

1. 실수 x, y 에 대하여 $x + y + (xy - 1)i = 2 + i$ 일 때 $x^2 + y^2$ 의 값은?

① 4

② 2

③ 1

④ 0

⑤ -1

해설

$$x + y = 2, \quad xy - 1 = 1 \quad \therefore xy = 2$$

$$\therefore x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 0$$

2. 다음 식을 간단히 하여라.

$$\frac{1-2i}{2+3i} + \frac{1+2i}{2-3i}$$

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{8}{13}$

해설

(준식)

$$\begin{aligned} &= \frac{(1-2i)(2-3i) + (1+2i)(2+3i)}{(2+3i)(2-3i)} \\ &= \frac{(2-6) + (-4-3)i + (2-6) + (4+3)i}{2^2 + 3^2} \\ &= \frac{(-4-7i) + (-4+7i)}{13} \\ &= -\frac{8}{13} \end{aligned}$$

3. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$ 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 1$$

$$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$$

$$= 27 - 9 = 18$$

4. x 에 대한 일차방정식 $(a^2 + 3)x + 1 = a(4x + 1)$ 의 해가 무수히 많을 때, a 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$(a^2 + 3 - 4a)x = a - 1$$

모든 x 에 대해 성립하려면

$$a^2 - 4a + 3 = 0, a - 1 = 0$$

$$\text{공통근} : a = 1$$

5. x 에 대한 이차방정식 $2mx^2 + (5m+2)x + 4m+1 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 실수 m 의 값은?

① $-\frac{3}{2}, -2$

② $-\frac{7}{12}, -\frac{1}{2}$

③ $-\frac{7}{2}, 2$

④ $-\frac{2}{7}, 2$

⑤ $\frac{2}{7}, \frac{3}{2}$

해설

주어진 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면 중근을 가질 조건은 $D = 0$ 이므로

$$D = (5m + 2)^2 - 4 \cdot 2m \cdot (4m + 1) = 0$$

$$25m^2 + 20m + 4 - 32m^2 - 8m = 0$$

$$7m^2 - 12m - 4 = 0$$

$$(7m + 2)(m - 2) = 0$$

$$\therefore m = -\frac{2}{7} \text{ 또는 } 2$$

6. 이차식 $x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4$ 가 x 에 대하여 완전제곱식이 될 때, 상수 k 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

이차식이 완전제곱식이 되면

$$\text{이차방정식 } x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4 = 0$$

이 중근을 갖는다.

$$\text{따라서, } \frac{D}{4} = (k-1)^2 - (2k^2 - 6k + 4) = 0$$

위의 식을 정리하면

$$-k^2 + 4k - 3 = 0$$

$$k^2 - 4k + 3 = 0$$

$$(k-1)(k-3) = 0 \text{에서}$$

$$k = 1 \text{ 또는 } k = 3$$

7. 다음의 이차방정식에 대한 설명 중 틀린 것은? (단, a, b, c 는 실수이다.)

① 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)(x - \beta)$ 이다.

② 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 $\alpha, \beta, D = b^2 - 4ac$ 라고 하면 $(\alpha - \beta)^2 = \frac{D}{a^2}$ 이다.

③ 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 서로 다른 부호의 두 실근을 가지기 위한 필요충분 조건은 $ab < 0$ 이다.

④ 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지면, $x^2 + (a - 2c)x + b - ac$ 도 서로 다른 두 실근을 갖는다.

⑤ 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$ (단, $a \neq 0$)

해설

③ 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 서로 다른 부호의 두 실근을 가지기 위한 필요충분 조건은 $ac < 0$ 이다.

8. 실수 a, b 에 대하여 $(a + b - 5)^2 + \sqrt{(ab + 3)^2} = 0$, $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① $-\sqrt{13}$

② $-\sqrt{37}$

③ $\sqrt{19}$

④ $\sqrt{13}$

⑤ $\sqrt{37}$

해설

$$(a + b - 5)^2 + \sqrt{(ab + 3)^2} = (a + b - 5)^2 + |ab + 3| = 0 \rightarrow$$
$$a + b = 5, ab = -3, (a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 37$$
$$a - b = \pm \sqrt{37} \dots \textcircled{1}$$

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}} \text{ 가 성립하려면, } a < 0 \text{ 그리고 } b \geq 0 \text{ 일 때이다.}$$

$$\therefore a - b < 0 \text{ 이므로 } \textcircled{1} \text{에서 } a - b = -\sqrt{37}$$

9. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + mx + 6 = 0$ 의 두 근 a, b 에 대하여 $|a - b| = 1$ 이 성립할 때, $\sqrt{a+1} + \sqrt{b+1}$ 의 값은? (단, $m < 0$)

① $-1 - \sqrt{2}$

② $2 + \sqrt{3}$

③ $2 - \sqrt{3}$

④ $1 + \sqrt{2}$

⑤ $-2 + \sqrt{5}$

해설

$$x^2 + mx + 6 = 0 \text{의 두 근이 } a, b$$

$$a + b = -m, ab = 6$$

$$|a - b| = 1$$

$$|a - b|^2 = (a + b)^2 - 4ab$$

$$= m^2 - 24 = 1$$

$$m^2 = 25 \therefore m = -5 (\because m < 0)$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x - 3)(x - 2) = 0$$

$$a = 3, b = 2$$

$$\therefore \sqrt{a+1} + \sqrt{b+1} = \sqrt{4} + \sqrt{3} = 2 + \sqrt{3}$$