \{2, 4, 6\}, \{2, 4, 8\}, \{2, 4, 10\}, \{2, 6, 8\}, \{2, 6, 10\}, \{2, 8, 10\}$ 의 11개이다.

37. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중에서 옳지 않은 것은?

- ① $A - B^c = A \cap B$ ② $A \cup (A \cap B) = A \cap (A \cup B)$
 ③ $A^c \cap (A \cup B) = A - B$ ④ $(A^c \cap B) - A = B \cap A^c$
 ⑤ $(A - B)^c = A^c \cup B$

해설



38. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때 $(A-B) \cup X = X, (A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

$$A = \{x|x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, B = \{x|x \text{는 } 5 \text{이하의 홀수}\}$$

- ① 2개 ② 4개 ③ 6개 ④ 8개 ⑤ 10개

해설

$$(A-B) \cup X = X \text{ 이므로 } (A-B) \subset X$$

$$(A \cup B) \cap X = X \text{ 이므로 } X \subset (A \cup B),$$

$$A = \{1, 2, 4, 8\}, B = \{1, 3, 5\}$$

$$\{2, 4, 8\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$$

집합 X 는 집합 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 2, 4, 8을 반드시 포함하는 집합이다.

$$\therefore 2^{6-3} = 2^3 = 8 \text{ (개)}$$

39. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 세 부분집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$, $C = \{1, 2, 5\}$ 에서 $A \star B = (A - B) \cup (B - A)$ 라 할 때, 집합 $(A \star B) \star C$ 의 원소의 합을 구하면?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} A \star B &= (A - B) \cup (B - A) = \{1, 2, 4\} \\ \{1, 2, 4\} \star C &= (\{1, 2, 4\} - C) \cup (C - \{1, 2, 4\}) \\ &= \{4, 5\} \\ \therefore (A \star B) \star C &= \{4, 5\} \end{aligned}$$

40. 두 조건 p, q 가 $p : |x| < a, q : |x-1| \geq 3$ 과 같이 주어져 있다. 명제 $\sim p \rightarrow q$ 가 참일 때, 양수 a 의 범위를 구하면?

- ① $0 < a \leq 4$ ② $a > 4$ ③ $a \geq 4$
 ④ $a > 2$ ⑤ $2 \leq a \leq 4$

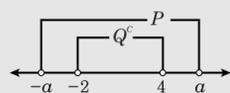
해설

$$\sim p \rightarrow q \Rightarrow \sim q \rightarrow p \Rightarrow Q^c \subset P$$

$$P = \{x \mid -a < x < a\}$$

$$Q = \{x \mid x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq 4\}$$

$$Q^c = \{x \mid -2 < x < 4\}$$



$$-a \leq -2 \rightarrow a \geq 2, a \geq 4$$

$$\therefore a \geq 4$$