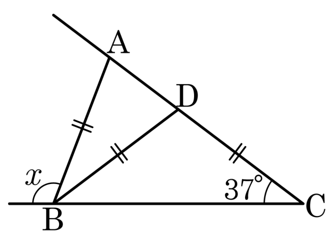
1. 정육각형의 한 내각의 크기는?

① $60°$ ② $80°$ ③ $100°$ ④ $120°$ ⑤ $140°$

해설

$180° \times (6-2) \div 6 = 120°$

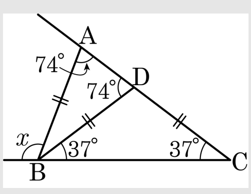
2. 아래 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{BD} = \overline{DC}$ 이고 $\angle DCB = 37°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad °}$

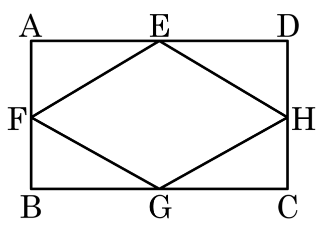
▷ 정답 : $111\underline{°}$

해설



$\angle DBC = \angle DCB = 37°$ 이므로
$\triangle BCD$ 에서 , $\angle ADB = 37° + 37° = 74°$ 이고,
$\triangle ABD$ 에서 $\angle BAD = \angle BDA = 74°$
따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\angle x = 74° + 37° = 111°$

3. 다음은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 $\boxed{\text{ㄱ}}$ 임을 증명하는 과정이다. ㄱ~ㄴ에 들어갈 알맞은 것은?



$\triangle AEF \equiv \triangle BGF \equiv \triangle CGH \equiv \triangle DEH$ ($\boxed{\text{ㄴ}}$ 합동)
$\overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{EH}$
따라서 □EFGH 는 $\boxed{\text{ㄱ}}$ 이다.

① ㄱ : 마름모, ㄴ : SAS
② ㄱ : 마름모, ㄴ : ASA
③ ㄱ : 마름모, ㄴ : SSS
④ ㄱ : 평행사변형, ㄴ : SAS
⑤ ㄱ : 평행사변형, ㄴ : ASA

해설

$\triangle AEF$ 와 $\triangle BGF$ 를 보면 $\overline{AF} = \overline{CH}$, $\overline{AE} = \overline{CG}$, $\angle A = \angle C = 90°$ 이므로 SAS 합동이다.
네 변의 길이가 모두 같으므로 □EFGH 는 마름모이다.

4. 마름모의 성질이 아닌 것은?

① 두 대각선의 길이가 같다.
② 이웃하는 두 변의 길이가 같다.
③ 대각선에 의해 대각이 이등분된다.
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분한다.
⑤ 대각의 크기가 같다.

해설

두 대각선의 길이는 같지 않다.

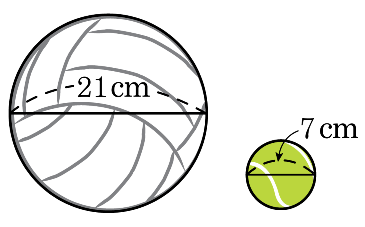
5. 반지름의 길이의 비가 3 : 4 인 두 종류의 피자의 넓이의 합이 $100\pi\text{cm}^2$ 이다. 큰 피자의 반지름의 길이는?

① 3 cm ② 5 cm ③ 6 cm ④ 7 cm ⑤ 8 cm

해설

넓이의 비는 9 : 16 이므로 큰 피자의 넓이는 $\frac{16}{25}\times 100\pi = 64\pi\,\text{cm}^2$ 이다.
따라서 큰 피자의 반지름의 길이는 8 cm 이다.

6. 다음 그림에서 구 모양인 배구공과 테니스공은 닮은 도형이다. 배구공의 지름은 21cm 이고, 테니스공의 지름은 7cm 라고 할 때, 두 공의 부피의 비는?

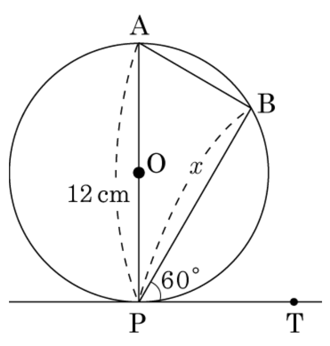


① 24 : 1 ② 25 : 1 ③ 26 : 1 ④ 27 : 1 ⑤ 28 : 1

해설

닮음비가 $21 : 7 = 3 : 1$ 이므로 부피의 비는 $3^3 : 1^3 = 27 : 1$ 이다.

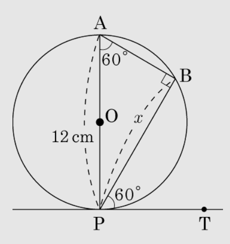
7. 다음 그림과 같이 지름의 길이가 12 cm 인 원 O 에서 $\overleftrightarrow{PT}$ 는 접선이고, $\angle BPT = 60°$ 일 때, $\overline{PB}$ 의 길이는 ?



① 6 cm　② 8 cm　③ $6\sqrt{2}$ cm　④ $6\sqrt{3}$ cm　⑤ 10 cm

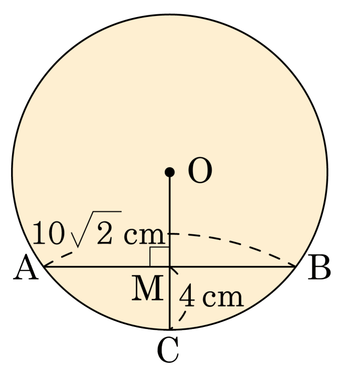
해설

반원에 대한 원주각의 크기는 90° 이므로 $\angle ABP = 90°$
직선 PT 가 원 O 의 접선이므로 $\angle BAP = \angle BPT = 60°$



$\triangle ABP$ 에서 $\sin 60° = \dfrac{\overline{PB}}{12} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 이므로
$\therefore \overline{PB} = 6\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

8. 다음 그림에서 $\overline{AB} \perp \overline{OM}$, $\overline{AB} = 10\sqrt{2}$cm , $\overline{MC} = 4$cm 일 때, 원 O 의 지름의 길이는?



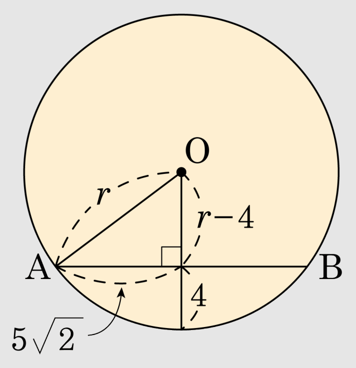
① $\frac{33}{4}$cm ② $\frac{33}{2}$cm ③ 33cm
④ $\frac{33\sqrt{2}}{2}$cm ⑤ $\frac{33\sqrt{3}}{2}$cm

해설

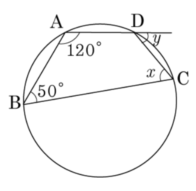
$\overline{OA} = r$cm 이라 하면, $\overline{OM} = (r-4)$ cm 로 둘 수 있다.

$r^2 = (r-4)^2 + \left(5\sqrt{2}\right)^2$, $r^2 = r^2 - 8r + 16 + 50 \quad \therefore r = \frac{33}{4}$

따라서 원의 지름은 $\frac{33}{4} \times 2 = \frac{33}{2}$ (cm) 이다.



9. 다음 □ABCD 는 원에 내접한다. $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\quad}^{\circ}$

▷ 정답: 110°

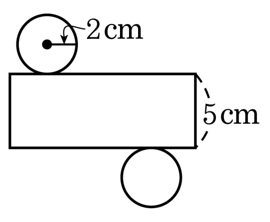
해설

$\angle x = 180^{\circ} - 120^{\circ} = 60^{\circ}$

$\angle y = 50^{\circ}$

$\therefore \angle x + \angle y = 60^{\circ} + 50^{\circ} = 110^{\circ}$

10. 다음 그림은 원기둥의 전개도이다. 옆면의 가로의 길이와 겉넓이를 각각 순서대로 구한 것은?

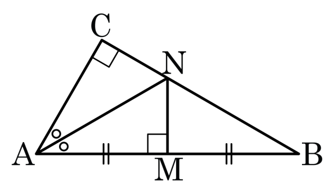


① 3πcm, 28πcm^2
② 4πcm, 26πcm^2
③ 4πcm, 28πcm^2
④ 5πcm, 26πcm^2
⑤ 5πcm, 28πcm^2

해설

(옆면의 가로의 길이) $= 2\pi \times 2 = 4\pi$(cm)
(겉넓이) $= \pi \times 2^2 + 4\pi \times 5 = 8\pi + 20\pi = 28\pi(\text{cm}^2)$

11. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선이 $\overline{BC}$ 위의 점 N 에서 만날 때, $\angle ANB$ 의 크기를 구하면?

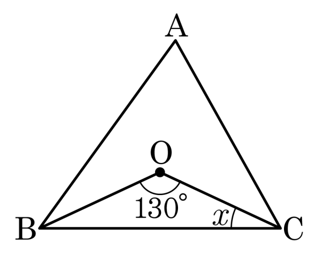


① 110° ② 120° ③ 130° ④ 140° ⑤ 150°

해설

$\triangle AMN$ 과 $\triangle ACN$ 은 합동이 되고 또한 $\triangle ANM$ 과 $\triangle BNM$ 도 합동이 된다. $\angle A = 2\angle a$ 라 하면 $\angle ABC = \angle a$ 이므로 $2\angle a + \angle a = 90 \;\rightarrow\; \angle a = 30°$ 이다.
따라서 $\angle B$ 와 $\angle BAN$ 은 30° 이므로 $\angle ANB$ 는 120° 가 된다.

12. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



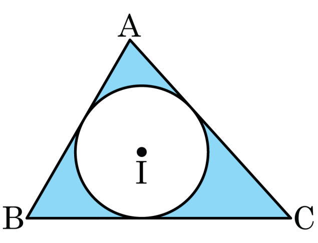
▶ 답 : _______ °

▷ 정답 : 25 °

해설

$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 이등변삼각형의 밑각인 $\angle OBC = \angle OCB$ 이므로 $x = 25°$ 이다.

13. 다음 그림에서 원 I 는 △ABC 의 내접원이다. 원 I 의 둘레의 길이가 6π , △ABC 의 둘레의 길이가 32 일 때, 색칠한 부분의 넓이는?

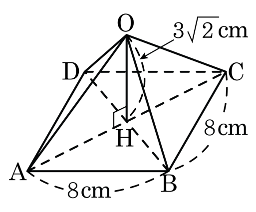


① $48 - 9\pi$　② $9\pi - 24$　③ $24 - 6\pi$
④ $42 - 6\pi$　⑤ $52 - 9\pi$

해설

원 I 의 둘레의 길이가 6π 이므로 반지름의 길이 $r = 3$ 이다.
점 I 가 △ABC 의 내심일 때,
(△ABC 의 넓이) $= \frac{1}{2} \times r \times$ △ABC 의 둘레$= \frac{1}{2} \times 3 \times 32 = 48$ 이다.
따라서 색칠한 부분의 넓이는 (△ABC 의 넓이) – (원 I 의 넓이) $= 48 - 9\pi$ 이다.

14. 다음 그림과 같이 밑면의 한 변의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$ 이고 높이가 $3\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ 인 정사각뿔 $\mathrm{O-ABCD}$ 에 대하여 $\overline{\mathrm{OA}}$ 의 길이를 구하면?



① $\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ ② $2\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

③ $3\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ ④ $4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

⑤ $5\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

해설

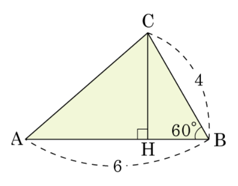
□ABCD 가 정사각형이므로

$\overline{\mathrm{AC}} = \sqrt{8^2+8^2} = 8\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{AH}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{AC}} = 4\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

$\therefore\ \overline{\mathrm{OA}} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2+(4\sqrt{2})^2} = 5\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

15. 다음 그림의 $\triangle$ABC 에서 $\triangle$ACH 둘레의 길이는?



① $2(2+\sqrt{3}+\sqrt{6})$　　② $2(2+\sqrt{2}+\sqrt{7})$

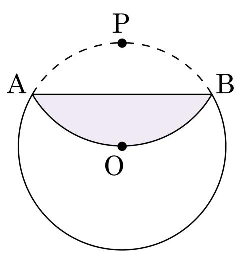
③ $2(3+\sqrt{3}+\sqrt{7})$　　④ $2(2+\sqrt{3}+\sqrt{7})$

⑤ $2(2+\sqrt{3}-\sqrt{7})$

해설

$\overline{\mathrm{CH}}$ 의 길이는 $4\times\sin60^{\circ}=2\sqrt{3}$
$\overline{\mathrm{AH}}$ 의 길이는 $6-\overline{\mathrm{BH}}=6-4\cos60^{\circ}=4$
$\overline{\mathrm{AC}}$ 의 길이는 $\sqrt{4^2+(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{7}$
따라서 $\triangle$ACH 둘레의 길이는 $2\sqrt{3}+4+2\sqrt{7}=2(2+\sqrt{3}+\sqrt{7})$ 이다.

16. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 8 cm 인 원 위의 점 P 를 중심 O 에 닿도록 접었을 때 생기는 현 AB 의 길이는?

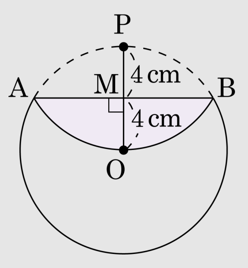


① $5\sqrt{3}$ cm　　② $6\sqrt{3}$ cm

③ $7\sqrt{3}$ cm　　④ $8\sqrt{3}$ cm

⑤ $9\sqrt{3}$ cm

해설

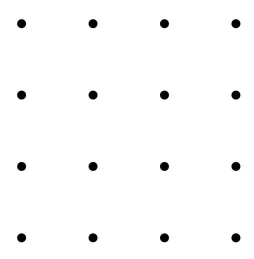


$\overline{OP}$ 와 $\overline{AB}$ 가 만나는 점을 M 이라 하면 $\overline{AB}\perp\overline{OM}$, $\overline{OM}=\overline{PM}=4(\text{cm})$ 이다.

$$\begin{aligned}\overline{AM}&=\overline{BM}\\&=\sqrt{\overline{OA}^2-\overline{OM}^2}\\&=\sqrt{8^2-4^2}\\&=\sqrt{64-16}\\&=\sqrt{48}=4\sqrt{3}(\text{cm})\end{aligned}$$ 이다.

따라서 $\overline{AB}=2\overline{AM}=8\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

17. 다음 그림의 점들은 가로, 세로의 간격이 일정한 점들이다. 이 점들을 연결하여 만들 수 있는 정사각형의 개수를 모두 구하여라.



▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 20 개

해설

모든 점들을 수평선과 수직선으로 그어 보면 점 4 개가 정사각형을 이룬다는 것을 알 수 있다.
정사각형 1 개를 이용하여 만드는 정사각형의 개수는 9 개,
정사각형 4 개를 이용하여 만드는 정사각형의 개수는 4 개,
정사각형 9 개를 이용하여 만드는 정사각형의 개수는 1 개,
정사각형의 대각선을 한 변으로 하는 정사각형의 개수는 4 개,
정사각형 2 개로 만들어진 직사각형의 대각선을 한 변으로 하는 정사각형의 개수는 2 개인 것을 알 수 있다.
따라서 총 정사각형의 개수는 $9+4+1+4+2=20$ 개이다.

18. 다음과 같은 성질을 가진 다각형은?

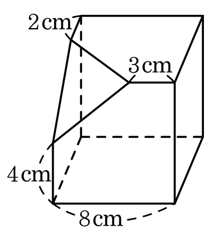
- 모든 변의 길이가 같고 내각의 크기가 모두 같다.
- 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 8 이다.

① 십일각형　② 십오각형　③ 정팔각형
④ 정십일각형　⑤ 정십오각형

해설

모든 변의 길이가 같고 내각의 크기가 모두 같은 다각형을 정다각형이라 한다.
n 각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선은 $(n-3)$ 개 이므로 $n-3=8$ 에서 $n=11$ 이다.
따라서 위 조건을 만족하는 다각형은 정십일각형이다.

19. 다음 그림은 정육면체의 일부분을 잘라낸 것이다. 이 입체도형의 부피를 구하여라.



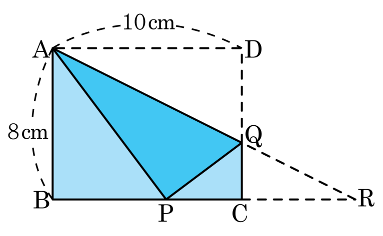
▶ 답 : ______ cm^3

▷ 정답 : $492\,cm^3$

해설

(구하는 부피)
= (정육면체의 부피) – (잘라낸 삼각뿔의 부피)
$= (8\times8\times8) - \left(\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times6\times5\times4\right)$
$= 492(cm^3)$

20. 다음 그림과 같이 □ABCD 의 꼭짓점 D 가 $\overline{BC}$ 위의 점 P 에 오도록 접는다. $\overline{AD} = 10\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 8\,\text{cm}$ 일 때, △APR 의 넓이는?



① $36\,\text{cm}^2$ ② $38\,\text{cm}^2$ ③ $40\,\text{cm}^2$

④ $42\,\text{cm}^2$ ⑤ $44\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{AP} = 10(\text{cm})$ 이므로 $\overline{BP} = 6(\text{cm})$

따라서, $\overline{PC} = 4(\text{cm})$ 이고 $\overline{PQ} = \overline{DQ} = x(\text{cm})$ 로 놓으면

$\overline{CQ} = (8 - x)\,\text{cm}$

△PQC 에서 $x^2 = (8 - x)^2 + 4^2$ 이므로

$x^2 = 64 - 16x + x^2 + 16$

$\therefore\ x = 5(\text{cm})$

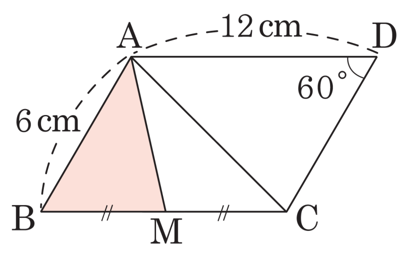
△ADQ ∽ △RCQ (AA 닮음) 이므로

$10 : \overline{CR} = 5 : 3$

$\therefore \overline{CR} = 6(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle APR = \frac{1}{2} \times 10 \times 8 = 40(\text{cm}^2)$

21. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 할 때, △ABM 의 넓이를 구하면?

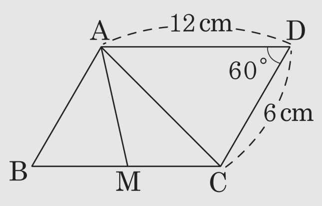


① $9\sqrt{2}\,cm^2$　② $9\sqrt{3}\,cm^2$　③ $10\sqrt{2}\,cm^2$
④ $10\sqrt{3}\,cm^2$　⑤ $10\,cm^2$

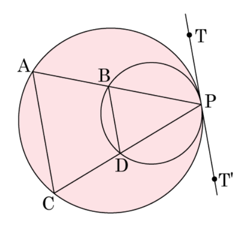
해설

$$\square ABCD = 12\times 6\times \sin 60^\circ = 12\times 6\times \frac{\sqrt{3}}{2} = 36\sqrt{3}\ (cm^2)$$

$$\therefore\ \triangle ABM = \frac{1}{4}\square ABCD = \frac{1}{4}\times 36\sqrt{3} = 9\sqrt{3}\ (cm^2)$$



22. 다음 그림에서 점 P 는 두 원의 접점이고 직선 TT′ 는 점 P 를 지나는 접선이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle PDB = \angle PCA$ ② $\angle BPT = \angle ACP$

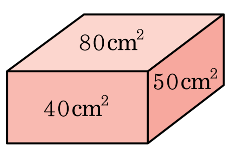
③ $\angle BPT = \angle BDP$ ④ $\overline{AC} // \overline{BD}$

⑤ $\overline{BD} : \overline{AC} = \overline{AB} : \overline{BP}$

해설

⑤ $\triangle APC \sim \triangle BPD$ 이므로 $\overline{BD} : \overline{AC} = \overline{PB} : \overline{PA}$

23. 다음 그림과 같이 세 면의 넓이가 각각 $80\,\mathrm{cm}^2$, $40\,\mathrm{cm}^2$, $50\,\mathrm{cm}^2$ 인 직육면체의 부피를 구하여라.



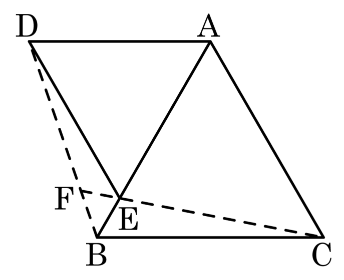
▶ 답 : ______ cm^3

▷ 정답 : $400\,\mathrm{cm}^3$

해설

밑면의 가로의 길이를 a , 세로의 길이를 b , 높이를 c 라고 하면
$ab = 80 \cdots ①$, $bc = 50 \cdots ②$, $ca = 40 \cdots ③$
$① \times ② \times ③$ 을 하면 $(abc)^2 = 160000$, $abc = 400$ 이다.
$\therefore$ (부피) $= abc = 400(\mathrm{cm}^3)$

24. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADE$ 는 정삼각형이다. $\overline{AC}=20$, $\overline{AD}=16$ 일 때, $\overline{FB}\times\overline{EC}$ 를 구하여라.



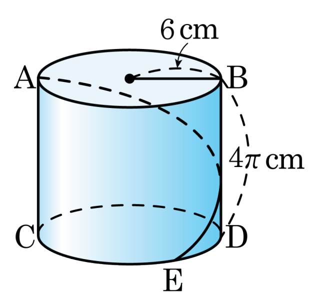
▶ 답 :

▷ 정답 : 80

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACE$ 에서
$\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{AD}=\overline{AE}$, $\angle DAB=\angle EAC=60°$
$\therefore$ $\triangle ABD\equiv\triangle ACE$ (SAS 합동)
또 $\triangle FBE$ 와 $\triangle ACE$ 에서
$\angle FEB=\angle AEC$ ($\because$ 맞꼭지각)
$\angle FBE=\angle ACE$ ($\because$ $\triangle ABD\equiv\triangle ACE$)
$\therefore$ $\triangle FBE \backsim \triangle ACE$ (AA 닮음)
$\overline{FB}:\overline{AC}=\overline{BE}:\overline{EC}$
($\overline{BE}=\overline{AB}-\overline{AE}=20-16=4$)
$\overline{FB}:20=4:\overline{EC}$
$\therefore$ $\overline{FB}\times\overline{EC}=80$

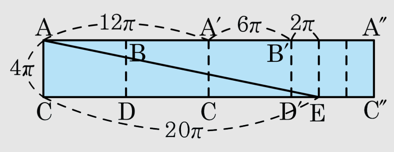
25. 다음 원기둥의 점 A 에서 출발하여 모선 BD 를 두 번 지난 후, 5.0pt$\overset{\frown}{CD}$ 를 2 : 1 로 나누는 점 E 로 가는 최단거리를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $4\sqrt{26}\pi$ cm

해설



$$\overline{AE}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CE}^2$$
$$= (4\pi)^2 + (20\pi)^2 = 416\pi^2$$

$\therefore\ \overline{AE} = 4\sqrt{26}\pi(\mathrm{cm})$