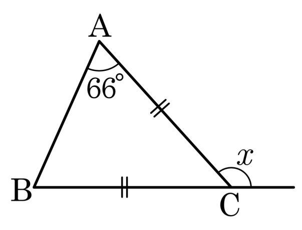
1. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A = 66°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

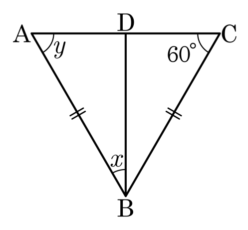


① 130° ② 132° ③ 134° ④ 136° ⑤ 138°

해설

$\angle x = 66° + 66° = 132°$

2. 다음 그림의 $\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{BD}} \perp \overline{\mathrm{AC}}$ 일 때, $\angle y - \angle x$ 의 크기는?

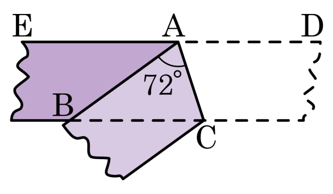


① $20\,°$　② $30\,°$　③ $35\,°$　④ $40\,°$　⑤ $45\,°$

해설

$\triangle\mathrm{ABC}$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle y = 60\,°$
또 $\overline{\mathrm{BD}} \perp \overline{\mathrm{AC}}$ 이므로 $\angle\mathrm{ADB} = 90\,°$
따라서 $\angle x = 180\,° - (90\,° + 60\,°) = 30\,°$
$\therefore \angle y - \angle x = 60\,° - 30\,° = 30\,°$

3. 폭이 일정한 종이테이프를 다음 그림과 같이 접었다. $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인지 구하여라.



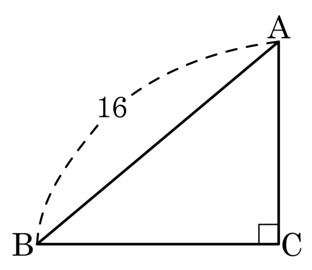
▶ 답 :

▷ 정답 : 이등변삼각형

해설

종이를 접었으므로 $\angle BAC = \angle DAC$ 이다. $\angle DAC = \angle BCA$ (엇각) 이다.
따라서 $\angle BAC = \angle ACB$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

4. 다음 그림은 $\angle C$가 직각인 삼각형이다. $\triangle ABC$의 외접원의 둘레의 길이는?

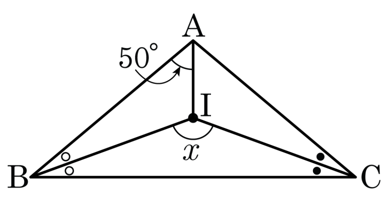


① 10π ② 12π ③ 14π ④ 16π ⑤ 18π

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle ABC$의 외접원의 중심은 $\overline{AB}$의 중점이다.
따라서 외접원의 반지름은 8이므로
둘레는 $2\pi r = 2 \times \pi \times 8 = 16\pi$이다

5. 다음 그림에서 점 I는 $\angle B$와 $\angle C$의 내각의 이등분선의 교점이다. $\angle IAB = 50°$일 때, $\angle x$의 크기는?

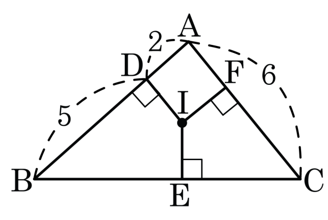


① 120°　② 130°　③ 140°　④ 150°　⑤ 160°

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\angle IAB = \angle IAC$이므로 $\angle BAC = 100°$이다.
$\triangle ABC$의 내각의 크기의 합이 $180°$이므로
$\angle BAC + 2\bullet + 2\times = 180°$이다.
$\therefore \bullet + \times = 40°$
$\triangle IBC$의 내각의 크기의 합이 $180°$이므로
$\angle x + \bullet + \times = 180°$이다.
$\therefore\ \angle x = 140°$

6. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\overline{BC}$의 길이는?

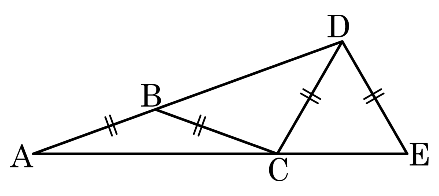


① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

해설

$\overline{AD} = \overline{AF} = 2$이고, $\overline{BD} = \overline{BE} = 5$이다.
$\overline{CE} = \overline{AC} - \overline{AF} = 6 - 2 = 4$이므로
$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 9$

7. 다음 그림과 같은 $\triangle ADE$ 에서 $\angle ADE = 100^\circ$ 이고 점 B, C 는 각각 $\overline{AD}, \overline{AE}$ 위에 있다. $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE}$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad}$ $\underline{\ ^\circ}$

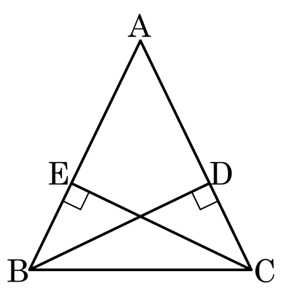
▷ 정답 : $20\underline{^\circ}$

해설

$\angle A$ 의 크기를 $\angle x$ 라고 하면
$\angle BAC = \angle BCA = \angle x$
$\angle CBD = \angle CDB = 2\angle x$
$\angle DCE = \angle DEC = 3\angle x$

$\triangle ADE$ 에서
$\angle DAE + \angle DEA + 100^\circ = 180^\circ$
$\angle x + 3\angle x = 80^\circ$
$\angle x = 20^\circ$

8. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형ABC 의 꼭짓점 B ,C 에서 대변에 내린 수선의 발을 각각 D ,E 라고 할 때, $\overline{BD} = \overline{CE}$ 임을 증명하는 과정이다. (가)~(마) 에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



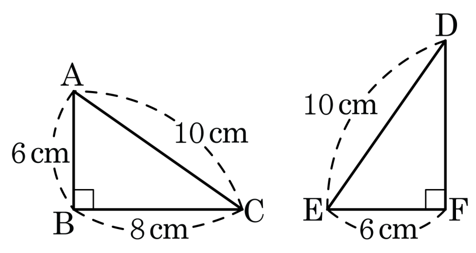
(가정)
(1) ($\overline{AB} = \boxed{(가)}$)
(2) B ,C 에서 대변에 내린 수선의 발을 각각 D ,E
(결론) ($\overline{BD} = \boxed{(나)}$)
(증명)△EBC 와△DCB 에서
($\angle BDC = \boxed{(다)} = 90°$) ⋯㉠
($\angle B = \boxed{(라)}$) ⋯㉡
$\boxed{(마)}$는 공통 ⋯㉢
△EBC ≡ △DCB
$\therefore \overline{BD} = \overline{CE}$

① (가) $\overline{AC}$　② (나) $\overline{CE}$　③ (다) $\angle BDA$
④ (라) $\angle C$　⑤ (마) $\overline{BC}$

해설

(가정)
(1) ($\overline{AB} = \boxed{\overline{AC}}$)
(2) B ,C 에서 대변에 내린 수선의 발을 각각 D ,E
(결론) ($\overline{BD} = \boxed{\overline{CE}}$)
(증명)△EBC 와△DCB 에서
($\angle BDC = \boxed{\angle CEB} = 90°$) ⋯㉠
($\angle B = \boxed{\angle C}$) ⋯㉡
$\boxed{\overline{BC}}$는 공통 ⋯㉢
△EBC ≡ △DCB
$\therefore \overline{BD} = \overline{CE}$

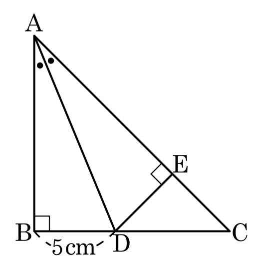
9. 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $\overline{DF}$ 의 길이는?



① 6cm ② 7cm ③ 8cm ④ 9cm ⑤ 10cm

해설
$\triangle CAB, \triangle DEF$ 는 RHS 합동
$\therefore \overline{DF} = \overline{CB} = 8\text{cm}$

10. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선이라고 하고, 점 D 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라고 한다. $\overline{BD} = 5\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{CE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

$\triangle ABD \equiv \triangle AED$ (RHA 합동)

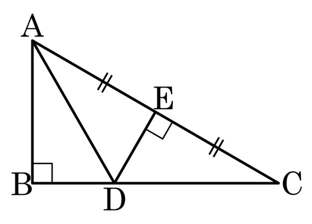
$\therefore\ \overline{BD} = \overline{ED}$

$\angle ACB = 45°$ 이므로 $\angle EDC = 45°$

$\therefore\ \overline{ED} = \overline{CE}$

$\therefore\ \overline{BD} = \overline{CE} = 5(\text{cm})$

11. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에 $\overline{AC}$ 의 수직이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D 라 하고 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선이 될 때, $\angle C$ 의 크기를 구하여라.



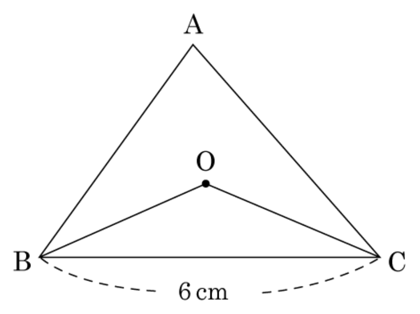
▶ 답: ________ °

▷ 정답: 30 °

해설

$\triangle ADE \equiv \triangle CDE$ (SAS 합동)
$\triangle ABD \equiv \triangle AED$ (RHA 합동) 이므로
$\angle C = \angle DAE = \angle DAB$
$\angle C = a$ 라 하면
$\triangle ABC$ 에서 $2a + a + 90° = 180°$
$\therefore\ \angle C = a = 30°$

12. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\overline{BC} = 6\,cm$, $\triangle OBC$의 둘레의 길이가 $14\,cm$일 때, $\triangle ABC$의 외접원의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



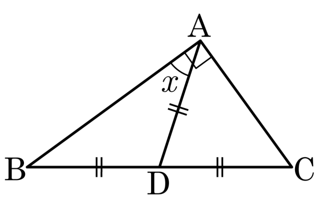
▶ 답 :

▷ 정답 : 16π

해설

$\triangle OBC$의 둘레의 길이가 $14\,cm$이고
$\triangle OBC$는 $\overline{OB} = \overline{OC}$인 이등변삼각형이므로
$\overline{OB} = \overline{OC} = 4\,cm$
따라서 외접원의 반지름의 길이는 $4\,cm$이므로
넓이는 $\pi r^2 = \pi \times 4^2 = 16\pi$이다.

13. $\triangle$ABC 에서 $\angle$B 와 $\angle$C 의 크기의 비는 2 : 3이고, $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, $\angle$BAD 의 크기는?



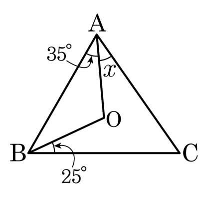
① 30° ② 32° ③ 34° ④ 36° ⑤ 38°

해설

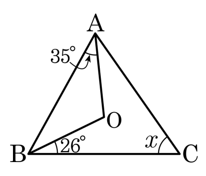
위 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 점 D 는 외심이다.
$\triangle$ABD 가 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{BD} = \overline{AD}$)
$\triangle ABD = \angle BAD = \angle B$
$\triangle$ADC 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{AD} = \overline{CD}$)
$\angle DAC = \angle DCA = \angle C$
$\angle B : \angle C = 2 : 3 \leftrightarrow \angle BAD : \angle CAD = 2 : 3$
$\angle BAD = \dfrac{2}{2+3} \times 90° = \dfrac{2}{5} \times 90° = 36°$

14. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. 이때, (1), (2)의 $\angle x$의 크기의 합을 구하시오.

(1)



(2)



▶ 답: ____ °

▷ 정답: 85°

해설

(1) $\angle x + 25° + 35° = 90°$ $\therefore \angle x = 30°$

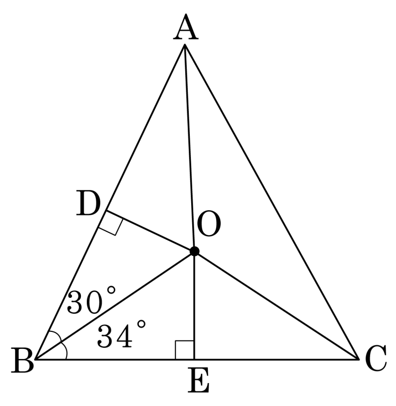
(2) $\angle x = 26° + \angle OCA$,

$\angle OCA + 35° + 26° = 90°$, $\angle OCA = 29°$

$\therefore \angle x = 55°$

$\therefore 30° + 55° = 85°$

15. $\triangle ABC$ 에서 점O 는 외심이다. $\angle ABO = 30°$, $\angle OBC = 34°$ 로 주어졌을 때, $\angle AOC$ 의 크기를 구하시오.

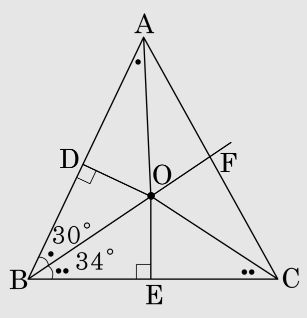


▶ 답: °

▷ 정답: 128°

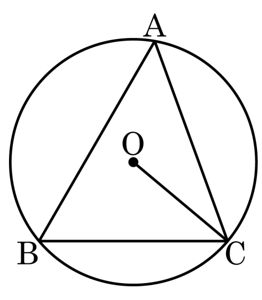
해설

$\overline{BO}$ 의 연장선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 F 라 하면, $\angle AOF = 2\angle ABO$ (외각), 마찬가지로 $\angle COF = 2\angle OBE$ 이다.



$$\begin{aligned} \therefore \angle AOC &= 2\angle ABC \\ &= 2 \times (30° + 34°) \\ &= 128° \end{aligned}$$

16. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, $\angle OCB = 40°$일 때, $\angle BAC$의 크기를 구하면?

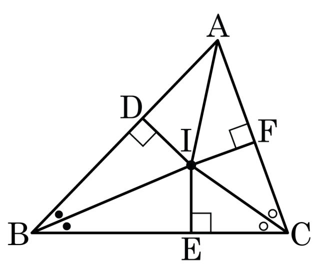


① $50°$ ② $55°$ ③ $60°$ ④ $65°$ ⑤ $70°$

해설

$\triangle OBC$는 이등변삼각형이므로
$\angle OBC = \angle OCB = 40°$,
$\angle BOC = 100°$
$\triangle ABC$에서 $\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC = 50°$

17. 다음은 ‘삼각형 ABC의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다’를 나타내는 과정이다. ㉠ ~ ㉤ 중 잘못된 것은?



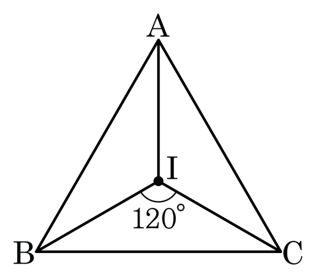
$\angle B$, $\angle C$의 이등분선의 교점을 I라 하면
i) $\overline{BI}$는 $\angle B$의 이등분선이므로
$\triangle BDI \equiv \triangle BEI$ $\therefore$ $\overline{ID} = ($ ㉠ $)$
ii) $\overline{CI}$는 $\angle C$의 이등분선이므로 $\triangle CEI \equiv \triangle CFI$ $\therefore$ $\overline{IE} = ($ ㉡ $)$
iii) $\overline{ID} = ($ ㉠ $) = ($ ㉡ $)$
iv) $\overline{ID} = \overline{IF}$이므로 $\triangle ADI \equiv ($ ㉢ $)$
$\therefore \angle DAI = ($ ㉣ $)$
따라서 $\overline{AI}$는 $\angle A$의 (㉤)이다.
따라서 $\triangle ABC$의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① ㉠ : $\overline{IE}$
② ㉡ : $\overline{IF}$
③ ㉢ : $\triangle BDI$
④ ㉣ : $\angle FAI$
⑤ ㉤ : 이등분선

해설

$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$(RHA 합동)이므로 $\overline{ID}$와 대응변인 $\overline{IE}$의 길이가 같고,
$\triangle ICE \equiv \triangle ICF$(RHA 합동)이므로 $\overline{IE}$와 대응변인 $\overline{IF}$의 길이가 같다.
그러므로, $\overline{IE} = \overline{IF}$이므로 $\triangle ADI$와 $\triangle AFI$에서
$\angle ADI = \angle AFI = 90°$, $\overline{AI}$는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$
이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$(RHS 합동)

18. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle BIC = 120°$일 때, $\angle BAI = (\quad)°$의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

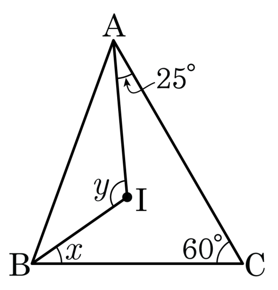
점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$\angle BIC = 120° = 90° + \frac{1}{2}\angle A$,

$\angle A = \angle BAC = 60°$

$\therefore \angle BAI = \frac{1}{2}\angle BAC = \frac{1}{2} \times 60° = 30°$

19. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 I는 내심이다. $\angle CAI = 25°$, $\angle ACB = 60°$ 일 때, $\angle x + \angle y$의 크기는?



① $120°$ ② $125°$ ③ $145°$ ④ $155°$ ⑤ $165°$

해설

i) $\angle y = 90° + \frac{1}{2} \times 60° = 120°$

ii) $\angle x + 25° + 30° = 90°$ $\therefore \angle x = 35°$

$\therefore \angle x + \angle y = 155°$

20. 둘레의 길이가 18cm 이고, 넓이가 27cm^2 인 삼각형의 내접원의 반지름의 길이가 $r$cm 이다. r의 값 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

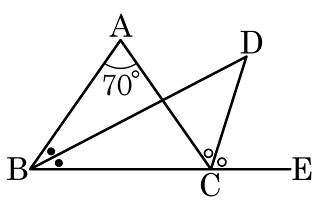
해설

삼각형 ABC , 내심을 I 라 하자.

$$\begin{aligned}\triangle\mathrm{ABC} &= \triangle\mathrm{ABI} + \triangle\mathrm{BCI} + \triangle\mathrm{ACI} \\ &= \frac{1}{2}r\times\overline{\mathrm{AB}} + \frac{1}{2}r\times\overline{\mathrm{BC}} + \frac{1}{2}r\times\overline{\mathrm{AC}} \\ &= \frac{1}{2}r\times(\overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{BC}}+\overline{\mathrm{AC}}) \\ &= \frac{1}{2}r\times 18 = 27\end{aligned}$$

$\therefore r = 3(\text{cm})$

21. $\triangle$ABC 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고, $\angle$C 의 외각의 이등분선과 $\angle$B 의 이등분선의 교점을 D 라고 한다, $\angle A = 70°$ 일 때, $\angle$D 의 크기는?



① 32.5° ② 35° ③ 37.5° ④ 40° ⑤ 42.5°

해설

$\triangle$ABC 가 이등변삼각형이므로

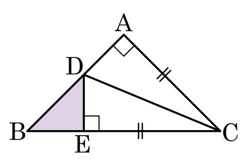
$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$

$$\begin{aligned}\angle ACD &= \frac{1}{2}(\angle A + \angle ABC)\\ &= \frac{1}{2}(70° + 55°)\\ &= 62.5°\end{aligned}$$

$\angle DBC = \frac{1}{2}(\angle ABC) = \frac{1}{2} \times 55° = 27.5°$

$$\begin{aligned}\therefore \angle D &= 180° - (27.5° + 55° + 62.5°)\\ &= 180° - 145°\\ &= 35°\end{aligned}$$

22. 그림의 $\triangle ABC$는 $\angle A = 90°$이고, $\overline{AB} = \overline{AC}$인 직각이등변삼각형이다. $\overline{AC} = \overline{EC}$, $\overline{BC} \perp \overline{DE}$이고 $\overline{AD} = 6\,\text{cm}$일 때, $\triangle DBE$의 넓이는?

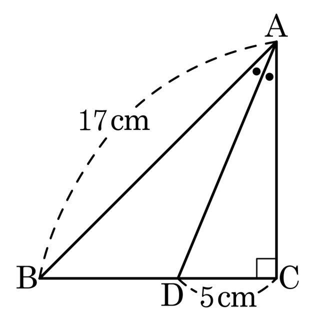


① $10\,\text{cm}^2$　② $14\,\text{cm}^2$　③ $18\,\text{cm}^2$
④ $22\,\text{cm}^2$　⑤ $26\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로 $\angle ABC = 45°$이다.
따라서 $\triangle BED$도 직각이등변삼각형이다.
$\triangle ADC \equiv \triangle EDC$ (RHS 합동), $\overline{AD} = \overline{DE}$이다. 따라서 $\overline{ED} = \overline{EB}$이다.
그러므로, $\triangle BED$는 밑변 $6\,\text{cm}$, 높이 $6\,\text{cm}$인 직각이등변삼각형이다.
따라서, 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18\ (\text{cm}^2)$이다.

23. 다음 그림에서 $\angle C = 90°$ 이고, $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 하고, $\overline{AB} = 17\text{cm}$, $\overline{DC} = 5\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 차는?

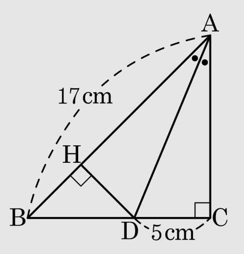


① $\dfrac{11}{2}\text{cm}^2$　② $\dfrac{25}{2}\text{cm}^2$　③ $\dfrac{75}{2}\text{cm}^2$

④ $33\,\text{cm}^2$　⑤ 51cm^2

해설

점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선과의 교점을 H 라 하면, $\triangle AHD \equiv \triangle ACD$(RHA합동)

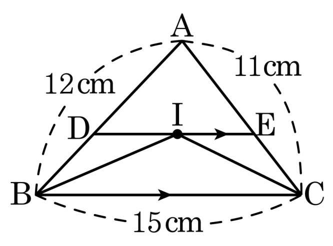


$\triangle BHD$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{DC} = \overline{DH} = \overline{BH} = 5(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABD = 17 \times 5 \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{85}{2}(\text{cm}^2)$ 이고, $\triangle ADC = 5 \times 12 \times \dfrac{1}{2} = 30(\text{cm}^2)$ 이다.

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 차는 $\dfrac{85}{2} - 30 = \dfrac{25}{2}(\text{cm}^2)$ 이다.

24. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{BC} = 15\text{cm}$, $\overline{AC} = 11\text{cm}$ 일 때, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답: ＿＿＿ cm

▷ 정답: 23 cm

해설

$\triangle DBI$ 에서

점 I 가 내심이므로 $\angle DBI = \angle IBC \cdots$ ㉠

$\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB$ (엇각) $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\angle DBI = \angle DIB$ 이므로 $\triangle DBI$ 는 이등변삼각형이다.

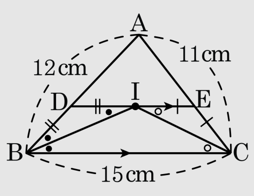
$\overline{DB} = \overline{DI}$

같은 방법으로 $\triangle EIC$ 도 이등변삼각형이다.

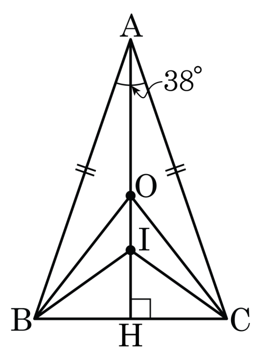
$\overline{EC} = \overline{EI}$

따라서 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는

$\overline{AD} + \overline{DE} + \overline{AE} = \overline{AB} + \overline{AC} = 12 + 11 = 23(\text{cm})$



25. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 38°$ 일 때,$\angle OBI$ 의 크기는?



① $13°$ ② $\frac{29}{2}°$ ③ $\frac{33}{2}°$ ④ $16°$ ⑤ $17°$

해설

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 2 \times 38° = 76°$

$\therefore \angle OBC = 52°$

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 109°$,

$\angle IBH = \frac{1}{2} \times \angle ABC = \frac{71}{2}°$

$\angle x = \angle OBI = \angle OBC - \angle IBH = 52° - \frac{71}{2}° = \frac{33}{2}°$