

1. 수직선 위의 두 점 $P(2)$, $Q(x)$ 에 대하여 $\overline{PQ} = 3$ 이고, x 의 값을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

i) $x > 2$ 일 때, $x - 2 = 3 \therefore x = 5$

ii) $x < 2$ 일 때, $2 - x = 3 \therefore x = -1$

따라서 α, β 의 값은 -1 또는 5

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = 26$$

2. 세 꼭짓점의 좌표가 각각 $A(a, 3)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 7)$ 인 $\triangle ABC$ 가 $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이 되도록 하는 상수 a 의 값들의 합은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 가 직각이므로

피타고라스의 정리에 의해

$$\overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{BC}^2 \dots \textcircled{7}$$

이때, 세 점 $A(a, 3)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 7)$ 에 대하여

$$\overline{AB}^2 = (-1 - a)^2 + (-5 - 3)^2 = a^2 + 2a + 65$$

$$\overline{CA}^2 = (a - 3)^2 + (3 - 7)^2 = a^2 - 6a + 25$$

$$\overline{BC}^2 = (3 + 1)^2 + (7 + 5)^2 = 160 \text{ 이므로}$$

$$\textcircled{7} \text{에 의해 } 2a^2 - 4a + 90 = 160$$

$$\therefore a^2 - 2a - 35 = 0$$

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 a 의 값들의 합은 2이다.

3. 다음 두 점 사이의 거리를 구하여라.

$$A(\sqrt{3}-1, 1-\sqrt{2}), B(\sqrt{3}, 1+\sqrt{2})$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{3}+1)^2 + (1+\sqrt{2}-1+\sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt{1+8} = 3\end{aligned}$$

4. 두 점 A(-4, 2), B(1, 5)에서 같은 거리에 있고, y축 위에 있는 점 P의 좌표는?

① $P(0, -2)$

② $P(0, -1)$

③ $P(0, 1)$

④ $P(0, 2)$

⑤ $P\left(0, \frac{5}{2}\right)$

해설

점 P의 좌표를 $P(0, b)$ 라 하면 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로

$$\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2 \text{에서}$$

$$(-4-0)^2 + (2-b)^2 = (1-0)^2 + (5-b)^2$$

$$b^2 - 4b + 20 = b^2 - 10b + 26$$

$$6b = 6$$

$$\therefore b = 1$$

따라서 점 P의 좌표는 $P(0, 1)$ 이다.

5. 직선 $y = 2x$ 위에 있고 점 $A(2, 0)$, $B(3, 1)$ 에서 같은 거리에 있는 점을 $P(\alpha, \beta)$ 라고 할 때, $\alpha\beta$ 를 구하면?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$y = 2x$ 위에 있으므로 $P(\alpha, 2\alpha)$ 라 하면

$$\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2 \text{ 이므로}$$

$$(\alpha - 2)^2 + (2\alpha)^2 = (\alpha - 3)^2 + (2\alpha - 1)^2$$

$$-4\alpha + 4 = -6\alpha - 4\alpha + 10$$

$$\therefore \alpha = 1, \beta = 2$$

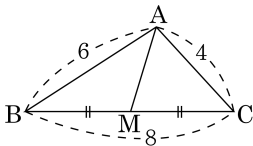
6. 세 점 $A(-1, 1)$, $B(1, -1)$, $C(5, 3)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 는 어떤 삼각형인가?

- ① 정삼각형
- ② $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형
- ③ $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형
- ④ $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형
- ⑤ $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형

해설

$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$ 이므로
 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

7. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 8$, $\overline{AC} = 4$ 이고, $\overline{BC}$ 의 중점이 M일 때, $\overline{AM}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

중선정리에 의하여

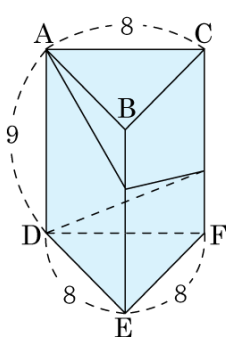
$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2) \text{ 이므로}$$

$$6^2 + 4^2 = 2(\overline{AM}^2 + 4^2)$$

$$36 + 16 = 2\overline{AM}^2 + 32$$

$$\therefore \overline{AM}^2 = 10$$

8. 다음 그림과 같은 삼각기둥의 꼭짓점 A에서 출발하여 모서리 BE, CF를 순서대로 지나 꼭짓점 D에 이르는 최단 거리를 구하여라.

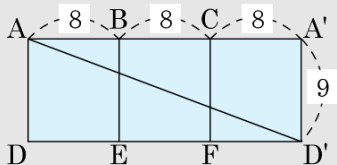


▶ 답 :

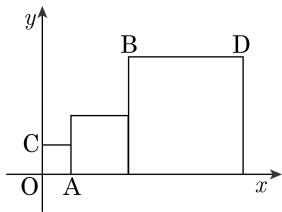
▷ 정답 : $3\sqrt{73}$

해설

$$\begin{aligned}\overline{AD'} &= \sqrt{24^2 + 9^2} = \\ \sqrt{576 + 81} &= \sqrt{657} = 3\sqrt{73}\end{aligned}$$



9. 좌표평면 위에 다음의 그림과 같이 세 개의 정사각형이 있다. 점 $C(0, 4)$, 점 $D(21, 12)$ 일 때, 두 점 A, B 사이의 거리를 구하면?



- ① 11 ② 13 ③ 15
④ 17 ⑤ 21

해설

가장 작은 정사각형의 한 변의 길이가 4 이므로
 점 $A(4, 0)$ 가장 큰 정사각형의 한 변의 길이가 12 이므로
 점 $B(9, 12)$
 즉, $B(9, 12)$
 $\therefore \overline{AB} = \sqrt{(9-4)^2 + 12^2} = 13$

10. 두 점 A (-3, 4), B (2, 6)에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P와 y 축 위의 점 Q의 좌표는?

① $P\left(\frac{3}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{15}{4}\right)$

② $P\left(\frac{1}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{15}{4}\right)$

③ $P\left(-\frac{3}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{1}{4}\right)$

④ $P\left(\frac{3}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{7}{4}\right)$

⑤ $P\left(\frac{5}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{15}{2}\right)$

해설

P의 좌표를 $P(a, 0)$ 라 하면

$\overline{AP} = \overline{BP}$ 이므로

$$\sqrt{(a+3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{(a-2)^2 + (-6)^2}$$

Q의 좌표를 $Q(0, b)$ 라 하면

$\overline{AQ} = \overline{BQ}$ 에서

$$\sqrt{3^2 + (b-4)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (b-6)^2}$$

두 식을 제곱하여 정리하면 $a = \frac{3}{2}, b = \frac{15}{4}$

$$\therefore P\left(\frac{3}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{15}{4}\right)$$

11. 직선 $x + y = 2$ 위에 있고, 두 점 $A(0, 6)$, $B(2, 2)$ 에서 같은 거리에 있는 점을 P 라 할 때, $\overline{AP}$ 의 길이를 구하면?

① 2

② $\sqrt{5}$

③ $2\sqrt{2}$

④ $\sqrt{10}$

⑤ 5

해설

$x + y = 2$ 위에 있는 점 P 는
 $(\alpha, -\alpha + 2)$ 로 나타낼 수 있다.

$$\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2 \text{ 이므로}$$

$$\alpha^2 + (-\alpha - 4)^2 = (\alpha - 2)^2 + (-\alpha)^2$$

$$\alpha = -1$$

$$P(-1, 3)$$

$$\therefore \overline{AP} = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{10}$$