

1. 다음 중에서 집합인 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

- ① 맛있는 과일의 모임
- ② 월드컵에서 우승한 적이 있는 국가의 모임
- ③ 우리학교에서 달리기를 잘하는 학생의 모임
- ④ 고속도로 중에서 최고 제한 속도가 110km 인 고속도로의 모임
- ⑤ 맛있는 사람의 모임

해설

- ① ‘맛있는’이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ② ‘우승’이라는 명확한 기준이 있으므로 집합이다.
- ③ ‘잘하는’이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ④ ‘최고 제한 속도가 110km’라고 명확한 기준을 제시하였으므로 집합이다.
- ⑤ ‘맛있는’이라는 단어는 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다.

2. 다음 중 무한집합을 모두 골라라.

- ㉠

$A = \{x \mid x \text{는 아시아에 속하는 국가}\}$
- ㉡

$B = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{보다 큰 자연수}\}$
- ㉢

$C = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이상의 자연수}\}$
- ㉣

$D = \{x \mid x \text{는 방위의 종류}\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

- ㉠

$A = \{\text{대한민국, 일본, 중국, } \dots, \text{싱가포르}\}$: 유한집합
- ㉡

$B = \{100, 101, 102, \dots\}$: 무한집합
- ㉢

$C = \{20, 21, 22, 23, 24, \dots\}$: 무한집합
- ㉣

$D = \{\text{동, 서, 남, 북}\}$: 유한집합

3. 다음 보기의 운동 경기 중 구기 종목이 모임을 집합 A 라고 할 때, $n(A)$ 를 구하여라.

보기

농구, 씨름, 양궁, 축구, 육상, 수영, 사이클, 유도, 레슬링, 복싱, 야구

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

구기 종목은 농구, 축구, 야구인 세 종목이다.
따라서 $n(A) = 3$ 이다.

4. $A = \{x|x \text{는 } 14 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 중에서 옳은 것은 모두 몇 개인가?

$\textcircled{\text{㉠}} 2 \in A$	$\textcircled{\text{㉡}} \{14\} \in A$
$\textcircled{\text{㉢}} \{4\} \in A$	$\textcircled{\text{㉣}} \emptyset \subset A$
$\textcircled{\text{㉤}} n(A) = 4$	$\textcircled{\text{㉥}} \{1, 2, 7, 12, 14\} \not\subset A$

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$A = \{1, 2, 7, 14\}$ 이므로
 $\textcircled{\text{㉡}} \{14\} \subset A$
 $\textcircled{\text{㉢}} \{4\} \notin A$
 $\textcircled{\text{㉥}} \{1, 2, 7, 12, 14\} \supset A$ 이어야 한다.

5. 다음 중 부분집합의 개수가 8 개인 것은?

- ① $\{L, O, V, E\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 25 \text{의 약수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } -2 \leq x \leq 0 \text{인 자연수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 짝수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 소수}\}$

해설

- ① 16 개 ② 8 개 ③ $\emptyset$
④ 무한집합 ⑤ 16 개

6. 두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 } 4\text{의 약수}\}$, $B = \{1, x+1, x+3\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, x 의 값은?

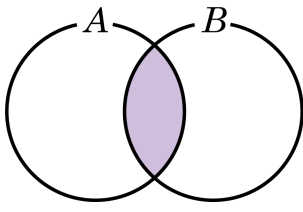
- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$A = B$ 이면 두 집합의 모든 원소가 같다. 집합 A 를 원소나열법으로 나타내면

$A = \{x \mid x \text{는 } 4\text{의 약수}\} = \{1, 2, 4\} = \{1, x+1, x+3\}$ 이므로 $x = 1$ 이다.

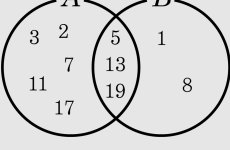
7. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 미만의 소수}\}$, $B = \{1, 5, 8, 13, 19\}$ 일 때 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 집합은 ?



- ① $\{5, 13\}$ ② $\{5, 19\}$ ③ $\{5, 13, 19\}$
④ $\{1, 5, 13\}$ ⑤ $\{1, 5, 13, 19\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면
 $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 이다.
벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



공통부분의 원소는 $\{5, 13, 19\}$ 이다.

8. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{5, 8, 9, 13\}$, $A \cap B = \{5, 9\}$, $A \cup B = \{2, 4, 5, 8, 9, 12, 13\}$ 일 때, 다음 중 집합 B 의 원소가 아닌 것은?

- ① 2 ② 4 ③ 5 ④ 8 ⑤ 9

해설

$A \cap B = \{5, 9\}$ 이므로 원소 5와 9는 집합 B 에도 속한다.
 $5 \in B, 9 \in B$
 $A \cup B = \{2, 4, 5, 8, 9, 12, 13\}$ 의 원소에서 집합 A 의 원소들을 빼고 난 나머지는,
집합 B 에서 교집합에 속하는 원소들을 뺀 나머지 원소들이다.
따라서 2, 4, 12 는 집합 B 에 속한다.
 $2 \in B, 4 \in B, 12 \in B$

9. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A^c = \{4, 5, 7\}$, $B^c = \{3, 4, 6, 8\}$ 일 때, $A \cap B$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{1, 2, 9, 10\}$

해설

$$A = (A^c)^c = \{1, 2, 3, 6, 8, 9, 10\}$$

$$B = (B^c)^c = \{1, 2, 5, 7, 9, 10\}$$

$$\therefore A \cap B = \{1, 2, 9, 10\}$$

10. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cap \emptyset = \emptyset$

② $A \cup \emptyset = A$

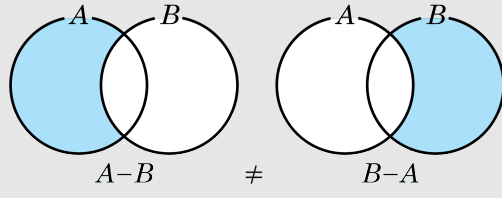
③ $A^c = U - A$

④ $A - B = A - (A \cap B)$

⑤ $A - B = B - A$

해설

⑤ 벤 다이어그램을 그리면 다음과 같다.



$\therefore A - B \neq B - A$

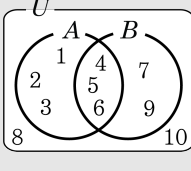
11. 집합 $U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 9\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
(단, $n(A)$ 는 집합 A 의 원소의 개수이다.)

- ① $n(A^c \cap B^c) = 7$
- ② $A \cap B^c = \{1, 2, 3\}$
- ③ $B - A = \{7, 9\}$
- ④ $n(A \cap B) = 3$
- ⑤ $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$

해설

벤다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} n(A^c \cap B^c) \\ = n((A \cup B)^c) = 2 \end{aligned}$$



12. 두 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{b, d, f\}$ 에 대하여 $n(A - B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$A - B = \{a, c, e\}$$

13. 전체집합 U 에서 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, 명제 $\sim p \rightarrow q$ 가 참일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? (단, $U \neq \emptyset$)

① $P^c \subset Q$

② $P \cap Q = \emptyset$

③ $P^c \cap Q^c = \emptyset$

④ $P \cap Q^c = Q^c$

⑤ $P \cup Q = U$

해설

$\sim p \rightarrow q$ 를 확인하기 위해 대우의 참, 거짓을 판별하거나 포함 관계를 본다.

$P^c \subset Q$ 이려면 $(P \cup Q)^c = \emptyset$ 이어야 한다.

$\therefore P \cup Q = U, P^c \cap Q^c = \emptyset$

$P \cap Q = \emptyset$ 는 알 수 없다.

14. 다음 중 $x > 7$ 의 필요조건이고, 충분조건은 되지 않는 것은?

- ① $x > 7$ ② $x < 7$ ③ $x \geq 7$ ④ $x \leq 7$ ⑤ $x = 7$

해설

$x > 7$ 범위를 포함하는 것을 고르면 $x \geq 7$

15. 다음 중 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합인 것을 고르면?

① $\{0, 2\}$

② $\{1, 4\}$

③ $\{1, 2, 6\}$

④ $\{1, 3, 5\}$

⑤ $\{4, 5, 6\}$

해설

$A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 3, 6\}$
따라서 $\{1, 2, 6\} \subset A$ 이다.

16. 두 집합 $A = \{2, 3, a\}$, $B = \{2, a-1, 2a-4\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$a \neq a-1 \text{ 이므로 } a = 2a-4$$

$$\therefore a = 4$$

17. 집합 $A = \{n \mid n \text{은 } 10 \text{ 이하인 자연수}\}$ 의 진부분집합 중 10보다 작은 소수가 모두 들어 있는 진부분집합의 개수를 구하면?

① 16개 ② 31개 ③ 32개 ④ 63개 ⑤ 64개

해설

10보다 작은 소수는 2, 3, 5, 7이므로 주어진 집합은 {2, 3, 5, 7}을 반드시 포함하면서 진부분집합이어야 하므로 $2^{10-4} - 1 = 2^6 - 1 = 63(\text{개})$

18. $\{a\} \subset X \subset \{a, b, c\}$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

집합 X 는 a 를 반드시 원소로 가지는 $\{a, b, c\}$ 의 부분집합이므로 개수는 $2^2 = 4$ (개)

19. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8\text{의 약수}\}$, $B = \{5, 6, 7, 9, 11\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 12\text{의 약수}\}$ 에 대하여 $(C \cap A) \cup B$ 의 원소 중에서 가장 큰 원소를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면 $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 가 된다.

먼저 C 와 A 의 교집합을 구해보면 $C \cap A = \{1, 2, 4\}$ 이고 B 와 합집합을 구하면

$(C \cap A) \cup B = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 9, 11\}$ 이 된다. 가장 큰 원소는 11이다.

20. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = A$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $A \subset B$

② $(A \cap B) \subset A$
- ③ $A \cap B = B$

④ $(A \cap \emptyset) \cup B = A$
- ⑤ $(A \cup B) \subset (A \cap B)$

해설

$A \cup B = A$ 이면 $B \subset A$ 이다.
① $B \subset A$ 이므로 옳지 않다.
④ $(A \cap \emptyset) \cup B = \emptyset \cup B = B$ 이므로 옳지 않다.
⑤ $(A \cup B) \subset (A = B)$ 은 $A \subset B$ 와 같으므로 옳지 않다.

21. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 13, n(B) = 16, n(A \cup B) = 21$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$21 = 13 + 16 - n(A \cap B)$$

$$\therefore n(A \cap B) = 8$$

22. 두 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{4, 8, 10\}$ 에 대하여 $(A \cup B) - (A \cap B)$ 는?

① $\{2\}$

② $\{4\}$

③ $\{2, 4\}$

④ $\{2, 6\}$

⑤ $\{2, 4, 6\}$

해설

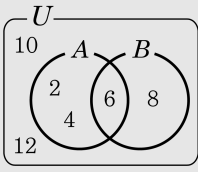
$(A \cup B) - (A \cap B) = \{2, 4, 6, 8, 10\} - \{4, 8, 10\} = \{2, 6\}$ 이다.

23. 전체집합 $U = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{6, 8\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 의 원소의 합은?

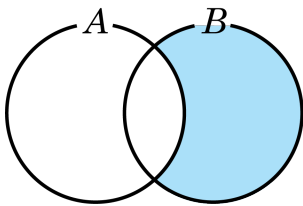
- ① 15
- ② 17
- ③ 20
- ④ 22
- ⑤ 24

해설

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = (\{2, 4, 6, 8\})^c = \{10, 12\}$ 이므로 원소의 합은 $10 + 12 = 22$ 이다.



24. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내지 않는 것은?



- ① $B \cap A^c$ ② $B - A$ ③ $(A \cup B) - A$
④ $B - (A \cap B)$ ⑤ $A - B$

해설

$B - A = B \cap A^c = B - (A \cap B) = (A \cup B) - A$ 이므로 색칠한 부분을 나타내지 않는 것은 ⑤이다.

25. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, 조건 p 를 만족시키는 집합 P 와 조건 q 를 만족시키는 집합 Q 사이의 포함 관계를 옳게 나타낸 것은?

① $Q \subset P$

② $Q^c \subset P^c$

③ $Q \subset P^c$

④ $Q^c \subset P$

⑤ $Q = P^c$

해설

명제 $p \rightarrow q$ 가 참이면 그 대우 $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 참이다.
 $\therefore Q^c \subset P^c$

26. 다음 명제의 대우로 알맞은 것은?

‘ $a+b$ 가 홀수이면 a, b 중 하나는 홀수, 다른 하나는 짝수이다.’

- ① $a+b$ 가 짝수이면 a, b 중 하나는 홀수, 다른 하나는 짝수이다.
- ② a, b 모두 짝수이거나 또는 홀수이면 $a+b$ 가 짝수이다.
- ③ a, b 중 하나는 짝수, 다른 하나는 홀수이면, $a+b$ 가 짝수이다.
- ④ a, b 중 하나는 홀수, 다른 하나는 짝수이면, $a+b$ 가 홀수이다.
- ⑤ a, b 중 하나는 짝수, 다른 하나는 홀수이면, $a+b$ 가 홀수이다.

해설

대우 : $a+b$ 가 짝수이면 a, b 중 하나는 홀수, 다른 하나는 짝수이다.

27. $\sim p \rightarrow \sim q$ 의 역이 참일 때, 다음 중 반드시 참인 명제는?

- ① $q \rightarrow p$
- ② $p \rightarrow q$
- ③ $\sim p \rightarrow \sim q$
- ④ $\sim p \rightarrow q$
- ⑤ $p \rightarrow \sim q$

해설

‘명제가 참이면 그의 대우는 항상 참이다.’

$\sim p \rightarrow \sim q \Leftrightarrow$ 역 : $\sim q \rightarrow \sim p$ (참)

$\sim q \rightarrow \sim p \Leftrightarrow$ 대우 $p \rightarrow q$ (참)

28. 명제 p, q, r 에 대하여 p 는 q 이기 위한 필요조건, r 은 q 이기 위한 충분조건일 때, p 는 r 이기 위한 무슨 조건인가?

① 필요

② 충분

③ 필요충분

④ 아무 조건도 아니다.

⑤ q 에 따라 다르다.

해설

p 는 q 이기 위한 필요조건이므로 $p \Leftarrow q$,
즉 $q \Rightarrow p$ 가 성립하고 r 은 q 이기 위한 충분조건,
즉 $r \Rightarrow q$ 가 성립하므로 $r \Rightarrow q \Rightarrow p$ 이다.
그러나 $p \Rightarrow r$ 인지는 알 수 없다.
따라서 $r \Rightarrow p$ 이므로 p 는 r 이기 위한 필요조건이다.

29. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $A \subset B$ 이면 $A \cup B = A$ 이다.
- ② $A \subset (A \cup B)$
- ③ $A \cap B = B \cap A$
- ④ $A \cup \emptyset = A$
- ⑤ $A \cup A = A$

해설

① $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$

30. 명제 ‘ $x > 1$ 인 어떤 x 에 대하여 $x^2 < 1$ 또는 $x^2 = 1$ ’의 부정은?

- ① $x \leq 1$ 인 모든 x 에 대하여 $x^2 > 1$
- ② $x > 1$ 인 모든 x 에 대하여 $x^2 > 1$
- ③ $x < 1$ 인 모든 x 에 대하여 $x^2 \geq 1$
- ④ $x > 1$ 인 모든 x 에 대하여 $x^2 \geq 1$
- ⑤ $x \leq 1$ 인 모든 x 에 대하여 $x^2 \geq 1$

해설

$x > 1$ 은 대전제이므로 부정이 적용되지 않는다.

$\sim(\text{어떤 } x) \leftrightarrow (\text{모든 } x), \sim(\text{또는}) \leftrightarrow (\text{그리고}),$

$\sim(x^2 < 1) \leftrightarrow (x^2 \geq 1), \sim(x^2 = 1) \leftrightarrow (x^2 \neq 1)$

따라서 주어진 명제의 부정은 ‘ $x > 1$ 인 모든 x 에 대하여 $x^2 > 1$ ’이다.

31. $a > 0, b > 0$ 일 때, $\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right)$ 의 최솟값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right) = ab + 4 + 1 + \frac{4}{ab}$$

ab 와 $\frac{4}{ab}$ 가 양수이므로

$$ab + \frac{4}{ab} \geq 2 \cdot \sqrt{ab \cdot \frac{4}{ab}} = 4$$

$$\therefore ab + \frac{4}{ab} + 5 \geq 4 + 5 = 9$$

32. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 13 \text{보다 작은 홀수}\}$ 의 1, 3을 반드시 포함하고 9는 포함하지 않는 부분집합 중 원소의 개수가 4개인 것은 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 3 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 에서 원소 1, 3, 9를 제외한 $\{5, 7, 11\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2개인 것은 $\{5, 7\}, \{7, 11\}, \{5, 11\}$ 의 3개이므로, 1, 3을 반드시 포함하고 9는 포함하지 않는 A 의 부분집합은 $\{1, 3, 5, 7\}, \{1, 3, 7, 11\}, \{1, 3, 5, 11\}$ 이다.

33. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 조건을 만족하는 집합 B 의 개수는?

$B \subset A, \{2, 3\} \subset B, n(B) = 4$

- ① 4개
- ② 6개
- ③ 8개
- ④ 10개
- ⑤ 12개

해설

$A = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$
 $B \subset A, \{2, 3\} \subset B, n(B) = 4$ 이므로
 $B = \{1, 2, 3, 6\}, \{1, 2, 3, 9\}, \{1, 2, 3, 18\},$
 $\{2, 3, 6, 9\}, \{2, 3, 6, 18\}, \{2, 3, 9, 18\}$