

1. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라.

A	$=$	$\{x x \text{는 } 20 \text{의 약수}\},$	B	$=$
		$\{x x \text{는 } 0 < x < 110 \text{인 } 5 \text{의 배수}\}$		

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}, B = \{5, 10, 15, 20, \dots, 105\}$ 이므로
 $n(A) = 6, n(B) = 21$
 $\therefore n(A) + n(B) = 27$

2. 다음 중 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 부분집합이 아닌 것은?

① $\emptyset$

② $\{1, 3\}$

③ $\{3, 7\}$

④ $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$

⑤ $\{1, 5, 6\}$

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이므로 $\{1, 5, 6\} \not\subset A$

3. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 $X \subset A$, $A - X = \{1, 3\}$ 을 만족하는 집합 X 의 진부분집합의 개수는?

① 3개 ② 4개 ③ 7개 ④ 8개 ⑤ 15개

해설

$$2^{5-2} - 1 = 7(\text{개})$$

4. 다음 중 옳은 것은?

보기

- ㉠ $n(\emptyset) = 0$
- ㉡ $A \subset B$ 이면, $n(A) \leq n(B)$ 이다.
- ㉢ $n(\{x \mid x \text{는 } 1 \text{ 이상 } 4 \text{ 이하의 짝수}\}) = 2$
- ㉣ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$
- ㉤ $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{e\}) = 3$

- ① ㉡, ㉢, ㉤
- ② ㉠, ㉢, ㉣
- ③ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤
- ④ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

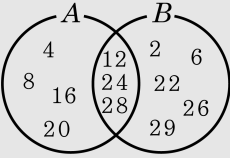
해설

㉣ 반례 : $A = \{2\}$, $B = \{1, 3\}$

5. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 미만의 } 4 \text{의 배수}\}$, $A \cap B = \{12, 24, 28\}$, $A \cup B = \{2, 4, 6, 8, 12, 16, 20, 22, 24, 26, 28, 29\}$ 일 때 집합 B 를 구하면?
- ① $\{2, 6, 12, 24, 28\}$
- ② $\{2, 6, 22, 26, 29\}$
- ③ $\{2, 4, 6, 8, 22, 26, 29\}$
- ④ $\{2, 6, 12, 22, 24, 26, 28, 29\}$
- ⑤ $\{2, 4, 6, 8, 12, 24, 28, 29\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면
 $A = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28\}$ 이 된다.
 $A \cup B = \{2, 4, 6, 8, 12, 16, 20, 22, 24, 26, 28, 29\}$, $A \cap B = \{12, 24, 28\}$ 이 성립하도록 벤 다이어그램에 그려보자.



그러므로 $B = \{2, 6, 12, 22, 24, 26, 28, 29\}$ 가 된다.

6. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cup \emptyset = \emptyset$

② $A \cap \emptyset = \emptyset$

③ $(A \cap B) \subset A$

④ $B \subset (A \cup B)$

⑤ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$

해설

① $A \cup \emptyset = A$

7. $n(A) = 16$, $n(B) = 10$, $n(A \cup B) = 24$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 16 + 10 - 24 = 2 \end{aligned}$$

8. 원소의 개수가 3 인 집합 A 가 다음 조건을 만족한다.

(가) $5 \in A$
(나) $x \in A$ 이면 $\frac{1}{1-x} \in A$

이 때 집합 A 의 모든 원소의 곱은?

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$5 \in A \text{ 이므로 } \frac{1}{1-5} = -\frac{1}{4} \in A$$
$$\text{또 } \frac{1}{1-\left(-\frac{1}{4}\right)} = \frac{1}{\frac{5}{4}} = \frac{4}{5} \in A$$
$$\frac{1}{1-\frac{4}{5}} = \frac{1}{\frac{1}{5}} = 5 \in A$$
$$A = \left\{-\frac{1}{4}, \frac{4}{5}, 5\right\} \text{ 에서 } A \text{ 의 모든 원소의 곱은 } -\frac{1}{4} \times \frac{4}{5} \times 5 = -1 \text{ 이다.}$$

9. 집합 A 에 대하여 $P(A) = \{X|X \subset A\}$ 로 정의할 때, $A = \{0\}$, $B = \{0, 1\}$ 이라 하면 다음 중 옳은 것은?
- ① $P(A) \cup P(B) = P(A)$

② $P(A) \cap P(B) = \emptyset$

③ $P(A) - P(B) = P(A)$

④ $P(B) - P(A) = P(B)$

⑤ $P(A) \cup P(B) = P(B)$

해설

$P(A) = \{\emptyset, \{0\}\}$, $P(B) = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}\}$
 $\therefore P(A) \subset P(B)$, $P(A) \cup P(B) = P(B)$, $P(A) \cap P(B) = P(A)$,
 $P(A) - P(B) = \emptyset$, $P(B) - P(A) = \{\{1\}, \{0, 1\}\}$

10. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $A \neq B$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 가장 큰 자연수를 구하여라.

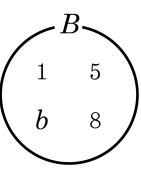
▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

A 는 B 의 진부분집합이고,
 $A = \{12, 24, 36, \dots\}$ 이므로
 $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$ 의 $\square$ 에는 12의 약수 중 12를 제외한 수가 들어가야 한다.
따라서 $\square$ 안에 들어갈 수는 1, 2, 3, 4, 6이고, 가장 큰 자연수는 6이다.

11. 두 집합 $A = \{1, 5, 8, a\}$, B 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a - b$ 의 값은?



- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$a = b, a - b = 0$

12. $U = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{보다 작은 자연수}\}$ 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B^c = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$ 일 때, $A^c - B$ 은?

① {4}

② {5}

③ {4, 5}

④ {4, 5, 7}

⑤ {4, 5, 7, 8}

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B^c = \{2, 4, 6\}$

이므로

$A^c - B = \{4, 5, 7\} - \{1, 3, 5, 7\} = \{4\}$ 이다.

13. 두 집합 A, B 에 대하여 $\{(A-B) \cup (A \cap B)\} \cap B = B$ 가 성립할 때, 다음 중 항상 성립한다고 볼 수 없는 것은? (단, U 는 전체집합, $U \neq \emptyset$)

- ① $A - B = \emptyset$ ② $A \cup B^c = U$ ③ $B \subset A$
④ $(A \cap B)^c = B^c$ ⑤ $A^c \subset B^c$

해설

$$\begin{aligned} \{(A-B) \cup (A \cap B)\} \cap B &= \{(A \cap B^c) \cup (A \cap B)\} \cap B \\ &= \{A \cap (B^c \cup B)\} \cap B \\ &= (A \cap U) \cap B \\ &= A \cap B \\ A \cap B = B &\leftrightarrow B \subset A \\ \therefore \text{①에서 } A - B = \emptyset &\leftrightarrow A \subset B \end{aligned}$$

14. 두 집합 $A = \{3, 5, a + 1\}$,
 $B = \{8, a + 4, 2 \times a + 1, 16\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{8\}$ 일 때, $(A - B) \cup (B - A)$ 는?
- ① $\{3, 5, 7, 9\}$ ② $\{3, 4, 5, 7\}$
③ $\{3, 5, 8, 11\}$ ④ $\{3, 5, 11, 15, 16\}$
⑤ $\{3, 5, 8, 11, 15\}$

해설

$A \cap B = \{8\}$ 이므로 $a + 1 = 8, a = 7$ 이다.
따라서 $A = \{3, 5, 8\}, B = \{8, 11, 15, 16\}$ 이므로
 $(A - B) \cup (B - A) = \{3, 5\} \cup \{11, 15, 16\} = \{3, 5, 11, 15, 16\}$ 이다.

15. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 미만의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 8\}$, $B = \{4, 8, 9\}$ 에 대하여 $(A \cup B) - A$ 는?

- ① $\{4\}$ ② $\{8\}$ ③ $\{4, 8\}$ ④ $\{4, 9\}$ ⑤ $\{9\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 이므로 $(A \cup B) - A = \{2, 4, 8, 9\} - \{2, 4, 8\} = \{9\}$ 이다.

16. 50명의 학생 중 사과를 좋아하는 학생은 28명, 배를 좋아하는 학생은 42명이었다. 사과, 배 모두 좋아하는 학생 수의 최댓값을 x , 최솟값을 y 라 할 때, $x + y$ 의 값을 구하면?

① 48 ② 54 ③ 62 ④ 70 ⑤ 83

해설

사과를 좋아하는 학생 : A , 배를 좋아하는 학생 : B , 전체학생 : U 라고 두면

$$n(A) = 28, n(B) = 42, n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \leq 50$$

$$\therefore n(A \cap B) \geq 28 + 42 - 50 = 20$$

$n(A \cap B)$ 이 최대가 될 때는 $A \subset B$ 일 때, 즉 $A \cap B = A$ 가 되는 경우이다.

$$\therefore 20 \leq n(A \cap B) \leq 28$$

$$x = 28, y = 20$$

$$\therefore x + y = 48$$

17. $A = \{1, 3, 5\}$ 에 대하여 $B = \{x \mid x = a \times b, a \in A, b \in A\}$ 일 때, 다음

중 옳은 것은?

① $5 \notin B$

② $10 \in B$

③ $15 \notin B$

④ $A \supset B$

⑤ $A \subset B$

해설

$A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{1, 3, 5, 9, 15, 25\}$ 이므로 $A \subset B$

① $5 \in B$

② $10 \notin B$

③ $15 \in B$

④ $A \subset B$

18. 두 집합 $A = \{3, 6, 8, 9, 11\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 3 \leq x \leq 5 \text{인 자연수}\}$ 에 대하여 $(A - B) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8개

해설

$B = \{3, 4, 5\}$
 $(A - B) \cup X = X$ 이므로 $(A - B) \subset X$
 $(A \cup B) \cap X = X$ 이므로 $X \subset (A \cup B)$
 $\{6, 8, 9, 11\} \subset X \subset \{3, 4, 5, 6, 8, 9, 11\}$
집합 X 는 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 6, 8, 9, 11을 반드시 포함하는 집합이다.
 $\therefore 2^{7-4} = 2^3 = 8$ (개)

19. 자연수 n 의 양의 배수의 집합을 A_n 이라 할 때, 다음 <보기> 에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, m, n 은 자연수)

보기

- ㉠ $A_5 \cap A_7 = \emptyset$
- ㉡ $A_4 \cup A_6 = A_4$
- ㉢ m, n 이 서로소이면 $A_m \cap A_n = A_{mn}$
- ㉤ $m = kn$ (k 는 양의 정수) 이면 $A_m \subset A_n$

- ① ㉠, ㉡, ㉤
- ② ㉠, ㉢
- ③ ㉠, ㉢, ㉤
- ④ ㉡, ㉢, ㉤
- ⑤ ㉢, ㉤

해설

- ㉠ $A_5 \cap A_7 = A_{35}$
- ㉡ $A_4 = \{4, 8, 12, 16, \dots\}$
 $A_6 = \{6, 12, 18, 24, \dots\}$ 이므로
 $A_4 \cup A_6 = \{4, 6, 8, 12, 16, \dots\} \neq A_4$
- ㉢ $A_m = \{m, 2m, \dots, nm, (n+1)m, \dots\}$
 $A_n = \{n, 2n, \dots, mn, (m+1)n, \dots\}$
 m, n 이 서로소이면 $A_m \cap A_n = A_{mn}$
- ㉤ $A_m = A_{kn} = \{kn, 2kn, 3kn, \dots\}$
 $A_n = \{n, 2n, 3n, 4n, \dots\}$ 이므로
 $A_m \subset A_n$

20. 집합 $A_n = \{x|2n-1 \leq x \leq 2n+1, n \text{은 자연수}\}$ 에 대하여 $n(A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup \cdots \cup A_{10})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$A_3 = \{x|5 \leq x \leq 7\} ,$$

$$A_4 = \{x|7 \leq x \leq 9\} ,$$

$$A_5 = \{x|9 \leq x \leq 11\} ,$$

$\vdots$

$$A_{10} = \{x|19 \leq x \leq 21\} ,$$

$$A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup \cdots \cup A_{10} = \{x|5 \leq x \leq 21\} ,$$

$$\therefore n(A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup \cdots \cup A_{10}) = 17$$