

1. a, b 는 정수이고 $a \neq 0$ 일 때, 다음 중에서 $\frac{b}{a}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 것은 몇 개인가?

㉠ $\frac{7}{2^2 \times 7^2}$

㉡ π

㉢ $\frac{5}{2^2 \times 3^2}$

㉣ $0.89898989\cdots$

㉤ $0.159272\cdots$

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

유리수는 분수로 나타낼 수 있는 수이며 유한소수, 순환소수, 정수가 포함된다.

㉡, ㉤처럼 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.

2. 다음 중 틀린 것은?

- ① 0 이 아닌 유리수는 항상 무한소수로 나타낼 수 있다.
- ② 유한소수로 나타낼 수 없는 분수는 모두 순환소수이다.
- ③ 무한소수는 분수로 고칠 수 없다.
- ④ 유한소수는 순환소수로 나타낼 수 있다.
- ⑤ 정수가 아닌 유리수는 유한소수나 순환소수로 나타낼 수 있다.

해설

무한소수중 순환소수는 분수로 고칠 수 있다.

3. 다음 중 순환소수의 표현이 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $0.123123\cdots = 0.\dot{1}2\dot{3}$

② $23.2626\cdots = 2\dot{3}.2\dot{6}$

③ $3.14151415\cdots = 3.\dot{1}41\dot{5}$

④ $0.2343434\cdots = 0.2\dot{3}\dot{4}$

⑤ $3.3571571\cdots = 3.3\dot{5}\dot{7}\dot{1}$

해설

② $23.2626\cdots = 23.\dot{2}\dot{6}$

③ $3.14151415\cdots = 3.\dot{1}41\dot{5}$

⑤ $3.3571571\cdots = 3.3\dot{5}\dot{7}\dot{1}$

따라서 옳은 것은 ①, ④ 이다.

4. 소수 $1.012222\cdots = \frac{b}{a}$ 로 나타낼 때, 상수 a, b 에 대하여 $b - a$ 의 값은? (단, a, b 는 서로소 이다.)

- ① 11 ② 101 ③ 900 ④ 999 ⑤ 1012

해설

$$1.012222\cdots = 1.01\dot{2} = \frac{1012 - 101}{900} = \frac{911}{900} \text{ 이므로}$$

$$b - a = 911 - 900 = 11$$

5. 다음 수 중에서 0.6 에 가까운 순으로 쓴 것은?

㉠ 0.61

㉡ 0.595

㉢ 0.59

㉣ 0.61

① ㉢ → ㉡ → ㉣ → ㉠

② ㉡ → ㉣ → ㉠ → ㉢

③ ㉣ → ㉠ → ㉢ → ㉡

④ ㉠ → ㉢ → ㉡ → ㉣

⑤ ㉢ → ㉣ → ㉠ → ㉡

해설

㉠ 0.616161...

㉡ 0.595555...

㉢ 0.595959...

㉣ 0.611111...

∴ ㉢ → ㉡ → ㉣ → ㉠의 순서이다.

6. 부등식 $3.\dot{9} < x < \frac{71}{12}$ 을 만족시키는 정수 x 는?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$4(= 3.\dot{9}) < x < \frac{71}{12}(= 5.91\dot{6})$ 만족하는 x 는 5이다.

7. 다음은 $\frac{9}{20}$ 를 유한소수로 나타내는 과정이다. $\square$ 안에 알맞은 수를 차례대로 구하여라.

$$\frac{9}{20} = \frac{9}{2^2 \times 5} = \frac{9 \times \square}{2^2 \times 5 \times 5} = \frac{45}{100} = \square$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 0.45

해설

분모를 소인수분해하면 $2^2 \times 5$ 이므로 10 의 거듭제곱의 꼴이 되도록 분모, 분자에 각각 5 를 곱한다.

$$\frac{9}{20} = \frac{9}{2^2 \times 5} = \frac{9 \times 5}{2^2 \times 5 \times 5} = \frac{45}{100} = 0.45$$

8. 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 없는 것을 모두 구하여라.

$$\textcircled{㉠} \frac{11}{120}$$

$$\textcircled{㉡} \frac{5}{2 \times 5^2}$$

$$\textcircled{㉢} \frac{21}{2 \times 3 \times 7^2}$$

$$\textcircled{㉤} \frac{3}{8}$$

$$\textcircled{㉥} -\frac{7}{2 \times 5 \times 7}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : $\textcircled{㉠}$

▶ 정답 : $\textcircled{㉢}$

해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수 분해하였을 때 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

$$\textcircled{㉠} \frac{11}{120} = \frac{11}{2^3 \times 3 \times 5}, \textcircled{㉢} \frac{21}{2 \times 3 \times 7^2} = \frac{1}{2 \times 7}$$

이므로 유한소수가 아니다.

9. 분수 $\frac{22}{111}$ 의 순환마디를 x , $\frac{7}{3}$ 의 순환마디를 y 라 할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 201

해설

$$\frac{22}{111} = 0.\dot{1}9\dot{8}$$

$$x = 198$$

$$\frac{7}{3} = 2.\dot{3}$$

$$y = 3$$

$$\therefore x + y = 201$$

10. 기약분수 $\frac{13}{x}$ 을 소수로 나타내면, $0.216666\cdots$ 일 때, 자연수 x 의 값은?

① 25

② 30

③ 41

④ 55

⑤ 60

해설

$$\textcircled{5} \quad 0.216666\cdots = 0.21\dot{6} = \frac{216 - 21}{900} = \frac{195}{900} = \frac{13}{60}$$

11. 다음 중 순환소수를 x 로 놓고 분수로 고칠 때, $1000x - x$ 가 가장 편리하게 사용되는 것은?

① $0.5\dot{2}1$

② $0.\dot{5}21$

③ $5.\dot{2}1$

④ $5.2\dot{1}$

⑤ $5.5\dot{2}1$

해설

② $1000x$ 와 x 의 소숫점 아래 부분이 일치하는 $0.\dot{5}21$ 을 분수로 고칠 때 가장 편리한 식이 된다.

12. 어떤 자연수에 1.5 을 곱해야 할 것을 잘못하여 1.5 을 곱했더니 정답과 오답의 차가 0.5 가 되었다. 바르게 계산한 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$x \times 1.5 - x \times 1.5 = 0.5$$

$$x \times \left(\frac{14}{9} - \frac{15}{10} \right) = x \times \frac{1}{18} = 0.5$$

$$x = 9$$

$$\text{바르게 계산하면 } 9 \times 1.5 = 9 \times \frac{14}{9} = 14$$

13. 순환소수 $1.0\dot{3}$ 에 a 를 곱하면 자연수가 된다고 한다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는?

① 5

② 30

③ 50

④ 90

⑤ 99

해설

$$1.0\dot{3} = \frac{103 - 10}{90} = \frac{31}{30} \text{ 이므로 가장 작은 자연수 } a \text{ 는 } 30 \text{ 이다.}$$

14. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 모든 순환소수는 유리수이다.
- ㉡ 모든 유리수는 순환소수로만 나타낼 수 있다.
- ㉢ 기약분수를 소수로 고치면 모두 유한소수가 된다.
- ㉣ 모든 유한소수는 유리수이다.
- ㉤ 모든 정수는 순환소수로 나타낼 수 있다.

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉣

⑤ ㉣, ㉤

해설

- ㉡ 유리수는 유한소수와 순환소수로 나누어진다.
- ㉢ 기약분수를 소수로 고치면 유한소수이거나 순환소수가 된다.
- ㉤ 0은 제외한다.

15. $\frac{a}{140}$ 는 유한소수로 나타낼 수 있고, 기약분수로 나타내면 $\frac{7}{b}$ 과 같을 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, $90 < a < 100$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 108

해설

$\frac{a}{140} = \frac{1}{2^2 \times 5 \times 7} \times a$ 가 유한소수이므로 a 는 7의 배수이고 기약분수로 고쳤을 때 분자에 7이 있으므로 a 는 $7 \times 7 = 49$ 이다.
조건에서 a 가 $90 < a < 100$ 이므로
 $a = 2 \times 7^2 = 98$ 이다.

$$\frac{2 \times 7^2}{2^2 \times 5 \times 7} = \frac{7}{2 \times 5} = \frac{7}{10} \text{ 에서 } b = 10$$
$$\therefore a + b = 98 + 10 = 108$$

16. 분수 $\frac{6}{7}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 20 번째 자리의 수를 a , 99 번째 자리의 수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$\frac{6}{7} = 0.\dot{8}5714\dot{2}$ 이므로 순환마디의 숫자 6 개

$20 = 6 \times 3 + 2$ 이므로 $a = 5$

$99 = 6 \times 16 + 3$ 이므로 $b = 7$

$\therefore a + b = 12$

17. $0.\dot{a}b\dot{c}$ 를 분수로 고치면 $\frac{213}{330}$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{213}{330} = \frac{639}{990} = 0.6\dot{4}5 \text{ 이므로}$$

$a = 6, b = 4, c = 5$ 이다.

$$\therefore a + b + c = 15$$

18. $0.\dot{4} + 2 \left\{ \frac{1}{2} + \left(0.\dot{2} - \frac{4}{9} \right) \right\} - 0.\dot{9}$ 를 계산하여라.

① 0

② $0.\dot{1}$

③ $0.\dot{1}\dot{2}$

④ $0.\dot{4}$

⑤ $0.\dot{8}\dot{9}$

해설

$$\frac{4}{9} + 2 \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{9} \right) - 1 = \frac{4}{9} + 1 - \frac{4}{9} - 1 = 0$$

19. 7 이하의 자연수 a, b 에 대하여 $a \leq b$ 일 때, $[a, b] = a, < a, b > = b$ 라 하고, $a \diamond b = \frac{< a, b >}{[a, b]}$ 라고 정의할 때, $a \diamond b$ 의 값 중 무한소수가 되는 수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 12개

해설

$a \diamond b = \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{6}{7}, \frac{7}{7}$ 이다. 이들 중 무한소수가 되는 수는

분모가 3 인 경우는 $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$

분모가 6 인 경우는 $\frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}$

분모가 7 인 경우는 $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}$

따라서 $2 + 4 + 6 = 12$ (개)

20. 분수 $\frac{3}{7}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 40 번째 자리에 오는 수를 a , 62 번째 자리에 오는 수를 b 라고 할 때, $0.\dot{a}\dot{b} - 0.\dot{b}\dot{a}$ 의 값을 순환소수로 구하면?

① $0.\dot{1}\dot{3}$

② $0.\dot{1}\dot{9}$

③ $0.\dot{2}\dot{3}$

④ $0.\dot{2}\dot{7}$

⑤ $0.\dot{3}\dot{1}$

해설

$$\frac{3}{7} = 0.\dot{4}2857\dot{1}, 40 = 6 \times 6 + 4 \quad \therefore a = 5$$

$$62 = 6 \times 10 + 2 \quad \therefore b = 2$$

$$\therefore 0.\dot{a}\dot{b} - 0.\dot{b}\dot{a} = 0.\dot{5}\dot{2} - 0.\dot{2}\dot{5} = 0.\dot{2}\dot{7}$$