1. 연립부등식 $\begin{cases} x-1>2x-3 \\ x^2 \le x+2 \end{cases}$ 의 해는?

① $x \le -1$ ② $-1 \le x < 1$ ③ $-1 \le x < 2$
④ $1 < x < 2$ ⑤ $2 \le x < 4$

해설

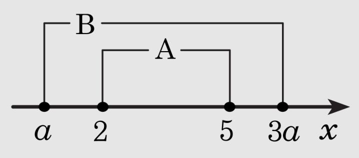
$x-1>2x-3$에서 $-x>-2$
$\therefore x<2 \cdots$ ㈎
$x^2 \le x+2$에서 $x^2-x-2 \le 0$
$\therefore -1 \le x \le 2 \cdots$ ㈏
따라서 ㈎, ㈏의 공통 범위를 구하면
$-1 \le x < 2$이다.

2. 양의 실수 a에 대하여 $-x^2+7x-10 \geq 0$의 모든 해가 $x^2-4ax+3a^2 \leq 0$을 만족할 때, a의 값의 범위는?

① $\frac{1}{3} \leq a \leq 2$　② $\frac{2}{3} \leq a \leq 2$　③ $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$
④ $\frac{5}{3} \leq a \leq 5$　⑤ $2 \leq a \leq 5$

해설

$-x^2+7x-10 \geq 0$
$x^2-7x+10 \leq 0$
$(x-2)(x-5) \leq 0$
$2 \leq x \leq 5$
$x^2-4ax+3a^2 \leq 0$
$(x-a)(x-3a) \leq 0$
$a \leq x \leq 3a (\because a > 0)$
㉠의 모든 해가 ㉡에 포함되므로



따라서 $a \leq 2$, $3a \geq 5$이므로 $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

3. x에 대한 부등식 $x(x+1) < a(x+1)-1$의 해가 존재하지 않을 때, 실수 a의 범위는?

① $a \le -3$ 또는 $a \ge 1$
② $-3 \le a \le 1$
③ $a < -3$ 또는 $a > 1$
④ $-3 < a < 1$
⑤ $-1 \le a \le 3$

해설

$x(x+1) < a(x+1)-1$을 전개하여 이항하면 $x^2+(1-a)x-a+1 < 0$ 이차항의 계수가 양수이므로 판별식 $D \le 0$이면 부등식의 해가 없다.

$D = (1-a)^2 + 4(a-1) \le 0$

$(a-1)(a+3) \le 0$

$\therefore\ -3 \le a \le 1$

4. 부등식 $x^2 - |x| - 12 \ge 0$을 풀면?

① $x \le -4$ 또는 $x \ge 1$

② $x \le -4$ 또는 $x \ge 2$

③ $x \le -4$ 또는 $x \ge 3$

④ $x \le -4$ 또는 $x \ge 4$

⑤ $x \le -4$ 또는 $x \ge 5$

해설

(i) $x \ge 0$일 때, $|x| = x$이므로
주어진 부등식은 $x^2 - x - 12 \ge 0$, $(x+3)(x-4) \ge 0$
$\therefore x \le -3$ 또는 $x \ge 4 \cdots$ ㉠
이 때, $x \ge 0$과 ㉠의 공통 범위를 구하면 다음 수직선에서 $x \ge 4$
(ii) $x < 0$일 때, $x^2 + x - 12 \ge 0$, $(x+4)(x-3) \ge 0$
$\therefore x \le -4$ 또는 $x \ge 3 \cdots$ ㉡
이 때, $x < 0$ 과 ㉡의 공통 범위를 구하면 $x \le -4$
따라서, $x \le -4$ 또는 $x \ge 4$

5. 이차부등식 $(x+1)^2 \le k(x^2-x+1)$이 모든 실수 x에 대하여 항상 성립할 때, 실수 k의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$(x+1)^2 \le k(x^2-x+1)$

$(k-1)x^2-(k+2)x+k-1 \ge 0$

모든 x에 대해 성립하려면,

$k-1>0$, 판별식이 0보다 작거나 같다

$D=(k+2)^2-4(k-1)(k-1) \le 0$에서

$\{(k+2)-2(k-1)\}\{(k+2)+2(k-1)\}$

$=(-k+4)k \le 0$

$\therefore\ k(k-4) \ge 0,\quad k \le 0$ 또는 $k \ge 4$

$\therefore\ \ k \ge 4(\because k>1)\quad \therefore$ 최솟값 : 4

6. 모든 실수 x에 대하여 $x^2-2mx-m \geq 0$을 만족하는 실수 m의 범위는 $a \leq m \leq b$이다. $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b=-1$

해설

$x^2-2mx-m \geq 0$이

항상 성립하려면 판별시 $D \leq 0$

$\frac{D}{4}=m^2+m \leq 0$

$m(m+1) \leq 0$, $-1 \leq m \leq 0$

$\therefore$ $a+b=(-1)+0=-1$

7. x에 관한 이차부등식 $x^2 + ax + 2a - 3 > 0$이 모든 실수 x에 대하여 성립하도록 상수 a의 범위를 구하면 $p < a < q$이다. 이 때, pq의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $pq = 12$

해설

$x^2 + ax + 2a - 3 > 0$이 항상 성립할 조건은
판별식 이 $D < 0$을 만족해야 한다.
$D = a^2 - 4(2a - 3) < 0$
$a^2 - 8a + 12 < 0$
$(a - 6)(a - 2) < 0$
$2 < a < 6 \quad \therefore p = 2, q = 6$
$\therefore \ pq = 2 \times 6 = 12$

8. 모든 실수 x 에 대하여 다항식 $(m+1)x^2-2(m-1)x+3$ 의 값이 항상 2보다 크도록 하는 상수 m 의 범위가 $a<m<b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$(m+1)x^2-2(m-1)x+3>2$

$(m+1)x^2-2(m-1)x+1>0$ 이므로

$m \neq -1,\ m>-1$ 이고, $D<0$ 이다.

$\frac{D}{4}=m^2-3m<0 \qquad \therefore\ 0<m<3$

$\therefore a=0,\ b=3$

$\therefore a+b=3$

9. 부등식 $ax^2+bx+c>0$의 해가 $-3<x<2$일 때, $bx^2-ax+c<0$의 해를 구하면 $x<\alpha,\ x>\beta$이다. $2\alpha+\beta$의 값을 구하면?

① 1　　② -1　　③ 2　　④ -2　　⑤ 3

해설

$-3<x<2 \Leftrightarrow (x-2)(x+3)<0$

$\Leftrightarrow x^2+x-6<0$

$\therefore\ -x^2-x+6>0 \cdots\cdots$ ①

①의 좌변과 ax^2+bx+c의 각 항의 계수의 비가 일정해야 하므로 같게 놓아도 무방하다.

$\therefore\ a=-1,\ b=-1,\ c=6$

이것을 $bx^2-ax+c<0$에 대입하면

$-x^2+x+6<0$

$\therefore\ x^2-x-6>0 \quad (x+2)(x-3)>0$

$\therefore\ x<-2$ 또는 $x>3$

$\therefore\ \alpha=-2,\ \beta=3 \quad \therefore\ 2\alpha+\beta=-1$

10. 부등식 $ax^2 + 5x + b > 0$ 을 풀어서 $2 < x < 3$ 이라는 해가 구해졌다. 이 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = 6$

해설

$ax^2 + 5x + b > 0 \quad \cdots\cdots ㉠$
해가 $2 < x < 3$ 이 되는 이차부등식은
$(x - 2)(x - 3) < 0$ 전개하면
$x^2 - 5x + 6 < 0 \quad \cdots\cdots ㉡$
㉠과 일차항의 계수를 맞추기위해
양변에 -1 을 곱하면
$-x^2 + 5x - 6 > 0 \quad \cdots\cdots ㉢$
㉠, ㉢이 일치해야 하므로 $a = -1$, $b = -6$

11. 두 이차부등식

$$\begin{cases} x^2-(m+3)x+3m<0 \\ x^2-6x+8>0 \end{cases}$$ 을 동시에 만족시키는 정수 x의 값이 5

뿐일 때, m의 값의 범위를 구하면?

① $3<m\le 4$　② $4<m\le 5$　③ $4\le m<5$

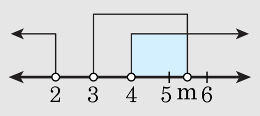
④ $5<m\le 6$　⑤ $5\le m<6$

해설

$$\begin{cases} x^2-(m+3)x+3m<0 \cdots\cdots ① \\ x^2-6x+8>0 \cdots\cdots ② \end{cases}$$

①$(x-3)(x-m)<0$, $\therefore$ $3<x<m$

②$(x-2)(x-4)>0$, $\therefore$ $x<2$, $x>4$



여기서 두 이차부등식에서

해 x 가 5 뿐이기 때문에,

m 은 5 를 넘어야 하고, 6을 넘으면 안되므로

$\therefore$ $5<m\le 6$

12. 이차방정식 $f(x)=0$의 두 근의 합이 2일 때, 방정식 $f(2x-3)=0$의 두 근의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(x)=0$의 두 근을 α, β라 하면 $\alpha+\beta=2$

$f(2x-3)=0$에서 $2x-3=\alpha$, $2x-3=\beta$

$\therefore\ x=\dfrac{\alpha+3}{2},\ \dfrac{\beta+3}{2}$

$\therefore$두 근의 합은 $\dfrac{(\alpha+\beta)+6}{2}=4$

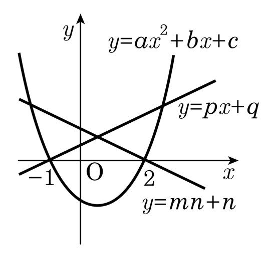
13. 둘레의 길이가 $24\,\mathrm{cm}$ 인 직사각형의 넓이를 $35\,\mathrm{cm}^2$ 이상 되도록 할 때, 그 한 변의 길이 a 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① $9\,\mathrm{cm}$ ② $10\,\mathrm{cm}$ ③ $12\,\mathrm{cm}$ ④ $15\,\mathrm{cm}$ ⑤ $19\,\mathrm{cm}$

해설

한 변의 길이가 a 이므로 다른 한 변의 길이는 $12-a$ 이다.
$a(12-a) \ge 35$ 에서 $(a-5)(a-7) \le 0$
$\therefore\ 5 \le a \le 7$
따라서, 최댓값과 최솟값의 합은 $12\,\mathrm{cm}$

14. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 와 두 직선 $y = px + q$, $y = mx + n$ 이 x축 위의 두 점 $(-1, 0)$, $(2, 0)$ 에서 만나고 있다. 이 때, 다음 연립부등식의 해는?

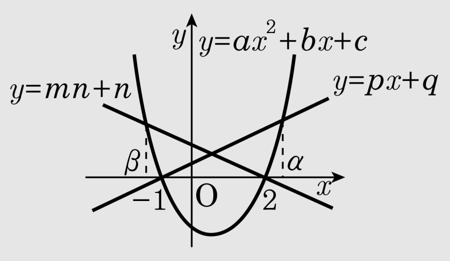


$$\begin{cases} ax^2 + bx + c < px + q \\ ax^2 + bx + c < mx + n \end{cases}$$

① $-1 < x < 3$　② $0 < x < 2$　③ $0 < x < 3$
④ $-1 < x < 2$　⑤ $-2 < x < 3$

해설

주어진 연립부등식의 해는 포물선이 두 직선 보다 모두 아래에 있는 부분이다.



$$\begin{cases} ax^2 + bx + c < px + q & \cdots ㉠ \\ ax^2 + bx + c < mx + n & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ 식의 근 $-1 < x < \alpha$ $(\alpha > 2)$ $\cdots$ (i)
㉡ 식의 근 $\beta < x < 2$ $(\beta < -1)$ $\cdots$ (ii)
(i), (ii)을 동시에 만족하는 x의 범위는 $-1 < x < 2$

15. 이차함수 $y = x^2 - 4ax + 1$ 의 그래프가 직선 $y = 2x - a$ 의 그래프보다 항상 위쪽에 있도록 하는 상수 a 의 범위를 구하면?

① $a > 0$　② $-\frac{1}{4} < a < 0$　③ $-\frac{1}{4} < a < \frac{3}{4}$
④ $-\frac{3}{4} < a < \frac{1}{4}$　⑤ $-\frac{3}{4} < a < 0$

해설

$$\begin{cases} y = x^2 - 4ax + 1 \\ y = 2x - a \end{cases}$$

근이 존재하지 않아야 하므로

$2x - a = x^2 - 4ax + 1$

$x^2 + (-4a - 2)x + (a + 1) = 0$

$D < 0 :\ (2a + 1)^2 - (a + 1) < 0$

$4a^2 + 3a = a(4a + 3) < 0$

$\therefore\ -\frac{3}{4} < a < 0$

16. 이차함수 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 그래프가 이차함수 $y = 2x^2 - 2mx + 1$ 의 그래프보다 항상 아래쪽에 존재하도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $-3 < m < 3$ ② $-3\ m < 1$

③ $-1 < m < 3$ ④ $m < -1$또는$m > 1$

⑤ $m < -1$또는$m > 3$

해설

$x^2 - 2x - 3 < 2x^2 - 2mx + 1$ 에서

$x^2 - 2(m-1)x + 4 > 0$

이 부등식이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립해야 하므로 이차방정식 $x^2 - 2(m-1)x + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$\frac{D}{4} = (m-1)^2 - 4 < 0$ 에서

$(m+1)(m-3) < 0$

$\therefore -1 < m < 3$

17. 이차방정식 $x^2-2mx+m+6=0$의 두 근이 모두 1보다 작을 때, 실수 m의 값의 범위를 구하면?

① $m \le -6$ ② $m \le -4$ ③ $m \le -2$

④ $m \le 0$ ⑤ $m \le 2$

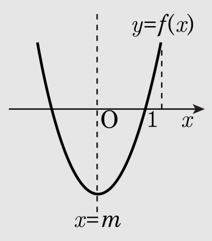
해설

$f(x)=x^2-2mx+m+6=(x-m)^2-m^2+m+6$으로 놓으면

$\frac{D}{4}=m^2-1\cdot(m+6)=m^2-m-6$

$f(1)=1-2m+m+6=-m+7$

두 근이 모두 1보다 작으려면 $y=f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같아야 한다.



따라서,

(i) 판별식 : $\frac{D}{4}=m^2-m-6\ge 0$

$(m+2)(m-3)\ge 0$

$\therefore m\le -2$ 또는 $m\ge 3 \cdots\cdots$ ㉠

(ii) 경계값의 부호 : $f(1)=-m+7>0$

$\therefore m<7 \quad \cdots\cdots$ ㉡

(iii) 축 : $m<1 \cdots\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢으로부터 구하는 m의 값의 범위는 $m\le -2$

18. 이차방정식 $x^2 - mx + 4 = 0$ 의 두 근 사이에 1 이 있도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $m < -5$ ② $m > -2$ ③ $-2 < m < 2$

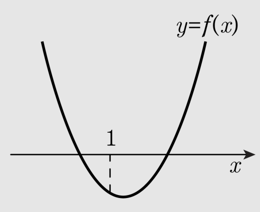
④ $m > 2$ ⑤ $m > 5$

해설

$f(x) = x^2 - mx + 4$ 라 하면 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.

$f(1) < 0$ 에서 $5 - m < 0$

$\therefore\ m > 5$



19. $1 < x < 3$ 에서 x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + 4 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위가 $\alpha < a < \beta$ 일 때, $3\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

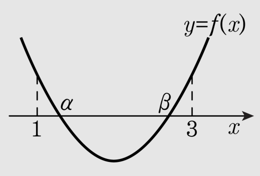
▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$f(x) = x^2 - ax + 4$ 라 하면

$1 < x < 3$ 에서 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i) $x^2 - ax + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$D = a^2 - 16 > 0$ 에서 $(a+4)(a-4) > 0$

$\therefore\ a < -4$ 또는 $a > 4$

(ii) $f(1) = 5 - a > 0$ 에서 $a < 5$

$f(3) = 13 - 3a > 0$ 에서 $a < \frac{13}{3}$

$\therefore\ a < \frac{13}{3}$

(iii) $y = f(x)$ 의 그래프의 대칭축이

$x = \frac{a}{2}$ 이므로 $1 < \frac{a}{2} < 3$

$\therefore\ 2 < a < 6$

(i), (ii), (iii) 에서 a 의 값의 범위는 $4 < a < \frac{13}{3}$

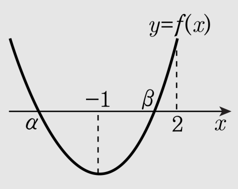
따라서, $\alpha = 4,\ \beta = \frac{13}{3}$ 이므로 $3\alpha\beta = 52$

20. 이차방정식 $x^2+2ax+a^2-1=0$의 두 근 α, β에 대하여 $\alpha < -1 < \beta < 2$가 성립할 때, 상수 a의 값의 범위는?

① $-2 < a < 0$　　② $-2 < a < 1$　　③ $0 < a < 2$
④ $1 < a < 2$　　⑤ $1 < a < 3$

해설

$f(x) = x^2 + 2ax + a^2 - 1$ 로 놓으면 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 되어야 한다.



즉, $f(-1) < 0$, $f(2) > 0$

(i) $f(-1) = 1-2a+a^2-1 < 0$ 에서 $a^2-2a < 0$, $a(a-2) < 0$
$\therefore 0 < a < 2$

(ii) $f(2) = 4 + 4a + a^2 - 1 > 0$ 에서 $a^2 + 4a + 3 > 0$, $(a+3)(a+1) > 0$
$\therefore a < -3$, $a > -1$

(i), (ii) 에서 $0 < a < 2$

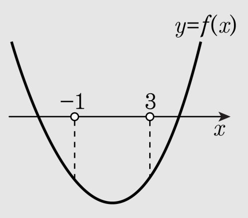
21. $-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x에 대하여 이차부등식 $x^2+2(k-1)x+3k<0$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 k의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$f(x) = x^2 + 2(k-1)x + 3k$ 라 하자.
$-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x에 대하여 $f(x) < 0$ 이 항상 성립하려면 다음 그림과 같이 $f(-1) \le 0$, $f(3) \le 0$ 이어야 한다.



(i) $f(-1) \le 0$ 에서 $(-1)^2 + 2(k-1)\cdot(-1) + 3k \le 0$, $k+3 \le 0$
$\therefore k \le -3$
(ii) $f(3) \le 0$ 에서 $3^2 + 2(k-1)\cdot 3 + 3k \le 0$, $9k+3 \le 0$
$\therefore k \le -\frac{1}{3}$
(i), (ii) 에서 $k \le -3$
따라서, 실수 k의 최댓값은 -3이다.

22. 이차부등식 $x^2 - 3x + 2 < 0$을 만족하는 모든 x 가 이차부등식 $x^2 - 2ax + a - 1 < 0$을 만족할 때, 상수 a의 값의 범위는?

① $a > 0$ ② $a > 1$ ③ $0 < a < 1$

④ $0 \le a \le 1$ ⑤ $a \ge 1$

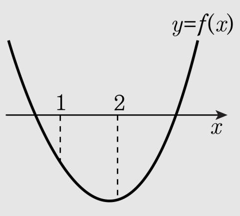
해설

$x^2 - 3x + 2 < 0$에서 $(x-1)(x-2) < 0$

$\therefore 1 < x < 2$

이차부등식 $x^2 - 2ax + a - 1 < 0$ 이 $1 < x < 2$에서 항상 성립해야하므로

$f(x) = x^2 - 2ax + a - 1$로 놓으면 다음 그림과 같이 $f(1) \le 0$, $f(2) \le 0$이어야 한다.



$f(1) = 1 - 2a + a - 1 \le 0$ 에서 $a \ge 0$ ⋯⋯ ㉠

$f(2) = 4 - 4a + a - 1 \le 0$ 에서 $a \ge 1$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡에서 $a \ge 1$

23. 부등식 $x^2 + ax + a + 3 \leq 0$를 만족하는 x가 오직 1개이기 위한 양수 a가 존재하는 구간은?

① $1 < a < 3$　② $2 < a < 5$　③ $3 < a < 6$

④ $4 < a < 7$　⑤ $6 < a < 7$

해설

$x^2 + ax + a + 3 \leq 0$의 해가
1개 존재하기 위해서는
$x^2 + ax + a + 3 = 0$이 중근을 가져야 한다.

$$\begin{aligned} \therefore D &= a^2 - 4(a+3) \\ &= a^2 - 4a - 12 \\ &= (a-6)(a+2) = 0 \end{aligned}$$

$\therefore a = 6$ $(\because a > 0)$

24. 임의의 실수 x에 대하여 $\sqrt{ax^2+ax+b}$가 실수일 때, 계수 a, b가 만족하는 조건을 구하면?

① $0 \le a \le 4b$　② $0 < a \le 4b$　③ $0 \le a < 4b$

④ $0 < a < 4b$　⑤ $0 < a < 4b$

해설

모든 실수 x에 대하여

$ax^2+ax+b \ge 0$을 만족해야 하므로

ⅰ) $a=0$일 때, $b \ge 0 \cdots$ ①

ⅱ) $a>0$일 때,

$D=a^2-4ab \le 0$

$a-4b \le 0 \cdots$ ②

①, ②에서 $0 \le a \le 4b$

25. 이차부등식 $ax^2+bx+c>0$의 해가 $|x-2|<\sqrt{3}$의 해와 같을 때, 이차부등식 $cx^2+(b+c)x+(a+b+5c)>0$ 의 해를 구하면?

① $0<x<1$　② $1<x<2$　③ $2<x<3$
④ $3<x<4$　⑤ $4<x<5$

해설

$|x-2|<\sqrt{3} \Leftrightarrow -\sqrt{3}<x-2<\sqrt{3}$
$\Leftrightarrow 2-\sqrt{3}<x<2+\sqrt{3}$
$ax^2+bx+c>0 \Rightarrow x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}<0(\because a<0)$
$-\frac{b}{a}=4, \frac{c}{a}=1 \Rightarrow b=-4a, c=a$
그러면 주어진 식 $cx^2+(b+c)x+(a+b+5c)>0$에서
$ax^2+(-4a+a)x+a-4a+5a>0$
$ax^2-3ax+2a>0$ $(\because a<0)$
$x^2-3x+2<0$
$(x-2)(x-1)<0$
따라서 $1<x<2$

26. $|p| < 2$ 를 만족하는 모든 실수 p 에 대하여 부등식 $x^2+px+1 > 2x+p$ 가 성립하도록 하는 x 의 값의 범위는?

① $x \le -3$, $x = -1$, $x \ge 1$

② $x \le -1$, $x = 1$, $x \ge 3$

③ $x \le -3$, $x \ge 1$

④ $x \le -1$, $x \ge 3$

⑤ $-3 \le x \le -1$

해설

$x^2 + px + 1 > 2x + p$, $(x-1)p + x^2 - 2x + 1 > 0$

$f(p) = (x-1)p + x^2 - 2x + 1$ 이라 하면

$-2 < p < 2$ 에서 $f(p) > 0$ 이기 위한 조건은

$f(-2) \ge 0$ 이고 $f(2) \ge 0$ 이어야 한다.

$f(-2) \ge 0$ 에서 $x^2 - 4x + 3 \ge 0$

$\therefore\ (x-1)(x-3) \ge 0$

$\therefore\ x \le 1$, $x \ge 3 \cdots$ ㉠

$f(2) \ge 0$ 에서 $x^2 - 1 \ge 0$

$\therefore\ (x+1)(x-1) \ge 0$

$\therefore\ x \le -1$, $x \ge 1 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\therefore\ x \le -1,\ x = 1,\ x \ge 3$

그런데 $x = 1$ 일 때,

$f(p) = 0 \cdot p + 1^2 - 2 \cdot 1 + 1 = 0$ 이므로

주어진 조건을 만족하지 않는다.

따라서 구하는 x 값의 범위는 $x \le -1,\ x \ge 3$

27. 두 부등식 $x^2-2x-8>0$,
$x^2-(2a+1)x+a^2+a<0$에 대하여 공통범위가 존재하지 않도록 하는 실수 a의 범위를 $b \le a \le c$라 할 때, $b+c$의 값을 구하면?

① -1　② 0　③ 1　④ 2　⑤ 3

해설

$(x-4)(x+2)>0$,
$\therefore\ x>4,\ x<-2$
$x^2-(2a+1)x+a(a+1)<0$
$(x-a)(x-a-1)<0$
두 부등식의 공통범위가 없으려면
$a \ge -2,\ a+1 \le 4 \rightarrow a \le 3$
$\therefore\ -2 \le a \le 3$
$\therefore\ b=-2,\ c=3$
$\therefore\ b+c=1$

28. 모든 내각의 크기가 $180°$ 보다 작은 육각형의 각 변의 길이가 $10,\ 2,\ 2,\ 1,\ 2x,\ y$ 일 때, x^2+y^2 의 최솟값은? (단, $x,\ y$ 는 자연수)

① 2　　② 6　　③ 8　　④ 9　　⑤ 13

해설

다각형의 결정조건에 의해 $2x+y>5$
$x,\ y$ 는 자연수이므로,
$x=2,\ y=2$ 일 때 최소가 된다.
$\therefore x^2+y^2=8$

29. 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 한 근은 -1과 0 사이에 있고, 다른 근은 0과 2 사이에 있을 때 정수 a, b에 대하여, $a+b$의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$f(x)=x^2+ax+b$ 라고 놓을 때

$$\begin{cases} f(-1)=1-a+b>0 & \cdots ① \\ f(0)=b<0 & \cdots ② \\ f(2)=4+2a+b>0 & \cdots ③ \end{cases}$$

①$\times 2+$③하면 $6+3b>0$

$\therefore\ b>-2$

이것과 ②에서 $-2<b<0$

$\therefore\ b=-1$ ($\because\ b$는 정수)

이 값을 ①, ③에 대입하면

$1-a-1>0,\ 4+2a-1>0$

$\therefore\ -\frac{3}{2}<a<0$

$\therefore\ a=-1$ ($\because\ a$는 정수)

$\therefore\ a=-1,\ b=-1,\ a+b=-2$

30. 이차방정식 $x^2-(p+1)x+2p-1=0$ 의 두 근 중 한 근은 -1보다 작고, 다른 한 근은 1보다 크도록 실수 p의 범위를 정하면?

① $p>-\frac{1}{3}$　② $p>1$　③ $-\frac{1}{3}<p<1$
④ $p<-\frac{1}{3}$　⑤ $p<1$

해설

$f(x)=x^2-(p+1)x+2p-1$로 놓으면

ⅰ) $f(-1)=1+p+1+2p-1=3p+1<0$

$\therefore p<-\frac{1}{3}$

ⅱ) $f(1)=1-p-1+2p-1=p-1<0$

$\therefore p<1$

ⅰ) ⅱ)에서 $p<-\frac{1}{3}$