

**1.**  $a_1 = 4, a_{n+1} = a_n + 3(n = 1, 2, 3, \dots)$ 과 같이 정의된 수열  $\{a_n\}$ 에서  $a_{10}$ 의 값은?

① 29

② 31

③ 33

④ 35

⑤ 37

**2.**  $a_1 = 1, a_{n+1} - a_n = 3(n = 1, 2, 3, \dots)$ 으로 정의된 수열  $\{a_n\}$ 에서  $\sum_{k=1}^{20} a_k$ 의 값은?

① 115

② 270

③ 326

④ 445

⑤ 590

**3.**  $a_1 = \frac{1}{2}$ ,  $a_{n+1} = 2a_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) 과 같이 정의된 수열  $\{a_n\}$  의 일반항을 구하면?

①  $2^{n-1}$

②  $2^n$

③  $2^{n-2}$

④  $2^{n+1}$

⑤  $\frac{1}{2}n$

4. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_1 = 2$ 이고  $a_{n+1} = 2a_n + 2$ 일 때,  $a_{10}$ 의 값은?

① 1022

② 1024

③ 2021

④ 2046

⑤ 2082

5.  $a_1 = 4$ 인 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 이 수열의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.  $a_{n+1} = 3S_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )이 성립할 때, 제 5항은?

① 678

② 708

③ 738

④ 768

⑤ 798

6.  $a_1 = 3, a_2 = \frac{3}{7}, \frac{2}{a_{n+1}} = \frac{1}{a_n} + \frac{1}{a_{n+2}} (n = 1, 2, 3, \dots)$ 로 정의된

수열  $\{a_n\}$ 에서  $a_n < \frac{1}{50}$  을 만족하는 자연수  $n$ 의 최솟값을 구하여라.



답: \_\_\_\_\_

7. 다음은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1) \cdot 2^n$$

$$= (2n)(2n-1) \cdots (n+2)(n+1) \cdots \textcircled{\Gamma}$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

증명

(i)  $n = 1$  일 때, (좌변) = (우변) = 2

(ii)  $n = k$  일 때  $\textcircled{\Gamma}$ 이 성립한다고 가정하면

$$1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2k-1) \cdot 2^k$$

$$= (2k)(2k-1) \cdots (k+2)(k+1) \cdots \textcircled{\text{L}}$$

$\textcircled{\text{L}}$ 의 양변에  $\textcircled{\text{가}}$ 를 곱하면

$$1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2k-1) \cdot \textcircled{\text{나}}$$

$$= (2k)(2k-1) \cdots (k+2)(k+1) \cdot \textcircled{\text{가}}$$

$$= (2k+2)(2k+1)(2k) \cdots (k+2)$$

따라서  $n = k+1$  일 때도  $\textcircled{\Gamma}$ 이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $\textcircled{\Gamma}$ 이 성립한다.

위의 증명 과정에서 (가), (나)에 들어갈 식을 차례로  $f(k)$ ,  $g(k)$ 라 할

때,  $\frac{g(10)}{f(10)}$ 의 값은?

①  $\frac{1}{1024}$

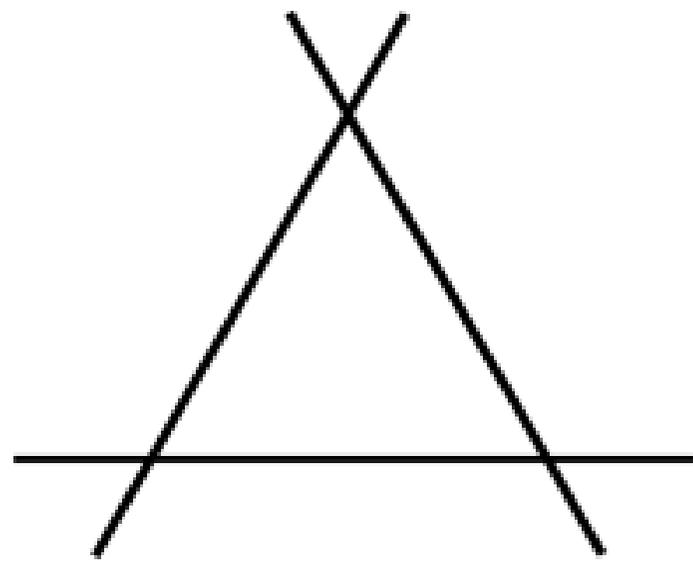
②  $\frac{1}{512}$

③ 512

④ 1024

⑤ 2048

8. 평면 위에 어느 두 직선도 평행하지 않고 어느 세 직선도 한 점에서 만나지 않는  $n$ 개의 직선이 있다.  $n$ 개의 직선으로 나누어진 평면의 개수를  $a_n$ 이라 할 때, 그림은  $a_3 = 7$ 을 나타낸다.  $a_n$ 과  $a_{n+1}$  사이의 관계식을 구하여라.



답: \_\_\_\_\_