

1. 다음 등식 $x + y + (2x - y)i = 2 + 7i$ 를 만족하는 두 실수 x, y 에 대하여 xy 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 3

② -3

③ 0

④ 5

⑤ -5

해설

$$x + y + (2x - y)i = 2 + 7i$$

$$\Rightarrow x + y - 2 + (2x - y - 7)i = 0$$

$$\Rightarrow x + y - 2 = 0, 2x - y - 7 = 0$$

$$\text{연립하면, } x = 3, y = -1$$

2. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 6x + 2k - 1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 실수 k 의 값의 범위는?

① $k < -2$

② $-1 < k < 0$

③ $-1 < k < 4$

④ $k < 5$

⑤ $0 < k < 5$

해설

$x^2 - 6x + 2k - 1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지려면

$$\frac{D}{4} = 9 - 2k + 1 > 0 \quad \therefore 2k < 10 \quad \therefore k < 5$$

3. 방정식 $2x^2 - 6x + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = \frac{3}{2}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 9 - 2 \cdot \frac{3}{2} = 6$$

4. 방정식 $|x| + |x - 1| = 2$ 의 해를 구하시오.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{2}$ 또는 -0.5

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$ 또는 1.5

해설

i) $x < 0$ 일 때,

$$-x - (x - 1) = 2 \text{ 이므로 } -2x + 1 = 2$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2}$$

ii) $0 \leq x < 1$ 일 때,

$$x - (x - 1) = 2 \text{ 이므로 } 0 \cdot x = 1$$

$\therefore$ 해가 없다.

iii) $1 \leq x$ 일 때,

$$x + x - 1 = 2 \text{ 이므로 } 2x = 3$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}$$

(i), (ii), (iii)에서 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

5. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta$, $\alpha\beta$ 를 두 근으로 하는 이차방정식은?

① $2x^2 - 6x + 1 = 0$

② $x^2 - 6x + 1 = 0$

③ $x^2 - 7x + 3 = 0$

④ $2x^2 + 6x - 1 = 0$

⑤ $2x^2 - 7x + 3 = 0$

해설

근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = \frac{6}{2} = 3, \alpha\beta = \frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

3 과 $\frac{1}{2}$ 을 이용한 근과 계수의 관계를 구해보면

$$3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}, 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{3}{2} = 0$$

$$\therefore 2x^2 - 7x + 3 = 0$$

6. 다음 중 그 값이 $i + i^2 + i^3 + \dots + i^{114}$ 의 값과 같은 것은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① $i + i^3 + i^5 + i^7 + i^9 + i^{11}$

② $i + i^4 + i^7 + i^{10} + i^{13} + i^{16}$

③ $i^2 + i^5 + i^8 + i^{11} + i^{14} + i^{17}$

④ $i^3 + i^6 + i^9 + i^{12} + i^{15} + i^{18}$

⑤ $\frac{1}{i} + \frac{1^2}{i} + \frac{1^3}{i} + \frac{1^4}{i} + \frac{1^5}{i} + \frac{1^6}{i}$

해설

i^n 의 주기성을 묻는 문제이다.

$$i = i, i^2 = -1, i^3 = i^2 i = -i, i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1$$

이므로 곱에 대하여 주기가 4인 규칙을 지닌다.

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= (i + i^2 + i^3 + i^4) + (i^5 + i^6 + i^7 + i^8) \\ &\quad + \dots + (i^{109} + i^{110} + i^{111} + i^{112}) + i^{113} + i^{114} \\ &= (i - 1 - i + 1) + (i - 1 - i + 1) \\ &\quad + \dots + (i - 1 - i + 1) + i - 1 \\ &= i - 1 \end{aligned}$$

① (준식) $= (i - i + i - i) + i - i = 0$

② (준식) $= (i + 1 - i - 1) + i + 1 = i + 1$

③ (준식) $= (-1 + i + 1 - i) - 1 + i = -1 + i$

④ (준식) $= (-i - 1 + i + 1) - i - 1 = -i - 1$

⑤ (준식) $= (-i - 1 + i + 1) - i - 1 = -i - 1$

7. m 은 양의 정수이고, x 에 관한 이차방정식 $x^2 - (3 + \sqrt{2})x + m\sqrt{2} - 4 = 0$ 의 한 근은 정수이다. 이 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

정수근을 α 라 하자

$$\alpha^2 - (3 + \sqrt{2})\alpha + m\sqrt{2} - 4 = 0$$

$$(m - \alpha)\sqrt{2} + \alpha^2 - 3\alpha - 4 = 0$$

$$m = \alpha \text{ 그리고 } \alpha^2 - 3\alpha - 4 = 0$$

$$(\alpha + 1)(\alpha - 4) = 0$$

$$\alpha = -1 \text{ 또는 } \alpha = 4$$

m 이 양의 정수이므로 $\alpha = 4$ 에서 $m = 4$