

1. 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$ 에 대하여 a 와 b 를 반드시 포함하고 c 를 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 4 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$$2^{5-3} = 2^2 = 4 \text{ (개)}$$

2. 세 집합 사이에 $\{1, 2, 3\} \subset A \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 를 만족하는 집합 A 가 될 수 있는 것은?

① $\{1, 2\}$

② $\{1, 2, 3\}$

③ $\{1, 2, 4\}$

④ $\{2, 3, 4\}$

⑤ $\{1, 3, 4\}$

해설

① $\{1, 2, 3\} \not\subset \{1, 2\}$

③ $\{1, 2, 3\} \not\subset \{1, 2, 4\}$

④ $\{1, 2, 3\} \not\subset \{2, 3, 4\}$

⑤ $\{1, 2, 3\} \not\subset \{1, 3, 4\}$

3. 집합 A 의 진부분집합의 개수가 7개일 때, A 의 원소의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 3 개

▷ 정답 : 3개

해설

진부분집합은 자기 자신을 제외한 모든 부분집합이므로,
(진부분집합의 수) = (부분집합의 수) - 1 이다.
따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $7 + 1 = 8$ 개이므로,
 $2^n = 8 \therefore n = 3$ 이다.

4. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합에 대하여 주어진 집합 ㉠, ㉡, ㉢에 대하여 서로 같은 것을 ㉠, ㉡, ㉢ 중 찾아 순서대로 쓰시오.

㉠ $\{1, 2, 4\}^C$
 ㉡ $(\{1, 2, 3, 5\} \cap \{2, 3, 5, 6\})^C$
 ㉢ $\{1, 3, 4, 6\}^C$

㉠ $\{2, 5\}$
 ㉡ $\{3, 5, 6\}$
 ㉢ $\{1, 4, 6\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

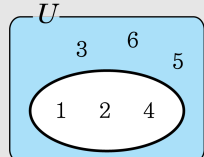
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

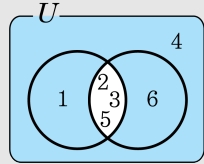
▷ 정답 : ㉠

해설

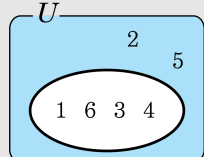
i) $\{1, 2, 4\}^C$ 을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림의 색칠한 부분과 같다.



ii) $(\{1, 2, 3, 5\} \cap \{2, 3, 5, 6\})^C$ 을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림의 색칠한 부분과 같다.



iii) $\{1, 3, 4, 6\}^C$ 을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림의 색칠한 부분과 같다.



5. 세 집합 $A = \{x|x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 16 \text{의 약수}\}$, $C = \{x|x \text{는 } 20 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $(A \cup C) \cap B$ 는?
- ① $\{4, 8, 16\}$ ② $\{1, 2, 4\}$
③ $\{1, 2, 6, 8\}$ ④ $\{3, 6, 12\}$
⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면
 $A = \{1, 2, 5, 10\}$, $B = \{1, 2, 4, 8, 16\}$, $C = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ 이다.
 $A \cup C = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ 이 된다.
집합 B 와의 공통 원소를 찾으면 $\{1, 2, 4\}$ 가 된다.

6. 두 집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{1, 3, 8\}$ 일 때, $(A - B) \subset X$, $X - A = \emptyset$ 을 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$(A - B) \subset X \subset A$, 즉 $\{5, 7\} \subset X \subset \{1, 3, 5, 7\}$ 이므로 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

7. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여, $(A - B)^c - B$ 를 간단히 한 것을 다음 중 고르면?

① $(A \cup B)^c$

② $(A \cup B)$

③ $A \cap B^c$

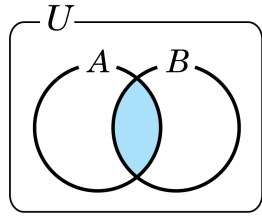
④ $A^c \cup B$

⑤ $A^c \cup B^c$

해설

$$\begin{aligned}(A - B)^c - B &= (A \cap B^c)^c \cap B^c = (A^c \cup B) \cap B^c = (A^c \cap B^c) \cup (B \cap B^c) \\ &= (A \cup B)^c \cup \emptyset = (A \cup B)^c\end{aligned}$$

8. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 57$, $n(A) = 30$, $n(B) = 25$, $n(A^c \cap B^c) = 14$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수는?



- ① 12 개 ② 14 개 ③ 19 개 ④ 24 개 ⑤ 38 개

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 $A \cap B$ 이다.

$$n(A \cup B) = n(U) - n(A^c \cap B^c) = 57 - 14 = 43$$

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 30 + 25 - 43 = 12$$

9. 조건 $x < 1$ 또는 $x > 2$ 의 부정은?

① $x < 1$ 그리고 $x > 2$

② $x \leq 1$ 또는 $x \geq 2$

③ $x \geq 1$ 또는 $x \leq 2$

④ $x \leq 1$ 그리고 $x \geq 2$

⑤ $1 \leq x \leq 2$

해설

$x < 1$ 또는 $x > 2$ 의 부정은 $1 \leq x \leq 2$ 이다.

10. 다음 중 명제의 대우가 참인 것은?

- ① x 가 유리수이면 x^2 은 유리수이다.
- ② 두 직사각형의 넓이가 같으면 두 직사각형은 합동이다.
- ③ $x^2 = y^2$ 이면 $x = y$ 이다.
- ④ 닮음인 두 삼각형은 합동이다.
- ⑤ x 또는 y 가 무리수이면 $x + y$ 가 무리수이다.

해설

명제의 대우가 참이면 주어진 명제도 참이다.

11. a, b 가 실수일 때, 다음은 부등식 $|a| + |b| \geq |a + b|$ 을 증명한 것이다. 증명과정에 쓰이지 않은 성질을 고르면?

증명

$$\begin{aligned} & (|a| + |b|)^2 - (a + b)^2 \\ &= |a|^2 + |b|^2 + 2|a||b| - (a + b)^2 \\ &= a^2 + b^2 + 2|ab| - a^2 - 2ab - b^2 \\ &= 2(|ab| - ab) \geq 0 \\ &\therefore (|a| + |b|)^2 \geq (a + b)^2 \\ &\therefore |a| + |b| \geq |a + b| \end{aligned}$$

① $|a| \geq a$

② $a \geq b, b \geq c$ 이면 $a \geq c$

③ $|a|^2 = a^2$

④ $a - b \geq 0$ 이면 $a \geq b$

⑤ $a \geq 0, b \geq 0, a^2 \geq b^2$ 이면 $a \geq b$

해설

$$\begin{aligned} & (|a| + |b|)^2 - (a + b)^2 \\ &= |a|^2 + |b|^2 + 2|a||b| - (a + b)^2 \text{ (③이 쓰임)} \\ &= a^2 + b^2 + 2|ab| - a^2 - 2ab - b^2 \\ &= 2(|ab| - ab) \geq 0 \text{ (①이 쓰임)} \\ &\therefore (|a| + |b|)^2 \geq (a + b)^2 \text{ (④가 쓰임)} \\ &\therefore |a| + |b| \geq |a + b| \text{ (⑤가 쓰임)} \end{aligned}$$

따라서, ②는 쓰이지 않았다.

12. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \Delta B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$ 라고 정의할 때, 다음 중 항상 성립한다고 할 수 없는 것은?(단, $U \neq \emptyset$)

- ① $A \Delta U = U$
- ② $A \Delta B = B \Delta A$
- ③ $A \Delta \emptyset = A^c$
- ④ $A \Delta B = A^c \Delta B^c$
- ⑤ $A \Delta A^c = \emptyset$

해설

$A \Delta B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$ 에 따라 $A \Delta U = A$

13. 두 조건 p, q 가 다음과 같을 때, 항상 참인 명제는?

$p : 2x - 3 \geq 1 \quad q : |x| < 2$

- ① $p \rightarrow q$

② $q \rightarrow p$

③ $\sim p \rightarrow q$

④ $q \rightarrow \sim p$

⑤ $\sim q \rightarrow \sim p$

해설

$P : x \geq 2, Q : -2 < x < 2$
 $P \subset Q^c \leftrightarrow Q \subset P^c$
 $\therefore p \rightarrow \sim q(\text{참}) \leftrightarrow q \rightarrow \sim p(\text{참})$

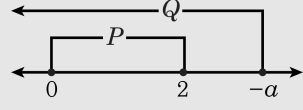
14. 실수 x 에 대한 두 조건 $p : 0 \leq x \leq 2$, $q : x + a \leq 0$ 이 있다. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

p , q 를 만족하는 집합을 각각 P , Q 라 하면 $p \rightarrow q$ 가 참이므로 $P \subset Q$ 이다. $P = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$, $Q = \{x | x \leq -a\}$



위의 그림에서 $P \subset Q$ 이라면 $2 \leq -a$, $a \leq -2$ 따라서 a 의 최댓값은 -2

15. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 $P = \{x \mid x \leq a\}$, $Q = \{x \mid x \leq -1, 2 \leq x \leq 4\}$ 라 하면 p 는 q 이기 위한 필요조건이다. 상수 a 의 최솟값은 얼마인가?

① -2 ② -1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 5

해설

필요조건을 만족시키기 위해서는 P 의 집합이 Q 의 집합을 포함해야 하므로 최솟값은 4 가 된다.

16. 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하고 $\sim p$ 가 $\sim q$ 이기 위한 충분조건이지만 필요조건은 아닐 때, 다음 중 옳은 것은?

① $P - Q = \emptyset$

② $P \cap Q = Q$

③ $P \cap Q = P$

④ $P^c = Q$

⑤ $P = Q$

해설

$\sim p$ 가 $\sim q$ 이기 위한 충분조건이므로 $\sim p \rightarrow \sim q$ 이고, 대우 $q \rightarrow p$ 는 참이다. 따라서, 두 진리집합 사이에는 $Q \subset P$ 가 성립하므로 $P \cap Q = Q$

17. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 100 \text{ 이하인 } 6 \text{의 배수}\}$, $B = \{x| 3 \leq x < 20 \text{인 홀수}\}$ 에 대하여 $n(A) - n(B)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$A = \{6, 12, 18, \dots, 96\}$,

$B = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$ 이므로

$n(A) = 16, n(B) = 9$

$\therefore 16 - 9 = 7$

18. 다음 중에서 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = B - A$ 이 성립하기 위한 A, B 사이의 관계는 ?

① $A \subset B$

② $A = B$

③ $B \subset A$

④ $A \cap B = \emptyset$

⑤ $A \cup B = \emptyset$

해설

$$(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = (A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A) = B - A$$

$$\therefore A - B = \emptyset \rightarrow A \subset B$$

19. 우리 반 학생 35 명 중 빨간색을 좋아하는 학생은 27 명, 초록색을 좋아하는 학생은 15 명, 빨간색과 초록색을 모두 좋아하는 학생이 11 명이다. 이때, 빨간색과 초록색 중 어느 것도 좋아하지 않는 학생 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 4 명

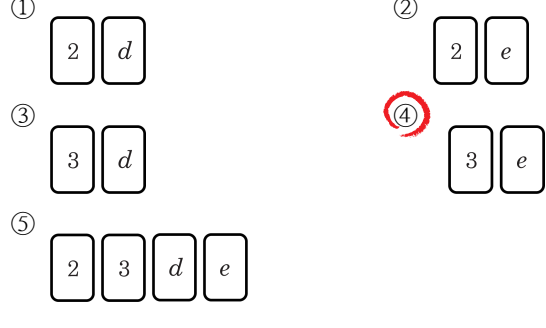
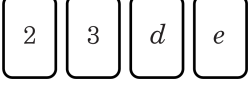
해설

우리 반 학생 : $n(U) = 35$
빨간색을 좋아하는 학생의 수 : $n(A) = 27$
초록색을 좋아하는 학생의 수 : $n(B) = 15$
빨간색과 초록색을 모두 좋아하는 학생의 수 : $n(A \cap B) = 11$
 $n(A \cup B) = 27 + 15 - 11 = 31$
 $\therefore n(U) - n(A \cup B) = 35 - 31 = 4$ (명)

20. 한 쪽 면에는 영문자, 다른 쪽 면에는 숫자가 적혀있는 카드가 다음 규칙을 만족한다.

카드의 한 쪽 면에 모음이 적혀 있으면 다른 쪽 면에는 짝수가 적혀 있다.

탁자 위에 그림과 같이 놓인 카드 4 장이 위 규칙에 맞는 카드인지 알기 위해 다른 쪽 면을 확인해야 할 필요가 있는 것은?



해설

(모음 → 짝수) ↔ (홀수 → 자음) 이므로 모음인 면을 뒤집어 짝수가 있음을 확인하고 홀수인 면을 뒤집어 자음이 있음을 확인 하면 된다. 자음인 면의 뒤에는 어떤 수가 와도 좋고 짝수인 면의 뒤에는 모음, 자음이 모두 가능하다. 따라서 모음이 쓰여진 카드

e

 , 홀수가 쓰여진 카드

3

 의 다른 쪽 면을 확인해야 한다.