

1.  $0 < a < b$ 인 실수,  $a, b$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

①  $\frac{a}{1+a} < \frac{b}{1+b}$

③  $\frac{a}{1+a} > \frac{b}{1+b}$

⑤  $\frac{a}{1+a} = \frac{b}{1+b}$

②  $\frac{a}{1+a} \leq \frac{b}{1+b}$

④  $\frac{a}{1+a} \geq \frac{b}{1+b}$

해설

$0 < a < b$ 에서  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} \dots \textcircled{㉠}$

①의 양변에 1을 더하면

$$\frac{1}{a} + 1 > \frac{1}{b} + 1, \quad \frac{1+a}{a} > \frac{1+b}{b} \dots \textcircled{㉡}$$

따라서 ②의 역수를 취하면  $\frac{a}{1+a} < \frac{b}{1+b}$

2.  $-2 \leq x \leq 3$  일 때,  $3x - 1$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

①  $-3$

②  $-1$

③  $1$

④  $3$

⑤  $5$

해설

$-2 \leq x \leq 3$ 에서  $-6 \leq 3x \leq 9$ ,  $-7 \leq 3x - 1 \leq 8$   
따라서, 최댓값은  $8$ 이고 최솟값은  $-7$ 이므로 두 값의 합은  $1$ 이다.

3.  $-2 \leq x \leq 2$  일 때,  $\frac{20}{3-x}$  의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$-2 \leq x \leq 2$  에서

$-2 \leq -x \leq 2$ ,

$1 \leq 3-x \leq 5$

$\frac{1}{5} \leq \frac{1}{3-x} \leq 1$

$\therefore 4 \leq \frac{20}{3-x} \leq 20$

따라서 최댓값과 최솟값의 합은 24

4.  $1 \leq x \leq 8$ ,  $2 \leq y \leq 5$ 일 때,  $x - y$ 의 값의 범위는?

①  $-9 \leq x - y \leq 10$

②  $-4 \leq x - y \leq 6$

③  $-3 \leq x - y \leq 4$

④  $2 \leq x - y \leq 40$

⑤  $3 \leq x - y \leq 13$

해설

$1 - 5 \leq x - y \leq 8 - 2$



5. 부등식  $3x + 2 \geq 8$ 을 풀면?

①  $x \geq -2$

②  $x \geq -1$

③  $x \geq -\frac{1}{2}$

④  $x \geq \frac{3}{2}$

⑤  $x \geq 2$

해설

$$3x + 2 \geq 8, 3x \geq 6 \therefore x \geq 2$$

6. 부등식  $ax + 1 \geq 2x + 5$ 의 해가  $x \geq 2$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 4

⑤ 7

해설

$ax + 1 \geq 2x + 5$ 에서  $(a - 2)x \geq 4$ 의 부등식의 해가  $x \geq 2$ 이므로

$a - 2 > 0$

$x \geq \frac{4}{a - 2}$ 이므로  $\frac{4}{a - 2} = 2, a - 2 = 2$

$\therefore a = 4$

7. 부등식  $|x - 1| < 2$ 을 풀면?

①  $-1 < x < 0$

②  $-1 < x < 3$

③  $1 < x < 3$

④  $x < -1$  또는  $x > 3$

⑤  $\frac{1}{2} < x < 1$

해설

$$\begin{aligned} |x - 1| < 2 \text{에서 } -2 < x - 1 < 2 \\ \therefore -1 < x < 3 \end{aligned}$$

8.  $x$ 가 정수일 때,  $|x-2| \leq 5, x < 3$  를 동시에 만족하는  $x$ 의 값을 모두 더하면?

①  $-7$       ②  $-5$       ③  $-3$       ④  $-1$       ⑤  $0$

해설

$|x-2| \leq 5 \leftrightarrow -3 \leq x \leq 7$   
 $x$ 는  $-3 \leq x < 3$ 인 정수  
 $-3, -2, -1, 0, 1, 2$



9. 부등식  $|2x - 1| \geq 3$ 을 풀면?

①  $x \leq -1$  또는  $x \geq 1$

②  $x \leq -1$  또는  $x \geq 2$

③  $x \leq -2$  또는  $x \geq 2$

④  $x < 1$  또는  $x > 2$

⑤  $x \leq 1$  또는  $x > 2$

해설

$|2x - 1| \geq 3$ 에서

$2x - 1 \leq -3$  또는  $2x - 1 \geq 3$  정리하면  $x \leq -1$  또는  $x \geq 2$

10. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} 2x - 5 > 3 - 2x \\ 2(x - 3) \leq x + 4 \end{cases}$$

①  $2 \leq x < 10$

②  $2 < x \leq 10$

③  $2 < x < 10$

④  $2 \leq x \leq 10$

⑤  $x \leq 10$

해설

첫 번째 부등식에서  $x > 2 \cdots \cdots \textcircled{1}$

두 번째 부등식에서  $2x - 6 \leq x + 4$

$\therefore x \leq 10 \cdots \cdots \textcircled{2}$

따라서, 구하는 해는  $\textcircled{1}$ 과  $\textcircled{2}$ 를

동시에 만족하는  $x$ 의 값이므로

$\therefore 2 < x \leq 10$

11. 다음 이차연립부등식을 만족하는 실수  $x$ 의 값의 범위는?

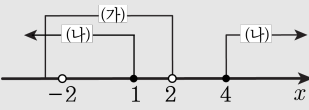
$$\begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ x^2 - 5x + 4 \geq 0 \end{cases}$$

- ①  $x \leq -3$                       ②  $-2 < x \leq 1$                       ③  $-1 \leq x < 2$   
④  $0 < x \leq 2$                       ⑤  $x > 3$

해설

$$\begin{cases} x^2 - 4 < 0, (x + 2)(x - 2) < 0 \\ \therefore -2 < x < 2 \cdots (가) \\ x^2 - 5x + 4 \geq 0, \\ x \leq 1 \text{ 또는 } x \geq \cdots (나) \end{cases}$$

따라서 (가), (나)의 공통 범위를 구하면  $-2 < x \leq 1$ 이다.



12. 연립부등식  $\begin{cases} x^2 - 9 < 0 \\ x^2 - 2x - 8 \geq 0 \end{cases}$  을 풀면?

- ①  $-3 < x < 3$       ②  $-3 < x \leq -2$       ③  $-3 < x \leq 2$   
④  $-2 < x \leq 2$       ⑤  $-1 < x \leq -2$

해설

$$\begin{cases} x^2 - 9 < 0 & \dots (가) \\ x^2 - 2x - 8 \geq 0 & \dots (나) \end{cases}$$

(가)에서  $(x+3)(x-3) < 0$

$$\therefore -3 < x < 3$$

(나)에서  $(x+2)(x-4) \geq 0$

$$\therefore x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq 4$$

따라서 공통 범위를 구하면

$$-3 < x \leq -2$$



13. 이차부등식  $x^2 - 6x + 9 \geq 0$ 의 해를 구하면?

① 해가 없다

②  $x = 3$

③  $x \neq 3$ 인 모든 실수

④  $-3 < x < 3$

⑤ 모든 실수

해설

$(x - 3)^2 \geq 0$ , (실수) $^2 \geq 0$ 이므로  
∴ ⑤ 모든 실수

14. 부등식  $x^2 + x + m \geq 0$ 의  $x$ 의 값에 관계없이 성립할 때, 실수  $m$ 의 최솟값은?

①  $-4$

②  $0$

③  $\frac{1}{4}$

④  $\frac{1}{2}$

⑤  $1$

해설

$x^2 + x + m \geq 0$ 이  $x$ 의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$x^2 + x + m = 0$ 의 판별식을  $D$ 라 할 때

$$D = 1^2 - 4m \leq 0 \quad \therefore m \geq \frac{1}{4}$$

따라서 실수  $m$ 의 최솟값은  $\frac{1}{4}$ 이다.

15. 모든 실수  $x$ 에 대하여  $a(x^2 + 2x + 2) \geq 2x^2 + 4x + 5$ 가 성립할 때  $a$ 의 최솟값을 구하면?

① -1      ② 0      ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

해설

$$a(x^2 + 2x + 2) \geq 2x^2 + 4x + 5 \text{에서}$$

$$(a - 2)x^2 + 2(a - 2)x + (2a - 5) \geq 0$$

이 모든 실수  $x$ 에 대하여 성립해야 하므로

$$a - 2 > 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{판별식 } \frac{D}{4} = (a - 2)^2 - (a - 2)(2a - 5) \leq 0 \text{이므로}$$

$$a^2 - 4a + 4 - (2a^2 - 9a + 10)$$

$$= a^2 - 4a + 4 - 2a^2 + 9a - 10$$

$$= -a^2 + 5a - 6$$

$$= -(a^2 - 5a + 6)$$

$$= -(a - 2)(a - 3) \leq 0$$

따라서  $(a - 2)(a - 3) \geq 0$ 이므로

$$a \leq 2 \text{ 또는 } a \geq 3 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②에서  $a \geq 3$

따라서  $a$ 의 최솟값은 3

16. 모든 실수  $x$  에 대하여  $x^2 + 2(a-5)x + 2(3a-19)$  가 양이 되기 위한  $a$  값의 범위는?

①  $a < 7$

②  $a > 9$

③  $6 < a \leq 9$

④  $6 \leq a < 9$

⑤  $7 < a < 9$

해설

$x^2 + 2(a-5)x + 2(3a-19) > 0$  이므로

이 부등식의  $D < 0$  이다.

$$D = (a-5)^2 - 2(3a-19) = a^2 - 16a + 63 < 0$$

$$\therefore 7 < a < 9$$



17.  $a(x^2 - 2x + 2) > 2x$ 을 만족하는  $x$ 가 존재하지 않도록 하는 실수  $a$ 의 값의 범위는?

- ①  $a \leq 1 - \sqrt{2}$       ②  $a \leq 1$       ③  $a \leq 1 + \sqrt{2}$   
④  $0 < a \leq 1$       ⑤  $0 < a \leq \sqrt{2}$

해설

모든 실수  $x$ 에서  $ax^2 - 2(a+1)x + 2a \leq 0$

i)  $a \leq 0$

ii)  $D/4 = (a+1)^2 - 2a^2 = -a^2 + 2a + 1 \leq 0$

$a^2 - 2a - 1 \geq 0$

$\therefore a \leq 1 - \sqrt{2}$  또는  $a \geq 1 + \sqrt{2}$

$\therefore a \leq 1 - \sqrt{2}$

18.  $x^2 - 2ax + 2a + 3 < 3$ 을 만족하는  $x$ 가 없도록 하는 정수  $a$ 의 개수는?

- ① 1개      ② 3개      ③ 5개      ④ 7개      ⑤ 9개

해설

$x^2 - 2ax + 2a + 3 < 0$ 의 해가 존재하지 않으려면

모든 실수  $x$ 에 대하여

$x^2 - 2ax + 2a + 3 \geq 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = a^2 - (2a + 3) \leq 0, (a - 3)(a + 1) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq a \leq 3$$

따라서, 구하는 정수  $a$ 의 개수는

-1, 0, 1, 2, 3의 5개이다.

19. 이차부등식  $x^2 + 2x + a < 0$ 의 해가  $-4 < x < 2$ 일 때,  $a$ 의 값을 구하여라.(단,  $a$ 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-8$

해설

해가  $-4 < x < 2$  이므로  
 $(x+4)(x-2) < 0$   
 $x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$   
 $\therefore a = -8$

20. 이차부등식  $ax^2 + bx + c > 0$  의 해가  $-2 < x < 1$  일 때 부등식  $cx^2 - bx - a > 0$ 을 만족하는 한 자리의 자연수  $x$ 의 개수는?

- ① 1 개
- ② 2 개
- ③ 4 개
- ④ 6 개
- ⑤ 9 개

해설

$ax^2 + bx + c > 0$  의 해가  $-2 < x < 1$  이므로  $a < 0$   
해가  $-2 < x < 1$  이고 이차항의 계수가 1인 부등식은  $(x+2)(x-1) < 0$ ,  
즉  $x^2 + x - 2 < 0$  양변에  $a$  를 곱하면  
 $ax^2 + ax - 2a > 0$  이 부등식이  
 $ax^2 + bx + c > 0$  과 같으므로  
 $b = a, c = -2a \cdots (가)$   
(가)를  $cx^2 - bx - a > 0$  에 대입하면  
 $-2ax^2 - ax - a > 0, 2x^2 + x + 1 > 0 (\because -a > 0)$   
이 때 방정식  $2x^2 + x + 1 = 0$  의 판별식  
 $D = 1^2 - 4 \cdot 2 = -7 < 0$  이므로  
 $2x^2 + x + 1 > 0$  은  
모든 실수  $x$  에 대하여 성립한다.  
따라서 주어진 부등식을 만족하는  
한자리의 자연수는  $1, 2, 3, \cdots, 9$  의 9 개이다.



21. 이차부등식  $ax^2 + bx + c > 0$  의 해가  $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$  일 때, 이차부등식  $4cx^2 - 2bx + a < 0$  의 해는?

- ①  $x < -7$  또는  $x > -5$
- ②  $-7 < x < -5$
- ③  $-7 < x < 5$
- ④  $5 < x < 7$
- ⑤  $x < 5$  또는  $x > 7$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$  의 해가  $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$  이므로  
 $(14x - 1)(10x - 1) < 0$ ,  $140x^2 - 24x + 1 < 0$   
 $-140x^2 + 24x - 1 > 0 \Leftrightarrow ax^2 + bx + c > 0$   
 $\therefore a = -140, b = 24, c = -1 \cdots \textcircled{가}$   
 $\textcircled{가}$ 를  $4cx^2 - 2bx + a < 0$  에 대입하면  
 $-4x^2 - 48x - 140 < 0$   
 $x^2 + 12x + 35 > 0, (x + 7)(x + 5) > 0$   
 $\therefore x < -7$  또는  $x > -5$

22. 부등식  $ax^2 + bx + c > 0$  의 해가  $0 < \alpha < x < \beta$  일 때 부등식  $cx^2 - bx + a > 0$  의 해는?

- ①  $x < -\frac{1}{\alpha}$  또는  $x > -\frac{1}{\beta}$       ②  $x < -\frac{1}{\beta}$  또는  $x > \frac{1}{\alpha}$   
③  $-\frac{1}{\alpha} < x < -\frac{1}{\beta}$       ④  $\frac{1}{\alpha} < x < \frac{1}{\beta}$   
⑤  $\frac{1}{\beta} < x < \frac{1}{\alpha}$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$  의 해가  $\alpha < x < \beta$  이므로  
 $a < 0$  이다. 해가  $0 < \alpha < x < \beta$  이고  
이차항의 계수가 1인 부등식은  $(x - \alpha)(x - \beta) < 0$   
양변에  $a$  를 곱하면  
 $a(x - \alpha)(x - \beta) > 0$   
 $ax^2 - a(\alpha + \beta)x + a\alpha\beta > 0$   
 $\therefore b = -a(\alpha + \beta), c = a\alpha\beta$   
따라서  $cx^2 - bx + a > 0$  에 대입하면  
 $a\alpha\beta x^2 + a(\alpha + \beta)x + a > 0$   
 $\alpha\beta x^2 + (\alpha + \beta)x + 1 < 0$   
 $(\alpha x + 1)(\beta x + 1) < 0$   
 $\therefore -\frac{1}{\alpha} < x < -\frac{1}{\beta} (\because 0 < \alpha < \beta)$

23. 양의 실수  $a$ 에 대하여  $-x^2+7x-10 \geq 0$ 의 모든 해가  $x^2-4ax+3a^2 \leq 0$ 을 만족할 때,  $a$ 의 값의 범위는?

- ①  $\frac{1}{3} \leq a \leq 2$
- ②  $\frac{2}{3} \leq a \leq 2$
- ③  $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$
- ④  $\frac{5}{3} \leq a \leq 5$
- ⑤  $2 \leq a \leq 5$

해설

$-x^2+7x-10 \geq 0$

$x^2-7x+10 \leq 0$

$(x-2)(x-5) \leq 0$

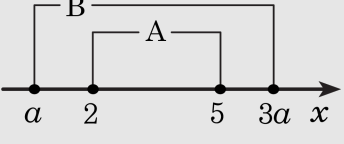
$2 \leq x \leq 5$

$x^2-4ax+3a^2 \leq 0$

$(x-a)(x-3a) \leq 0$

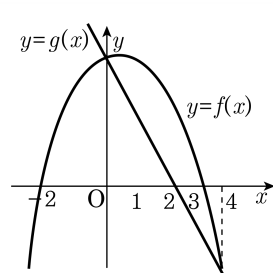
$a \leq x \leq 3a (\because a > 0)$

㉠의 모든 해가 ㉡에 포함되므로



따라서  $a \leq 2, 3a \geq 5$ 이므로  $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

24. 이차함수  $y = f(x)$  의 그래프와 직선  $y = g(x)$  가 다음 그림과 같을 때, 부등식  $f(x) > g(x)$  의 해를 구하면?



- ①  $-2 < x < 4$       ②  $-2 < x < 3$   
 ③  $0 < x < 4$       ④  $2 < x < 3$   
 ⑤  $3 < x < 4$

해설

부등식  $f(x) > g(x)$  의 해는  
 함수  $f(x)$  의 그래프가 직선  $y = g(x)$  보다  
 위쪽에 있는  $x$  의 구간을 의미하므로  
 구하는 해는  $0 < x < 4$



25. 연립부등식  $\begin{cases} x^2 + x - 6 \leq 0 \\ |x - 1| \leq 3 \end{cases}$  의 해를 구하면?

- ①  $-3 \leq x \leq 2$       ②  $-2 \leq x \leq 2$       ③  $-1 \leq x \leq 2$   
④  $0 \leq x \leq 2$       ⑤  $2 \leq x \leq 3$

해설

$x^2 + x - 6 \leq 0$ 에서  
 $(x + 3)(x - 2) \leq 0$   
 $-3 \leq x \leq 2 \cdots (가)$   
 $|x - 1| \leq 3$ 에서  
 $-3 \leq x - 1 \leq 3$   
 $-2 \leq x \leq 4 \cdots (나)$   
 $(가), (나)$ 에서  $-2 \leq x \leq 2$

26. 이차부등식  $(x+1)^2 \leq k(x^2-x+1)$  이 모든 실수  $x$ 에 대하여 항상 성립할 때, 실수  $k$ 의 최솟값을 구하여라.

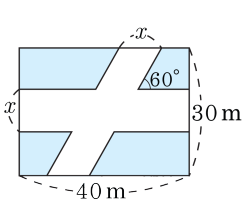
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$(x+1)^2 \leq k(x^2-x+1)$   
 $(k-1)x^2 - (k+2)x + k-1 \geq 0$   
모든  $x$ 에 대해 성립하려면,  
 $k-1 > 0$ , 판별식이 0보다 작거나 같다  
 $D = (k+2)^2 - 4(k-1)(k-1) \leq 0$ 에서  
 $\{(k+2) - 2(k-1)\}\{(k+2) + 2(k-1)\}$   
 $= (-k+4)k \leq 0$   
 $\therefore k(k-4) \geq 0, \quad k \leq 0 \text{ 또는 } k \geq 4$   
 $\therefore k \geq 4 (\because k > 1) \quad \therefore \text{최솟값} : 4$

27. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 40 m, 30 m 인 직사각형꼴의 땅에 같은 폭의 두 도로를  $60^\circ$ 로 교차하도록 만들었다. 이때, 남은 땅의 넓이가  $600\text{ m}^2$  이상이 되도록 할 때, 도로 폭의 최대 길이는?



- ① 4m      ② 6m      ③ 8m      ④ 10m      ⑤ 12m

해설

남은 땅의 넓이를  $S$  라 하면  
 $S = 40 \times 30 - (40x + 30x - x^2) \geq 600$   
 $\therefore x^2 - 70x + 600 \geq 0$   
 $(x - 10)(x - 60) \geq 0$ 에서  $x \leq 10$  또는  
 $x \geq 60$  ( $0 < x < 30$ ) 이 된다.  
 그러므로 도로폭의 최대 길이는  
 $0 < x \leq 10$  이므로 10 m 이다.

28.  $1 \leq x \leq 2$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여 부등식  $ax < 4 + x - x^2$ 이 항상 성립할 때, 실수  $a$ 의 값의 범위를 구하면?

①  $a < 1$       ②  $a < 2$       ③  $a < 3$       ④  $a < 4$       ⑤  $a < 5$

해설

부등식  $ax < 4 + x - x^2$ 에서  $x^2 + (a-1)x - 4 < 0$

$1 \leq x \leq 2$ 에서

이 부등식이 항상 성립해야 하므로

방정식  $x^2 + (a-1)x - 4 = 0$ 의 한 근이 1보다 작고, 다른 한 근은 2보다 커야 한다.

$f(x) = x^2 + (a-1)x - 4$ 로 놓으면

$f(1) = 1 + (a-1) - 4 < 0$ 에서  $a < 4 \cdots \text{㉠}$

$f(2) = 4 + 2(a-1) - 4 < 0$ 에서  $a < 1 \cdots \text{㉡}$

㉠, ㉡에서  $a < 1$

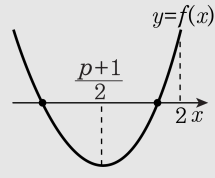


29.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 - (p+1)x + 2 - p = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 2보다 작을 때, 양수  $p$ 의 값의 범위는?

- ①  $0 < p < 1$                       ②  $\frac{1}{2} < p < 1$                       ③  $1 \leq p < 2$   
 ④  $1 < p < \frac{4}{3}$                       ⑤  $p > 1$

**해설**

$f(x) = x^2 - (p+1)x + 2 - p$  라 하면  $y = f(x)$  의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



( i ) 이차방정식  $f(x) = 0$  의 판별식을 D 라 하면

$$D = (p+1)^2 - 4(2-p) > 0$$

$$p^2 + 6p - 7 > 0, (p+7)(p-1) > 0$$

$$\therefore p < -7 \text{ 또는 } p > 1$$

( ii )  $f(2) > 0$  에서  $2^2 - (p+1) \cdot 2 + 2 - p > 0$

$$3p < 4$$

$$\therefore p < \frac{4}{3}$$

(iii)  $y = f(x)$  의 그래프의 축의 방정식이  $x = \frac{p+1}{2}$  이므로

$$\frac{p+1}{2} < 2$$

$$\therefore p < 3$$

( i ), ( ii ), (iii) 에서  $p < -7$  또는  $1 < p < \frac{4}{3}$

그런데  $p > 0$  이므로  $1 < p < \frac{4}{3}$

30.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 - 2kx + 6 - k = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두  $-1$ 보다 작을 때, 정수  $k$ 의 개수를 구하여라.

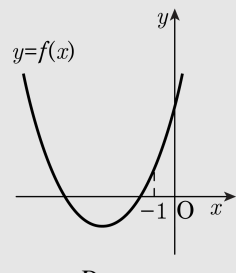
▶ 답: 개

▶ 정답 : 3개

해설

$f(x) = x^2 - 2kx + 6 - k$  라 하면

방정식  $f(x) = 0$  의 서로 다른 두 근이  $-1$  보다 작으므로



(i)  $\frac{D}{4} = (-k)^2 - (6-k) > 0$  에서

$$k^2 + k - 6 > 0, \quad (k + 3)(k - 2) > 0$$

$$\therefore k < -3 \text{ 또는 } k > 2$$

(ii)  $f(-1) = 1 + 2k + 6 - k > 0$  에서  $k > -7$

(iii)  $-\frac{-2k}{2} < -1$  에서  $k < -1$

이상에서  $-7 < k < -3$

따라서 정수  $k$  는  $-6, -5, -4$  의 3 개다.

31. 이차방정식  $x^2 - mx + 2 = 0$ 이 2보다 큰 근과 2보다 작은 근을 가질 때  $m$ 의 값의 범위를 구하면?

①  $m > -1$

②  $m > 1$

③  $m > -2$

④  $m > 2$

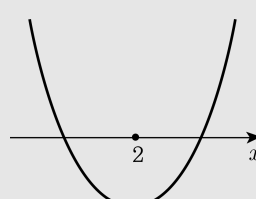
⑤  $m > 3$

해설

주어진 이차방정식의 근이 2보다 크고 2보다

작은 근을 가지면  $f(2) < 0$

$f(2) = 4 - 2m + 2 < 0$ 이므로  $m > 3$



32.  $1 < x < 3$  에서  $x$  에 대한 이차방정식  $x^2 - ax + 4 = 0$  이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수  $a$  의 값의 범위가  $\alpha < a < \beta$  일 때,  $3\alpha\beta$  의 값을 구하여라.

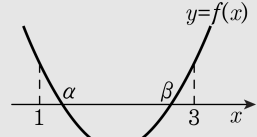
▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$f(x) = x^2 - ax + 4$  라 하면

$1 < x < 3$  에서  $y = f(x)$  의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



( i )  $x^2 - ax + 4 = 0$  의 판별식을  $D$  라 하면  
 $D = a^2 - 16 > 0$  에서  $(a + 4)(a - 4) > 0$   
 $\therefore a < -4$  또는  $a > 4$

( ii )  $f(1) = 5 - a > 0$  에서  $a < 5$   
 $f(3) = 13 - 3a > 0$  에서  $a < \frac{13}{3}$   
 $\therefore a < \frac{13}{3}$

(iii)  $y = f(x)$  의 그래프의 대칭축이  
 $x = \frac{a}{2}$  이므로  $1 < \frac{a}{2} < 3$   
 $\therefore 2 < a < 6$

( i ), ( ii ), (iii) 에서  $a$  의 값의 범위는  $4 < a < \frac{13}{3}$

따라서,  $\alpha = 4, \beta = \frac{13}{3}$  이므로  $3\alpha\beta = 52$



33.  $-1 < x < 3$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여 이차부등식  $x^2 + 2(k-1)x + 3k < 0$ 이 항상 성립하도록 하는 실수  $k$ 의 최댓값을 구하여라.

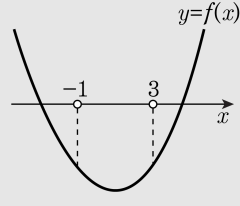
▶ 답 :

▷ 정답 :  $-3$

해설

$f(x) = x^2 + 2(k-1)x + 3k$ 라 하자.

$-1 < x < 3$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) < 0$ 이 항상 성립하려면 다음 그림과 같이  $f(-1) \leq 0$ ,  $f(3) \leq 0$ 이어야 한다.



(i)  $f(-1) \leq 0$ 에서  $(-1)^2 + 2(k-1) \cdot (-1) + 3k \leq 0$ ,  $k+3 \leq 0$   
 $\therefore k \leq -3$

(ii)  $f(3) \leq 0$ 에서  $3^2 + 2(k-1) \cdot 3 + 3k \leq 0$ ,  $9k+3 \leq 0$   
 $\therefore k \leq -\frac{1}{3}$

(i), (ii)에서  $k \leq -3$

따라서, 실수  $k$ 의 최댓값은  $-3$ 이다.

34. 이차방정식  $x^2 + 4mx - 3m = 0$ 의 한 근은  $-1$ 과  $1$  사이에 있고, 또 한 근은  $-1$ 보다 작도록 하는 실수  $m$ 의 범위를 구하면?

①  $m > \frac{2}{9}$

②  $m > \frac{1}{7}$

③  $m > -\frac{1}{3}$

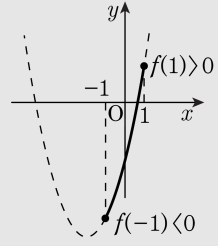
④  $m < -\frac{1}{3}$

⑤  $m < \frac{2}{9}$

해설

$f(x) = x^2 + 4mx - 3m$ 으로 놓을 때,

$f(x) = 0$ 의 근이 한 근은  $-1$ 과  $1$  사이에 있고, 또 한 근은  $-1$ 보다 작아야 하므로



$$f(-1) = 1 - 4m - 3m < 0 \Rightarrow m > \frac{1}{7}$$

$$f(1) = 1 + 4m - 3m > 0 \Rightarrow m > -1$$

$$\therefore m > \frac{1}{7}$$

35. 부등식  $|x^2 + x + 1| \leq |x + 2|$ 의 해는?

①  $x \leq -1$

②  $-1 \leq x \leq 1$

③  $x \geq 1$

④ 해는 없다.

⑤ 모든 실수

해설

$$x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0 \text{이므로}$$

$$|x^2 + x + 1| = x^2 + x + 1$$

$$x^2 + x + 1 \leq |x + 2| \text{에서}$$

( i )  $x < -2$ 일 때,

$$x^2 + x + 1 \leq -(x + 2), \quad x^2 + 2x + 3 \leq 0$$

$$(x + 1)^2 + 2 \leq 0$$

그런데  $(x + 1)^2 > 0$ 이므로 해는 없다.

( ii )  $x \geq -2$ 일 때,

$$x^2 + x + 1 \leq x + 2, \quad x^2 \leq 1$$

$$\therefore -1 \leq x \leq 1$$

( i ), ( ii )에 의해  $\therefore -1 \leq x \leq 1$