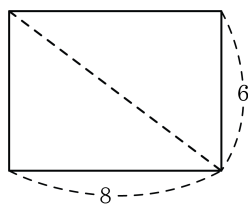


1. 다음 그림에서 직사각형의 대각선의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

피타고라스 정리에 따라
 $\sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ 이다.

2. 가로와 세로의 길이의 비가 5 : 2 이고 대각선의 길이가 $2\sqrt{29}$ 인 직사각형의 둘레의 길이는?

① 28 ② 20 ③ 18 ④ $10\sqrt{2}$ ⑤ $14\sqrt{2}$

해설

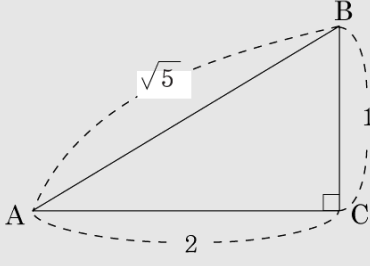
가로의 길이를 $5x$, 세로의 길이를 $2x$ 라고 하면,
직사각형의 대각선의 길이

$2\sqrt{29} = \sqrt{(5x)^2 + (2x)^2} = \sqrt{29}x$ 가 되어 $x = 2$ 이다.
따라서 가로의 길이와 세로의 길이는 각각 10, 4 이므로
직사각형의 둘레의 길이는 $2 \times 10 + 2 \times 4 = 28$ 이다.

3. $\tan A = 0.5$ 일 때, $\sin A + \cos A$ 의 값은?(단, $0^\circ < A < 90^\circ$)

- ① $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ ④ $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\sqrt{5}$

해설



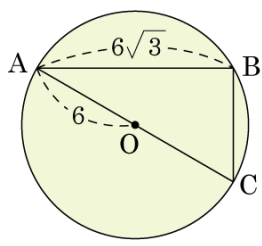
$\tan A = 0.5 = \frac{1}{2}$ 이므로

$\overline{AB} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ 이다

$\sin A = \frac{1}{\sqrt{5}}, \cos A = \frac{2}{\sqrt{5}}$

따라서 $\sin A + \cos A = \frac{3\sqrt{5}}{5}$ 이다.

4. 반지름의 길이가 6 인 원에 내접하는 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에서 $\sin A$ 의 값이 $\frac{a}{b}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소)



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\angle B$ 는 지름의 원주각 $\angle B = 90^\circ$

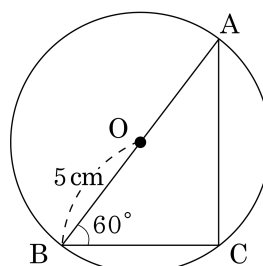
$$\overline{BC} = \sqrt{12^2 - (6\sqrt{3})^2} = 6$$

$\therefore \sin A = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ 이므로

$a + b = 3$ 이다.

5. 다음 그림에서 $\overline{BO} = 5\text{ cm}$, $\angle B = 60^\circ$ 일 때, 직각삼각형 ABC 의 둘레의 길이는?

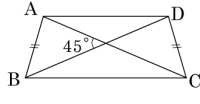
- ① $5(3 + \sqrt{3})\text{ cm}$
 ② $5(3 - \sqrt{3})\text{ cm}$
 ③ $5(3 + \sqrt{2})\text{ cm}$
 ④ $5(2\sqrt{3} - 1)\text{ cm}$
 ⑤ $5(3 + 2\sqrt{3})\text{ cm}$



해설

반원에 대한 원주각의 크기는 90° 이므로 $\angle ACB = 90^\circ$
 $\overline{AB} = 10\text{ cm}$
 $\overline{AC} = \sin 60^\circ \times 10 = 5\sqrt{3}(\text{ cm})$
 $\overline{BC} = \cos 60^\circ \times 10 = 5(\text{ cm})$
 $\therefore$ (직각삼각형 ABC 의 둘레의 길이)
 $= \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BC} = 10 + 5\sqrt{3} + 5$
 $= 5\sqrt{3} + 15 = 5(\sqrt{3} + 3)\text{ cm}$

6. 다음 그림과 같이 두 대각선이 이루는 각의 크기가 45° 인 등변사다리꼴 ABCD의 넓이가 $36\sqrt{2}\text{cm}^2$ 일 때, AC의 길이를 구하면?



- ① 8 cm ② 10 cm ③ 12 cm ④ 14 cm ⑤ 16 cm

해설

대각선 $\overline{AC} = \overline{BD} = x$ 라면

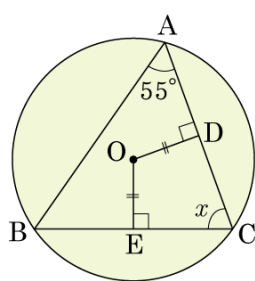
$$x \times x \times \frac{1}{2} \times \sin 45 = 36 \sqrt{2}$$

$$x^2 \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 36 \sqrt{2}$$

$$x^2 = 144$$

$$x = 12 \text{ (cm)}$$

7. 다음 그림의 원 O에서 $\angle CAB = 55^\circ$ 일 때,
 $\angle ACB$ 의 크기는?

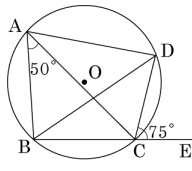


- ① 50° ② 55° ③ 60° ④ 65° ⑤ 70°

해설

중심에서 현에 내린 수선의 길이가 같으므로
 $\overline{AC} = \overline{BC}$, 따라서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형
 $\therefore x = 180^\circ - 55^\circ \times 2 = 70^\circ$

8. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원 O 에 내접하고, $\angle BAC = 50^\circ$, $\angle DCE = 75^\circ$ 일 때, $\angle DBC$ 의 크기는?



- ① 25° ② 30° ③ 35° ④ 40° ⑤ 45°

해설

$$\angle DCE = \angle BAD = 75^\circ$$

$$\angle DAC = \angle DBC \text{ 이므로 } \angle DBC = 75^\circ - 50^\circ = 25^\circ$$

9. 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 의 평균이 10, 분산이 5일 때, 변량 $4x_1 + 1, 4x_2 + 1, 4x_3 + 1, \dots, 4x_n + 1$ 의 평균, 분산을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : 41

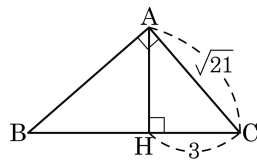
▷ 정답 : 분산 : 80

해설

(평균) $= 4 \cdot 10 + 1 = 41$

(분산) $= 4^2 \cdot 5 = 80$

10. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $7\sqrt{3}$

해설

$\triangle ACH$ 와 $\triangle ABC$ 는 $\angle C$ 를 공통각으로 가지고 있으며 한 개씩의 직각을 가지고 있다.

따라서 두 삼각형은 닮은 꼴이므로

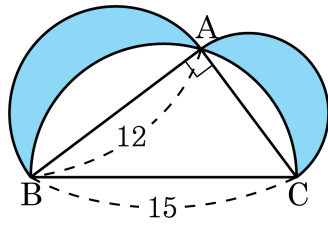
$\overline{AC} : \overline{CH} = \overline{BC} : \overline{AC}$ 에서

$\overline{AC}^2 = \overline{CH} \times \overline{CB}$ 이므로 $21 = 3 \times \overline{CB}$, 즉 $\overline{CB} = 7$

$\triangle ABC$ 에서 피타고라스 정리를 적용하면 $49 = 21 + \overline{AB}^2$

$\overline{AB} = 2\sqrt{7}$ 이므로 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2\sqrt{7} \times \sqrt{21} = 7\sqrt{3}$

11. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는?

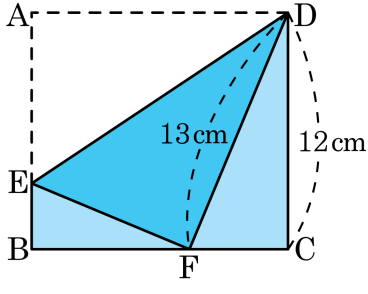


- ① 27 ② 54 ③ 81 ④ 100 ⑤ 108

해설

색칠한 부분의 넓이는 큰 반원 안 직각삼각형의 넓이와 같다.
 직각삼각형의 나머지 한 변이 9 이므로 그 넓이는 $\frac{1}{2} \times 12 \times 9 = 54$
 따라서 넓이는 54이다.

12. 직사각형을 접어 다음의 그림과 같은 모양을 만들었다. 이 때 $\overline{FD} = 13\text{cm}$, $\overline{CD} = 12\text{cm}$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이는?



- ① $\frac{160}{3}\text{cm}^2$ ② $\frac{145}{7}\text{cm}^2$ ③ $\frac{169}{3}\text{cm}^2$
 ④ $\frac{178}{7}\text{cm}^2$ ⑤ $\frac{170}{3}\text{cm}^2$

해설

$$\begin{aligned} (\overline{FD})^2 &= (\overline{FC})^2 + (\overline{CD})^2, \overline{FC} = 5\text{cm} . \\ \overline{AE} = \overline{EF} = x, \overline{BF} &= 13 - 5 = 8\text{cm}, \overline{EB} = (12 - x)\text{cm} . \\ x^2 &= (12 - x)^2 + 8^2, x = \frac{26}{3}\text{cm} . \\ \overline{EF} = \frac{26}{3}\text{cm} \text{ 이므로 } \triangle DEF &= \frac{1}{2} \times \frac{26}{3} \times 13 = \frac{169}{3} (\text{cm}^2) . \end{aligned}$$

13. 이차함수 $y = -x^2 + 8x - 16$ 의 그래프의 꼭짓점을 A, y 축과 만나는 점을 B 라 할 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{17}$

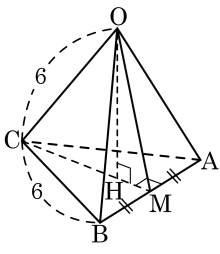
해설

$$y = -x^2 + 8x - 16$$

$y = -(x-4)^2$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 (4, 0) 이고, y 축과 만나는 점은 x 의 좌표가 0 이므로 (0, -16) 이다.

$$\begin{aligned}\therefore \overline{AB} &= \sqrt{(4-0)^2 + \{0-(-16)\}^2} \\ &= \sqrt{272} = 4\sqrt{17}\end{aligned}$$

14. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 8 인 정삼각형으로 이루어진 정사면체가 있다. 점 O에서 밑면에 내린 수선의 발을 H, 선분 AB의 중점을 M이라고 할 때, $\overline{BM}$, $\overline{CM}$, $\overline{CH}$, $\overline{OH}$ 의 길이를 차례로 구하면?
(단, H는 밑면 ABC의 무게중심이다.)



- ① 3, $3\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$, $2\sqrt{6}$ ② 3, $2\sqrt{3}$, $3\sqrt{3}$, $2\sqrt{6}$
 ③ 3, $2\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$, $3\sqrt{6}$ ④ 3, $3\sqrt{3}$, $3\sqrt{3}$, $2\sqrt{6}$
 ⑤ 3, $3\sqrt{3}$, $3\sqrt{3}$, $3\sqrt{6}$

해설

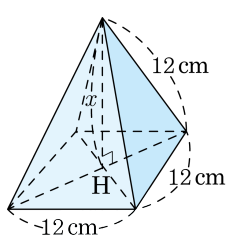
$$(1) \overline{BM} = 3$$

$$(2) \overline{CM} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$$

$$(3) \overline{CH} = 3\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = 2\sqrt{3}$$

$$(4) \overline{OH} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{36 - 12} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

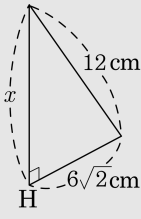
15. 다음 그림과 같은 정사각뿔의 높이 x 의 길이는 ?



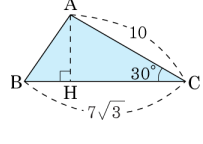
- ① $5\sqrt{2}$ cm ② $6\sqrt{2}$ cm ③ $7\sqrt{2}$ cm
 ④ $8\sqrt{2}$ cm ⑤ $9\sqrt{2}$ cm

해설

면의 대각선의 길이는 $12\sqrt{2}$ cm 이므로
 $x = \sqrt{12^2 - (6\sqrt{2})^2}$
 $= \sqrt{144 - 72} = \sqrt{72}$
 $= 6\sqrt{2}$ (cm)



16. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\triangle ABH$ 둘레의 길이는?



- ① $5 - 2\sqrt{3} + \sqrt{37}$

③ $5 + 2\sqrt{3} - \sqrt{37}$

⑤ $6 + 2\sqrt{3} + \sqrt{37}$
- ② $5 + 2\sqrt{3} + \sqrt{37}$

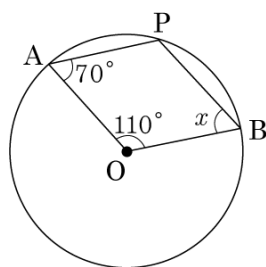
④ $5 + 3\sqrt{2} + \sqrt{37}$

해설

$\overline{AH} = 10 \sin 30^\circ = 5$
 $\overline{BH} = 7\sqrt{3} - \overline{CH} = 7\sqrt{3} - 10 \cos 30^\circ = 2\sqrt{3}$
 $\overline{AB} = \sqrt{5^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{37}$
따라서 $\triangle ABH$ 둘레의 길이는 $5 + 2\sqrt{3} + \sqrt{37}$ 이다.

17. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기는?

- ① 55° ② 65° ③ 75°
 ④ 85° ⑤ 115°



해설

5.0pt $\widehat{AB}$ 에 대한 중심각 : $360^\circ - 110^\circ = 250^\circ$

$$\angle APB = 250^\circ \times \frac{1}{2} = 125^\circ$$

□OAPB 에서

$$\angle PBO = 360^\circ - 70^\circ - 125^\circ - 110^\circ = 55^\circ \text{ 이다.}$$

18. 세 수 a, b, c 의 평균이 8이고 분산이 3일 때, 세 수 a^2, b^2, c^2 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 67

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 8이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 8$$

$$\therefore a+b+c = 24 \cdots \textcircled{1}$$

또, a, b, c 의 분산이 3이므로

$$\frac{(a-8)^2 + (b-8)^2 + (c-8)^2}{3} = 3$$

$$(a-8)^2 + (b-8)^2 + (c-8)^2 = 9$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 - 16(a+b+c) + 192 = 9$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$a^2 + b^2 + c^2 - 16(24) + 192 = 9$$

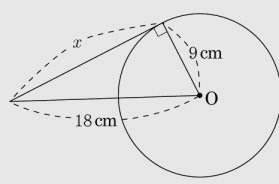
$$a^2 + b^2 + c^2 = 201$$

따라서 a^2, b^2, c^2 의 평균은 $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} = \frac{201}{3} = 67$ 이다.

19. 반지름의 길이가 9cm인 원의 중심으로부터 18cm 떨어진 점에서 그 원에 그은 접선의 길이는?

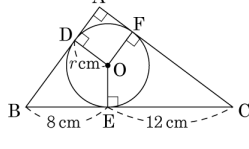
- ① $9\sqrt{3}\text{cm}$ ② $10\sqrt{3}\text{cm}$ ③ $11\sqrt{3}\text{cm}$
④ $12\sqrt{3}\text{cm}$ ⑤ $13\sqrt{3}\text{cm}$

해설



$$x = \sqrt{18^2 - 9^2} = \sqrt{9^2 (4 - 1)} = 9\sqrt{3}(\text{cm})$$

20. 다음 그림에서 원 O는 $\angle A = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 의 내접원이고 점 D, E, F는 접점이다. $BE = 8\text{cm}$, $CE = 12\text{cm}$ 일 때, 원 O의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

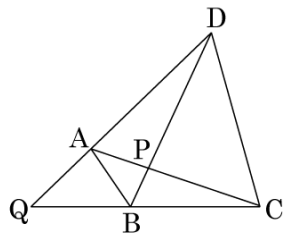
▷ 정답 : 16π cm^2

해설

$\overline{BD} = 8\text{cm}$, $\overline{CF} = 12\text{cm}$ 이므로
 $\overline{AB} = (8 + r)\text{cm}$, $\overline{AC} = (12 + r)\text{cm}$ 이다.
 $(8 + r)^2 + (12 + r)^2 = 20^2$
 $2r^2 + 40r - 192 = 0$
 $r^2 + 20r - 96 = 0$
 $(r - 4)(r + 24) = 0$
따라서 $r = 4\text{cm}$ ($r > 0$) 이므로
원 O의 넓이는 $4^2\pi = 16\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

21. 다음 조건을 만족할 때, □ABCD가
원에 내접하지 않는 것은?

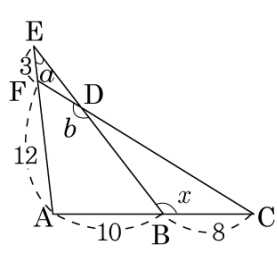
- ① $\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$
 ② $\overline{QA} \times \overline{QD} = \overline{QB} \times \overline{QC}$
 ③ $\angle BAC = \angle BDC$
 ④ $\angle ABQ = \angle ADC$
 ⑤ $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$



해설

□ABCD가 원에 내접하려면
 $\overline{PA} \times \overline{PC} = \overline{PB} \times \overline{PD}$ 이어야 한다.

22. 다음 그림에서 $\overline{EF} = 3$, $\overline{AF} = 12$, $\overline{AB} = 10$, $\overline{BC} = 8$ 이다. $\angle DEF = a$, $\angle FDB = b$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 a , b 에 관한 식으로 나타내어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\angle x = b - a$

해설

$$12 \times (12 + 3) = 180$$

$$10 \times (10 + 8) = 180$$

$\overline{AF} \times \overline{AE} = \overline{AB} \times \overline{AC}$ 이므로 네 점 B, C, E, F 는 한 원 위에 있다.

$$\therefore \angle DCB = \angle FED = a$$

$$\triangle DBC \text{ 에서 } b = \angle x + a$$

$$\therefore \angle x = b - a$$

23. 자연수 a, b, c 에 대하여 a, c 는 10보다 작은 홀수이고, b 는 10보다 작은 짝수이다. 이차방정식 $ax^2 - 3bx + 6c = 0$ 의 두 근 p, q 가 $3 \leq p < 6 < q \leq 9$ 를 만족할 때, $p^2 + q^2$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 84

▷ 정답 : 60

해설

$ax^2 - 3bx + 6c = 0$ 에서 $p + q = \frac{3b}{a}, pq = \frac{6c}{a}$

한편 $3 \leq p < 6 < q \leq 9$ 에서

$9 < p + q < 15, 9 < \frac{3b}{a} < 15$

$\therefore 3 < \frac{b}{a} < 5$

$a > 0$ 이므로 $3a < b < 5a$

a 는 10보다 작은 자연수 중 홀수이므로

$a = 1, b = 4$

따라서 $pq = 6c$ 이다.

$18 < pq < 54$ 이므로 $18 < 6c < 54, 3 < c < 9$

c 는 10보다 작은 홀수인 자연수이므로 $c = 5, 7$

따라서 이차방정식은 $x^2 - 12x + 30 = 0, x^2 - 12x + 42 = 0$ 이다.

$p^2 + q^2 = (p + q)^2 - 2pq$ 이므로

$\therefore p^2 + q^2 = 12^2 - 2 \times 30 = 84$

$= 12^2 - 2 \times 42 = 60$

24. 정사면체 $O-ABC$ 에서 모서리 AB 의 중점을 M , $\angle OMC = \alpha$ 라 할 때, $\cos \alpha$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

정사면체의 한 모서리의 길이를 x 라 하면 $\overline{OM} = \frac{\sqrt{3}}{2}x$

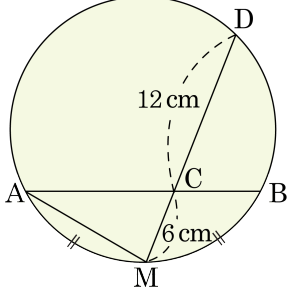
또 꼭짓점 O 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H 라 하면 H 는 밑면의 무게중심이므로

$$\overline{MH} = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}x = \frac{\sqrt{3}}{6}x$$

따라서 $\cos \alpha = \frac{\frac{\sqrt{3}}{6}x}{\frac{\sqrt{3}}{2}x} = \frac{1}{3}$ 이다.

25. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AM} = 5.0\text{pt}\widehat{BM}$ 이고, $\overline{MC} = 6\text{ cm}$, $\overline{CD} = 12\text{ cm}$ 일 때, $\overline{AM}$ 의 길이는?

- ① $6\sqrt{2}\text{ cm}$
 ② $6\sqrt{3}\text{ cm}$
- ③ $7\sqrt{2}\text{ cm}$
 ④ $7\sqrt{3}\text{ cm}$
- ⑤ $8\sqrt{2}\text{ cm}$



해설

$5.0\text{pt}\widehat{AM} = 5.0\text{pt}\widehat{BM}$ 이므로 $\angle ADM = \angle BAM$
 $\therefore \overline{AM}$ 은 $\triangle ACD$ 의 외접원의 접선
 $\overline{AM}^2 = \overline{CM} \times \overline{DM} = 6 \times (6 + 12) = 108$
 $\therefore \overline{AM} = 6\sqrt{3}\text{ cm}$