

1. 등식 $2x^2 - 6x - 2 = a(x+1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x+1)$ 가 x 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 상수 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -2

해설

$x = 0$ 을 대입하면 : $a = 1$

$x = -1$ 을 대입하면 : $b = 2$

$x = 2$ 을 대입하면 : $c = -1$

$\therefore a + b + c = 2$

2. 다항식 $ax + ay - bx - by$ 를 인수분해 하면?

① $x(a - b)$

② $(a - b)(x - y)$

③ $(a + b)(x - y)$

④ $(a - b)(x + y)$

⑤ $(a + b)(x + y)$

해설

$$\begin{aligned} ax + ay - bx - by &= a(x + y) - b(x + y) \\ &= (a - b)(x + y) \end{aligned}$$

3. 실수 x 에 대하여 $|x-2|^2 - |3-x|^2 - \sqrt{-9} + \sqrt{-16}$ 을 $a+bi$ 꼴로 나타낼 때 $a+b$ 의 값을 구하면?

① -5

② $2x-4$

③ $2x$

④ $2x-5$

⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x-2)^2 - (3-x)^2 - 3i + 4i \\ &= 2x - 5 + i\end{aligned}$$

$$\therefore a = 2x - 5, b = 1$$

$$\therefore a + b = 2x - 4$$

4. 다음 등식을 만족하는 실수 $x + y$ 의 값을 구하시오.

$$3x + 3 + (2y - 9)i = 9 + 5i$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

복소수가 서로 같을 조건에서

$$3x + 3 = 9, 2y - 9 = 5$$

이것을 연립하여 풀면 $x = 2, y = 7$

5. 방정식 $|x + 5| = 1$ 를 만족하는 x 의 값들의 합은?

① -9

② -10

③ -11

④ -12

⑤ -13

해설

$$|x + 5| = 1$$

$$\Rightarrow x + 5 = 1 \text{ 또는 } x + 5 = -1$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = -6$$

6. 이차방정식 $2x^2 - 2x + 3 = 0$ 의 두 근을 구하면?

① $-1 \pm \sqrt{5}i$

② $1 \pm \sqrt{5}$

③ $\frac{-1 \pm \sqrt{5}i}{2}$

④ $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

⑤ $\frac{1 \pm \sqrt{5}i}{2}$

해설

$2x^2 - 2x + 3 = 0$ 에서

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 2 \times 3}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}i}{2}$$

7. 다항식 $x^3 - 3x - 3$ 을 다항식 $x^2 - 2x - 1$ 로 나누었을 때의 몫이 $ax + b$ 이고, 나머지가 $cx + d$ 이었다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^3 - 3x - 3 = (x^2 - 2x - 1)(ax + b) + cx + d$$

에서 계수를 비교하면

$$a = 1, -b + d = -3, -a - 2b + c = -3, b - 2a = 0$$

$$\text{에서 } a = 1, b = 2, d = -1, c = 2$$

$$\therefore a + b + c + d = 1 + 2 + (-1) + 2 = 4$$

8. $(a + b - c)(a - b + c)$ 를 전개하면?

① $a^2 + b^2 - c^2 - 2bc$

② $a^2 - b^2 + c^2 - 2bc$

③ $a^2 + b^2 - c^2 + 2ab$

④ $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

⑤ $a^2 - b^2 - c^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned}(a + b - c)(a - b + c) &= \{a + (b - c)\}\{a - (b - c)\} \\ &= a^2 - (b - c)^2 \\ &= a^2 - b^2 - c^2 + 2bc\end{aligned}$$

9. 함수 $y = -x^2 - 2x + 5$ ($-2 \leq x \leq 2$) 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$y = -x^2 - 2x + 5 = -(x^2 + 2x + 1 - 1) + 5 = -(x + 1)^2 + 6$$

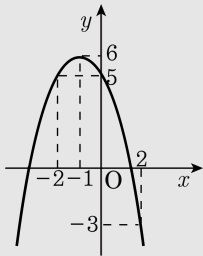
점 $(-1, 6)$ 을 꼭지점으로 하고 위로 볼록한 포물선으로 다음 그림과 같다.

$$f(-2) = 5, f(2) = -3$$

따라서 최댓값은 $x = -1$ 일 때 $f(-1) = 6$ 이며

최솟값은 $x = 2$ 일 때 $f(2) = -3$ 이다.

$$\therefore M + m = 6 - 3 = 3$$



10. 사차방정식 $x(x-1)(x+1)(x+2)-8=0$ 의 모든 해의 곱을 구하면?

① -8

② -2

③ 1

④ 4

⑤ 8

해설

$$x(x-1)(x+1)(x+2)-8=0$$

$$\{x(x+1)\} \{(x-1)(x+2)\} - 8 = 0$$

$$(x^2+x)(x^2+x-2)-8=0$$

$$x^2+x=t \text{ 라 하면, } t(t-2)-8=0$$

$$\therefore t^2-2t-8=x^4+2x^3-x^2-2x-8=0$$

근과 계수와의 관계에 의해서, 근을 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 라 하면 $\therefore$ 모든 해의 곱은 -8

해설

근과 계수의 관계에서 모든 해의 곱을 나타내는 것은 다항식을 전개했을 때의 상수항이므로 -8 (단, 다항식의 최고차항의 차수가 홀수일 때는 상수항의 부호를 반대로 바꾼것이 모든 해의 곱이다.)

11. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ 에서

$x^2 = t$ 로 놓으면

$$t^2 - 13t + 36 = 0, (t - 4)(t - 9) = 0$$

$$\therefore t = 4 \text{ 또는 } t = 9$$

$$(i) \ t = 4 \text{ 일 때, } x^2 = 4$$

$$\therefore x = \pm 2$$

$$(ii) \ t = 9 \text{ 일 때, } x^2 = 9$$

$$\therefore x = \pm 3$$

따라서 모든 해의 합은

$$(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$$

12. 다음 연립방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} x + y + z = 6 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 2x + y - z = 1 & \cdots \cdots \textcircled{2} \\ x + 2y - z = 2 & \cdots \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

▷ 정답 : $y = 2$

▷ 정답 : $z = 3$

해설

① + ②에서 $3x + 2y = 7 \cdots \cdots \textcircled{4}$

① + ③에서 $2x + 3y = 8 \cdots \cdots \textcircled{5}$

④, ⑤를 연립하여 풀면 $x = 1, y = 2$

이 값을 ①에 대입하면 $z = 3$

$\therefore x = 1, y = 2, z = 3$

13. 연립방정식
$$\begin{cases} x + 2y = 2 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 2y + 3z = 0 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \\ x + 3z = 0 & \cdots \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

의 해를 $x = a, y = b, z = c$ 라 할 때, $a(b + c)$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

$\textcircled{㉡} - \textcircled{㉢}$ 에서 $2y - x = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉣}$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉣}$ 에서 $4y = 2 \quad \therefore y = \frac{1}{2} \cdots \cdots \textcircled{㉤}$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}, \textcircled{㉤}$ 에서 $x = 1, z = -\frac{1}{3}$

$\therefore a(b + c) = 1 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{6}$

14. 조건 $x^2 - 2kx + k^2 + 2k + 3 = 0$ 의 두 근의 차가 2 를 만족하는 실수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

두 근을 α , $\alpha + 2$ 라 하면
근과 계수와의 관계에서

$$\begin{cases} \alpha + \alpha + 2 = 2k & \dots\dots\textcircled{\text{㉠}} \\ \alpha(\alpha + 2) = k^2 + 2k + 3 & \dots\dots\textcircled{\text{㉡}} \end{cases}$$

㉠에서 $\alpha = k - 1$ 을 ㉡에 대입하면,

$$(k - 1)(k + 1) = k^2 + 2k + 3$$

$$\therefore k = -2$$

15. 원점을 지나고 이차함수 $f(x) = x^2 + ax + 2$ 에 접하는 두 개의 직선이 서로 직교할 때, 점 (a, b) 의 자취를 나타내는 방정식은? (단, $b > 0$ 이다.)

- ① $b = \frac{1}{2}(a+1)$ ② $b = \frac{1}{8}(a^2+1)$ ③ $b = \frac{1}{4}a^2$
④ $b = \frac{1}{6}(a-3)^2$ ⑤ $b = \frac{1}{12}a^2 - 4$

해설

원점을 지나는 직선 $y = mx$ 라 두면,

$$x^2 + ax + 2b = mx$$

$$x^2 + (a-m)x + 2b = 0$$

$$D = (a-m)^2 - 8b = 0$$

$$= m^2 - 2am + a^2 - 8b = 0$$

두 직선이 직교할 때, 기울기의 곱은 -1 이므로,
근과 계수의 관계에서

$$a^2 - 8b = -1$$

$$\therefore b = \frac{1}{8}(a^2 + 1)$$

16. x, y, z 가 실수일 때, 다음 식의 최댓값을 구하여라.

$$4x - x^2 - y^2 - z^2 + 5$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$4x - x^2 - y^2 - z^2 + 5$$

$$= -(x^2 - 4x) - y^2 - z^2 + 5$$

$$= -(x - 2)^2 - y^2 - z^2 + 9$$

x, y, z 는 실수이므로

$$(x - 2)^2 \geq 0, y^2 \geq 0, z^2 \geq 0$$

따라서 $4x - x^2 - y^2 - z^2 + 5$ 는

$x - 2 = 0, y = 0, z = 0$ 일 때,

최댓값 9를 갖는다.

17. 다항식 $x^3 + 5x^2 - kx - k$ 가 $x - 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

인수정리에 의해서 $x = 1$ 을 대입하면

$$1^3 + 5 \times 1^2 - k \times 1 - k = 0$$

$$\therefore k = 3$$

18. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$ 라 할 때, 나머지는?

① $f(2)$

② $f(-2)$

③ $f(2) + Q(2)$

④ $Q(2)$

⑤ $Q(-2)$

해설

$$f(x) = (x-2)Q(x) + R$$

$$\therefore f(2) = R$$

19. 다음 연립방정식의 해를 바르게 구한 것은?

$$\begin{cases} x + 3y + 1 = 0 \\ 2x + 6y + 3 = 0 \end{cases}$$

① $x = 1, y = 1$

② $x = 2, y = 2$

③ $x = 3, y = 3$

④ 해가 없다.

⑤ 해가 무수히 많다.

해설

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} \neq \frac{1}{3} \text{ 이므로 해가 없다.}$$

20. x 에 대한 항등식 $(x^2 - x - 1)^3 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_6x^6$ 에서 $a_1 + a_3 + a_5$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

양변에 $x = 1$ 을 대입하면,

$$-1 = a_0 + a_1 + \cdots + a_6 \cdots \textcircled{㉠}$$

양변에 $x = -1$ 을 대입하면,

$$1 = a_0 - a_1 + \cdots + a_6 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡} : -2 = 2(a_1 + a_3 + a_5)$$

$$\therefore a_1 + a_3 + a_5 = -1$$