1. 다음 중 무한집합을 모두 고르면?

① $\{1,\ 2,\ 3,\ \cdots,100\}$

② $\{x \mid x$는 짝수$\}$

③ $\{0\}$

④ $\{x \mid x$는 1보다 작은 자연수$\}$

⑤ $\{x \mid x$는 0과 1사이의 수$\}$

해설

②$\{2,\ 4,\ 6,\ \cdots\}$

⑤ $\{0.1,\ 0.01,\ 0.001,\ \cdots\}$

2. 7 보다 작은 자연수의 모임을 집합 A 라 할 때, 짝수를 모두 포함하는 집합 A 의 부분집합의 개수를 구하시오.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이므로 집합 A 의 원소 중 짝수는 2, 4, 6 이므로 2, 4, 6 을 반드시 포함하는 집합 A 의 부분집합의 개수는 집합 $\{1, 3, 5\}$ 의 부분집합의 개수와 같다. 따라서, 구하는 부분집합의 개수는 $2^3 = 8$(개)

3. 두 집합 $A = \{x|x\text{는 } 24\text{의 약수}\}$, $B = \{x|x\text{는 } 28\text{의 약수}\}$ 에 대하여 $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$
$B = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$
$A \cap B = \{1, 2, 4\}$
$n(A \cap B) = 3$

4. 집합 A, B가 전체집합 U의 부분집합일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $A \cup \varnothing = A$　　② $A \cup A^c = U$

③ $(A^c)^c = A$　　④ $\varnothing^c = U$

⑤ $A - B = A \cup B^c$

해설

$A - B = A - (A \cap B) = A \cap B^c$

5. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면?

① 100 이하 자연수들의 모임

② 작은 짝수들의 모임

③ 노래를 잘하는 학생들의 모임

④ 15보다 작은 소수들의 모임

⑤ 예쁜 꽃들의 모임

해설

'잘하는', '작은', '예쁜' 은 그 대상을 분명히 알 수 없으므로 집합이 아니다.

6. 세 집합

$A = \{w,\ x,\ y,\ z\}$,

$B = \{x \mid x$는 30 미만의 30의 약수$\}$,

$C = \{x \mid x$는 25 이하의 소수$\}$ 일 때,

$n(A) + n(B) + n(C)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$B = \{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 6,\ 10,\ 15\}$

$C = \{2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19,\ 23\}$

$\therefore\ n(A) + n(B) + n(C) = 4 + 7 + 9 = 20$

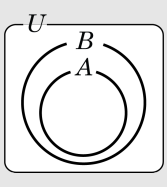
7. 전체집합 U 의 두 부분집합 A , B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 다음 중 항상 성립한다고 할 수 없는 것은 ? (단, $U \neq \varnothing$)

① $A \cup B = B$　② $A \cap B = A$　③ $A - B = \varnothing$

④ $B^c \subset A^c$　⑤ $B \cup A^c = A$

해설

$A \subset B$ 일 때 다음 벤다이어그램에서 $A \cup B = B$, $A \cap B = A$, $A - B = \varnothing$, $B^c \subset A^c$ 임을 알 수 있다. 그러나, $B \cup A^c = (A \cap B^c)^c = (A - B)^c = \varnothing^c = U$ (이 과정은 벤다이어그램으로 확인하는 것이 더 간단하다.)



∴ ⑤는 거짓이다.

8. 두 집합 $A=\{3,4,a+1\}, B=\{a,5,6\}$ 에 대하여 $A\cap B=\{4,5\}$ 일 때, 집합 $A\cup B$ 의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$A\cap B=\{4,5\}$ 이므로 $A=\{3,4,5\}$
$\therefore a+1=5$, $a=4$
$B=\{4,5,6\}$
$\therefore A\cup B=\{3,4,5,6\}$ 이다.
원소의 합은 $3+4+5+6=18$ 이다.

9. 다음 중 옳은 것을 모두 골라라. (정답 2개)

① $A = \{\varnothing\}$ 이면 $n(A) = 0$

② $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $n(A) = n(B)$

③ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$

④ $n(A) = 0$ 이면 $A = \varnothing$

⑤ $n(A) = 0$, $n(B) \neq 0$ 이면 $B \subset A$ 이다.

해설

① $A = \{\varnothing\}$ 이면 집합 A 의 원소가 $\varnothing$ 이므로, $n(A) = 1$ 이다.
③ 예를 들어 $A = \{2, 3, 5\}$ 이고, $B = \{a, b, c, d, e\}$ 이면 $n(A) < n(B)$ 이지만, $A \not\subset B$ 이다.
⑤ $A = \varnothing$ 이므로, 집합 A 의 부분집합은 $\varnothing$ 하나 밖에 없다.

10. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B가 $\{(A - B) \cup (A \cap B)\} \cap B = B$를 만족할 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

① $A \subset B$　② $A = B$　③ $A^c \subset B^c$

④ $A \cap B = \varnothing$　⑤ $A \cup B = U$

해설

$\{(A \cap B^c) \cup (A \cap B)\} \cap B$
$= \{A \cap (B^c \cup B)\} \cap B$
$= (A \cap U) \cap B = A \cap B = B$
즉, $B \subset A$ 이다.
따라서 $A^c \subset B^c$ 역시 성립한다.