

1. 다음 중 점 $(-2, 3)$ 을 지나고 기울기가 2인 직선의 방정식은?

① $2x + y = 7$

② $y = 2x + 7$

③ $y + 3 = 2(x + 2)$

④ $y = 2x + 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}x + 2$

해설

$$\therefore y = 2(x + 2) + 3 = 2x + 7$$

2. 두 점 $(4, 3)$, $(4, -1)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

① $y = x + 2$

② $y = x - 3$

③ $x = 3$

④ $x = 4$

⑤ $y = -1$

해설

두 점 $(4, 3)$, $(4, -1)$ 을 지나는 직선의 방정식은 $x = 4$

3. 다음 보기의 주어진 직선 중 서로 평행한 것끼리 짝지어진 것은?

보기

㉠ $6x + 3y = 4$

㉡ $2x - y = 1$

㉢ $x = -2y + 1$

㉣ $y = -2x + 5$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉢

해설

각각의 방정식을 y 에 대하여 정리하면

㉠. $6x + 3y = 4$ 에서 $y = -2x + \frac{4}{3}$

㉡. $2x - y = 1$ 에서 $y = 2x - 1$

㉢. $x = -2y + 1$ 에서 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

㉣. $y = -2x + 5$

따라서, 서로 평행한 것은 ㉠, ㉣ 이다.

- 해설

$$\frac{a+1}{2} = \frac{2}{1} = \frac{-10}{-a^2+4}$$

$$\frac{a+1}{2} = \frac{2}{1} = \frac{-10}{-a^2+4}$$

$$\therefore a = 3$$

5. 일차함수 $y = (a - 2)x + b + 2$ 의 그래프가 x 축의 양의 방향과 45° 의 각을 이루고, y 절편이 5 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면? (단, a, b 는 상수)

① 0

② 3

③ 6

④ -6

⑤ -3

해설

$y = (a - 2)x + b + 2$ 의 그래프가
 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가
 45° 이므로
 $a - 2 = \tan 45^\circ = 1$ 에서 $a = 3$
또, y 절편이 5 이므로
 $b + 2 = 5$ 에서 $b = 3$
 $\therefore a + b = 6$

6. 세 점 A(2, 3), B(-1, 9), C(-4, a) 가 일직선 위에 있을 때, 상수 a 의 값은 얼마인가?

① 6

② 9

③ 12

④ 15

⑤ 17

해설

일직선 위에 있으려면 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 기울기가 같다.

$$\overline{AB} \text{의 기울기: } \frac{3-9}{2-(-1)} = -2$$

$$\overline{BC} \text{의 기울기: } \frac{a-3}{(-4)-(2)} \therefore a = 15$$

7. 직선 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 과 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선 $y = mx$ 가 이등분할 때, m 의 값은? (단, $a > 0, b > 0$)

- ① $-\frac{b}{a}$ ② $\frac{a}{b}$ ③ $\frac{b}{2a}$ ④ $\frac{a}{2b}$ ⑤ $\frac{2a}{b}$

해설

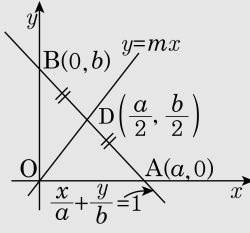
다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 의 중점을

$D\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$ 라 하면

$\triangle OAD = \triangle OBD$ 이므로 직선 $y = mx$

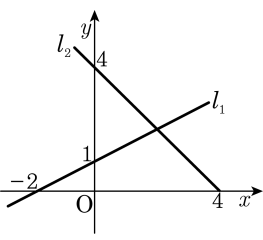
가 점 D 를 지나야 한다.

$$\therefore m = \frac{\frac{b}{2}}{\frac{a}{2}} = \frac{b}{a}$$



8. 다음 그림과 같은 좌표평면 위의 두 직선 l_1, l_2 의 교점과 원점을 지나는 직선의 방정식은 $y = ax$ 이다. 이때, a 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$



해설

직선 l_1 은 x 절편이 -2 이고,
 y 절편이 1 이므로 $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} = 1$ 에서
 $x - 2y = -2 \cdots \cdots \textcircled{1}$
 직선 l_2 는 x 절편이 4 이고, y 절편이 4 이므로
 $\frac{x}{4} + \frac{y}{4} = 1$ 에서
 $x + y = 4 \cdots \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하면 풀면 $x = 2, y = 2$
 따라서, 구하는 직선의 방정식은 $y = x$
 $\therefore a = 1$

9. 두 직선 $x + y = 1$, $ax + 2y + a + 2 = 0$ 이 제 1 사분면에서 만나도록 하는 정수 a 값의 개수를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x + y = 1 \cdots \textcircled{1}$
 $ax + 2y + a + 2 = 0 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{2} - \textcircled{1} \times 2 : (a - 2)x + a + 4 = 0$
 $\Rightarrow x = \frac{a + 4}{2 - a}$
 $\Rightarrow y = 1 - x = \frac{2a + 2}{a - 2}$
 $\therefore$ 교점 : $\left(\frac{a + 4}{2 - a}, \frac{2a + 2}{a - 2} \right)$
교점이 제 1 사분면에 있으므로
 $\frac{a + 4}{2 - a} > 0, \frac{2a + 2}{a - 2} > 0$
두 식의 양변에 $(a - 2)^2$ 을 곱하면
 $(a - 2)(a + 4) < 0, 2(a + 1)(a - 2) > 0$
 $\Rightarrow -4 < a < 2, a < -1 \text{ or } a > 2$
 $\therefore -4 < a < -1$
 $\therefore$ 정수인 a 의 개수는 $-3, -2$ 즉 2개

10. 포물선 $y = x^2 - x + 1$ 위의 점 중에서 직선 $y = x - 3$ 에의 거리가 최소인 점을 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

직선 $y = x - 3$ 에 평행인 직선 $y = x + k$ 와
포물선 $y = x^2 - x + 1$ 과의 접점이 구하는 점이다.

$$x^2 - x + 1 = x + k \text{ 에서 } \frac{D}{4} = 1 - (1 - k) = 0$$

$$\therefore k = 0$$

이때, $x = 1, y = 1$ 이므로

구하는 점은 $(1, 1)$

$$\therefore a = 1, b = 1$$

$$\therefore a + b = 2$$

11. 좌표평면 위에서 원점과 직선 $x - y - 3 + k(x + y) = 0$ 사이의 거리를 $f(k)$ 라 할 때, $f(k)$ 의 최댓값은? (단, k 는 상수이다.)

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ④ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

해설

$x - y - 3 + k(x + y) = 0$ 에서
 $(k + 1)x + (k - 1)y - 3 = 0$

원점에서 이 직선까지의 거리

$$f(k) = \frac{|-3|}{\sqrt{(k+1)^2 + (k-1)^2}}$$
$$= \frac{3}{\sqrt{2(k^2 + 1)}}$$

따라서 $f(k)$ 는 분모가 최소일 때

최대가 되므로 $f(k)$ 의 최댓값은

$$k = 0 \text{ 일 때 } \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

12. 다음은 직선 $x + ay + b = 0$ 이 제 1, 3, 4사분면을 지날 때, ab 의 부호를 조사하는 과정이다.

$a = 0$ 이면 주어진 직선이 제 1, 3, 4사분면을 지날 수 없으므로
 $a \neq 0$ 이다.
이 때, 직선 $y = -\frac{1}{a}x - \frac{b}{a}$ 에서
(기울기) (㉠) 0
(y 절편) (㉡) 0
 a (㉢) 0
 b (㉣) 0 이므로 따라서 ab (㉤) 0

위

의 (㉠) ~ (㉤)의 부호가 옳지 않은 것은?

- ① (㉠): >

② (㉡): <

③ (㉢): <

④ (㉣): <

⑤ (㉤): <

해설

직선 $y = -\frac{1}{a}x - \frac{b}{a}$ 의 그래프가
제 1, 3, 4 사분면을 지나려면
기울기는 양수, y 절편은 음수이어야 한다.
(기울기) $= -\frac{1}{a} > 0$
(y 절편) $= -\frac{b}{a} < 0$
 $a < 0, b < 0$ 이므로 $ab > 0$

13. 직선 $(3k+1)x + (k-1)y + (2k+6) = 0$ 는 k 의 값에 관계없이 항상 일정한 점을 지난다. 이 점의 좌표는?

① $(2, 4)$

② $(4, 2)$

③ $(2, -4)$

④ $(4, -2)$

⑤ $(-2, 4)$

해설

주어진 식을 k 에 대하여 정리하면

$$(3x + y + 2)k + x - y + 6 = 0$$

k 에 관계없이 성립하려면

$$3x + y + 2 = 0, \quad x - y + 6 = 0$$

위의 두 식을 연립하면 $x = -2 \quad y = 4$

$\therefore$ 항상 $(-2, 4)$ 를 지난다.

14. 직선 $x + 2y - 1 = 0$ 에 수직이고 원점에서의 거리가 $\sqrt{5}$ 인 직선의 방정식은?

- ① $y - 2x = -5$ ② $y - 2x = -\sqrt{5}$ ③ $y + 2x = 5$
④ $y + 2x = \sqrt{5}$ ⑤ $y + 2x = -\sqrt{5}$

해설

구하는 직선의 기울기를 m' 라 하면

$$-\frac{1}{2}m' = -1 \text{ 에서 } m' = 2$$

따라서, 구하는 직선의 식은

$$y = 2x + n, \quad 2x - y + n = 0$$

원점에서 이 직선까지의 거리

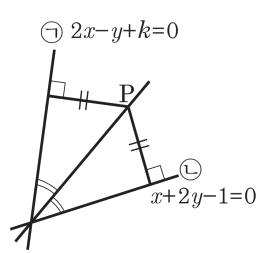
$$d = \frac{|n|}{\sqrt{4+1}} = \sqrt{5},$$

$$|n| = 5, \quad n = \pm 5$$

$\therefore$ 구하는 직선의 식 : $y = 2x + 5$ 또는 $y = 2x - 5$

15. 두 직선 $2x - y + k = 0$, $x + 2y - 1 = 0$ 이 이루는 각의 이등분선이 점 $P(3, 1)$ 을 지날 때, 상수 k 의 값의 합을 구하면?

- ① -2 ② 4 ③ -6
 ④ 8 ⑤ -10



해설

$$2x - y + k = 0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$x + 2y - 1 = 0 \quad \cdots \textcircled{2}$$

(점 P와 ㉠사이의 거리) = (점 P와 ㉡사이의 거리) 이므로

$$\frac{|6 - 1 + k|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{|3 + 2 - 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} \Rightarrow |5 + k| = 4$$

$$\Rightarrow 5 + k = \pm 4 \Rightarrow k = -9 \text{ 또는 } k = -1$$

$$\therefore k \text{의 합} : -10$$

16. 정점 A(1, 2)와 직선 $3x - 4y - 5 = 0$ 위의 점을 연결하는 선분의 중점의 자취의 방정식은?

- ① $3x + 4y = 0$ ② $x - 2y + 5 = 0$ ③ $3x - 4y = 0$
④ $x + 2y + 5 = 0$ ⑤ $x - 2y - 5 = 0$

해설

$3x - 4y - 5 = 0$ 위의 임의의 점을 $P(a, b)$ 라 하면

$$3a - 4b - 5 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$\overline{AP}$ 의 중점을 (X, Y) 라 하면

$$X = \frac{1+a}{2}, Y = \frac{2+b}{2}$$

$$\therefore a = 2X - 1, b = 2Y - 2$$

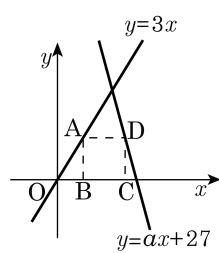
이것을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$3(2X - 1) - 4(2Y - 2) - 5 = 0$$

$$\therefore 6X - 8Y = 0$$

$$\therefore 3x - 4y = 0$$

17. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 한 변의 길이가 3인 정사각형 ABCD가 있다. 일차함수 $y = 3x$ 의 그래프가 점 A를 지나고, 일차함수 $y = ax + 27$ 의 그래프가 점 D를 지날 때, 기울기 a 의 값은? (단, 두 점 B, C는 x 축 위의 점이다.)



- ① -4 ② $-\frac{9}{2}$ ③ -5
 ④ $-\frac{11}{2}$ ⑤ -6

해설

$\overline{AB} = 3$ 이므로 점 A의 y 좌표는 3이고,
 점 A는 일차함수 $y = 3x$ 의 그래프 위의 점이므로 x 좌표가 1이다.
 점 A와 x 좌표가 같은 점 B의 좌표는 (1, 0)이고, $\overline{BC} = 3$ 이므로
 점 C의 좌표는 (4, 0)이다.
 점 C와 x 좌표가 같고, 점 A와 y 좌표가 같은 점 D의 좌표는
 (4, 3)이다.
 점 D가 일차함수 $y = ax + 27$ 위의 점이므로 $x = 4$, $y = 3$ 를
 대입하면 $3 = a \times 4 + 27$
 $\therefore a = -6$

18. 세 직선 $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x-3y=-4 \\ ax+y=0 \end{cases}$ 이 삼각형을 만들지 못할 때, 모든 상수 a

의 값을 구하면?

- ① $a=2$ 또는 $a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=-\frac{2}{3}$
 ② $a=2$ 또는 $a=-\frac{1}{2}$ 또는 $a=-\frac{2}{3}$
 ③ $a=2$ 또는 $a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=\frac{2}{3}$
 ④ $a=-2$ 또는 $a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=-\frac{2}{3}$
 ⑤ $a=-2$ 또는 $a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=\frac{2}{3}$

해설

$$\begin{cases} x+2y=5 & \cdots \textcircled{A} \\ 2x-3y=-4 & \cdots \textcircled{B} \\ ax+y=0 & \cdots \textcircled{C} \end{cases}$$

에서 $\textcircled{A}$, $\textcircled{B}$ 의 교점은 $(1, 2)$ 이다.

(i) $\textcircled{C}$ 이 점 $(1, 2)$ 를 지날 때, $a+2=0$ 에서 $a=-2$

(ii) $\textcircled{C}$ 이 $\textcircled{A}$ 과 평행할 때, $a=\frac{1}{2}$

(iii) $\textcircled{C}$ 이 $\textcircled{B}$ 과 평행할 때, $a=-\frac{2}{3}$

이상에서 구하는 모든 상수 a 의 값은

$$a=-2 \text{ 또는 } a=\frac{1}{2}$$

$$\text{또는 } a=-\frac{2}{3} \text{ 이다.}$$

19. 다음 그림과 같이 직선으로 흐르는 강이 마을 O로부터 동쪽으로 6 km, 북쪽으로 3 km 떨어져 있다. 또 마을 O로부터 동쪽으로 5 km, 북쪽으로 4 km의 위치에 마을 P가 있다. 이 때, 마을 P에서 강까지의 최단 거리를 구하시오. (단위는 km)

- ① $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ ④ $\frac{7\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

해설

마을 O를 원점 O로 하여 다음 그림과 같이 좌표축을 잡는다.

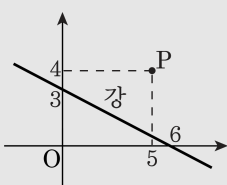
강을 나타내는 직선의 방정식을 구하면,

$$y = -\frac{1}{2}x + 3 \text{ 즉, } x + 2y - 6 = 0$$

이때, 마을 P의 좌표는 (5, 4)이다.

따라서, 점 (5, 4)에서 직선 $x + 2y - 6 = 0$ 까지의 거리를 구하면

$$\frac{|5 + 8 - 6|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{7}{\sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{5} (km)$$



20. 다음은 서로 다른 세 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 넓이 S 가 $S = \frac{1}{2}|(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1) - (x_1y_3 + x_2y_1 + x_3y_2)|$ 임을 보이는 과정이다.

선분 AB의 길이

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \text{이고, 두 점 A, B를 지나는}$$

직선의 기울기가 $\left(\frac{\uparrow}{\downarrow}\right)$ 이므로, 직선의 방정식은

$$y - y_1 = \left(\frac{\uparrow}{\downarrow}\right)(x - x_1) \cdots \textcircled{1}$$

이 때, 점 C와 직선 $\textcircled{1}$ 사이의 거리 d 는

$$d = \frac{|(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1) - (x_1y_3 + x_2y_1 + x_3y_2)|}{\left(\frac{\uparrow}{\downarrow}\right)}$$

따라서 삼각형 ABC의 넓이 S는

$$S = \frac{1}{2}|(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1) - (x_1y_3 + x_2y_1 + x_3y_2)| \text{이다.}$$

이 과정에서 (가), (나)에 들어갈 내용을 바르게 짝지은 것은?

(가)	(나)
-----	-----

- ① $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \sqrt{(x_1 - y_2)^2 + (x_2 - y_1)^2}$
- ② $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \sqrt{(x_2 - y_2)^2 + (x_1 - y_1)^2}$
- ③ $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- ④ $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- ⑤ $\frac{y_2 - x_1}{x_2 - y_1} = \sqrt{(x_2 - y_2)^2 + (x_1 - y_1)^2}$

11

$$(가) \quad \frac{(y \text{의 증가량})}{(x \text{의 증가량})} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

(나) 점 (x_1, y_1) 에서 직선

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ 이다.