

1. 다음 등식 $x+y+(2x-y)i=2+7i$ 를 만족하는 두 실수 x, y 에 대하여 xy 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① 3 ② -3 ③ 0 ④ 5 ⑤ -5

해설

$$\begin{aligned}x+y+(2x-y)i &= 2+7i \\ \Rightarrow x+y-2+(2x-y-7)i &= 0 \\ \Rightarrow x+y-2=0, 2x-y-7 &= 0 \\ \text{연립하면, } x=3, y &= -1\end{aligned}$$

2. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 6x + 2k - 1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 실수 k 의 값의 범위는?

① $k < -2$

② $-1 < k < 0$

③ $-1 < k < 4$

④ $k < 5$

⑤ $0 < k < 5$

해설

$x^2 - 6x + 2k - 1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지려면

$$\frac{D}{4} = 9 - 2k + 1 > 0 \quad \therefore 2k < 10 \quad \therefore k < 5$$

3. 방정식 $2x^2 - 6x + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = \frac{3}{2}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 9 - 2 \cdot \frac{3}{2} = 6$$

4. 방정식 $|x| + |x - 1| = 2$ 의 해를 구하시오.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{1}{2}$ 또는 -0.5

▷ 정답: $\frac{3}{2}$ 또는 1.5

해설

i) $x < 0$ 일 때,
 $-x - (x - 1) = 2$ 이므로 $-2x + 1 = 2$
 $\therefore x = -\frac{1}{2}$

ii) $0 \leq x < 1$ 일 때,
 $x - (x - 1) = 2$ 이므로 $0 \cdot x = 1$
 \therefore 해가 없다.

iii) $1 \leq x$ 일 때,
 $x + x - 1 = 2$ 이므로 $2x = 3$
 $\therefore x = \frac{3}{2}$

(i), (ii), (iii)에서 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

5. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta$, $\alpha\beta$ 를 두 근으로 하는 이차방정식은?

① $2x^2 - 6x + 1 = 0$

② $x^2 - 6x + 1 = 0$

③ $x^2 - 7x + 3 = 0$

④ $2x^2 + 6x - 1 = 0$

⑤ $2x^2 - 7x + 3 = 0$

해설

근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = \frac{6}{2} = 3, \alpha\beta = \frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

3 과 $\frac{1}{2}$ 을 이용한 근과 계수의 관계를 구해보면

$$3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}, 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{3}{2} = 0$$

$$\therefore 2x^2 - 7x + 3 = 0$$

6. 다음 중 그 값이 $i+i^2+i^3+\dots+i^{14}$ 의 값과 같은 것은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① $i+i^3+i^5+i^7+i^9+i^{11}$
- ② $i+i^4+i^7+i^{10}+i^{13}+i^{16}$
- ③ $i^2+i^5+i^8+i^{11}+i^{14}+i^{17}$
- ④ $i^3+i^6+i^9+i^{12}+i^{15}+i^{18}$
- ⑤ $\frac{1}{i} + \frac{1^2}{i} + \frac{1^3}{i} + \frac{1^4}{i} + \frac{1^5}{i} + \frac{1^6}{i}$

해설

i^n 의 주기성을 묻는 문제이다.

$$i = i, i^2 = -1, i^3 = i^2i = -i, i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1$$

이므로 곱에 대하여 주기가 4인 규칙을 지닌다.

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= (i+i^2+i^3+i^4) + (i^5+i^6+i^7+i^8) \\ &\quad + \dots + (i^{109}+i^{110}+i^{111}+i^{112}) + i^{113} + i^{114} \\ &= (i-1-i+1) + (i-1-i+1) \\ &\quad + \dots + (i-1-i+1) + i-1 \\ &= i-1 \end{aligned}$$

- ① (준식) = $(i-i+i-i) + i-i = 0$
- ② (준식) = $(i+1-i-1) + i+1 = i+1$
- ③ (준식) = $(-1+i+1-i) - 1+i = -1+i$
- ④ (준식) = $(-i-1+i+1) - i-1 = -i-1$
- ⑤ (준식) = $(-i-1+i+1) - i-1 = -i-1$

7. m 은 양의 정수이고, x 에 관한 이차방정식 $x^2 - (3 + \sqrt{2})x + m\sqrt{2} - 4 = 0$ 의 한 근은 정수이다. 이 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

정수근을 α 라 하자

$$\alpha^2 - (3 + \sqrt{2})\alpha + m\sqrt{2} - 4 = 0$$

$$(m - \alpha)\sqrt{2} + \alpha^2 - 3\alpha - 4 = 0$$

$$m = \alpha \text{ 그리고 } \alpha^2 - 3\alpha - 4 = 0$$

$$(\alpha + 1)(\alpha - 4) = 0$$

$$\alpha = -1 \text{ 또는 } \alpha = 4$$

m 이 양의 정수이므로 $\alpha = 4$ 에서 $m = 4$