

1. 수직선 위의 두 점 A(-3), B(a)를 잇는 선분 AB에 대하여 $\overline{AB} = 5$ 를 만족시키는 a 의 값들의 합은?

① -6 ② -5 ③ 3 ④ 5 ⑤ 6

해설

수직선 위의 두 점 A(-3), B(a)에 대하여

$\overline{AB} = |a - (-3)|$ 이므로

$$|a + 3| = 5$$

$$a + 3 = 5 \text{ 또는 } a + 3 = -5$$

$$\therefore a = 2 \text{ 또는 } a = -8$$

따라서 a 의 값들의 합은 -6 이다.

2. 두 점 A(-3), B(6) 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\overline{AB} = |6 - (-3)| = 9$$

3. x 의 다항식 $x^3 + ax + b$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나눌 때, 나머지가 $2x + 1$ 이 되도록 상수 a, b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^3 + ax + b$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나눌 때,
몫을 $x + q$ 라 하면 (일반적으로 $px + q$ 로 해야겠지만 x^3 의 계수가 1이므로 $x + q$)

$$x^3 + ax + b = (x^2 - 3x + 2)(x + q) + 2x + 1$$

$$\therefore x^3 + ax + b = (x - 2)(x - 1)(x + q) + 2x + 1$$

이 등식은 x 에 관한 항등식이므로

$$x = 1 \text{을 대입하면 } 1 + a + b = 2 + 1 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x = 2 \text{를 대입하면 } 8 + 2a + b = 4 + 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } a = -5, b = 7$$

$$\therefore a + b = 2$$

4. $x^3 - 4x^2 + ax + b$ 를 $(x+1)^2$ 으로 나누면 나머지가 7이 될 때, $a+b$ 의 값은?

① -12 ② -10 ③ 0 ④ 10 ⑤ 12

해설

직접 나눠본다.

$$\begin{array}{r} x-6 \\ x^2+2x+1 \overline{) \begin{array}{r} x^3-4x^2+ax+b \\ -x^3+2x^2+ \\ \hline -6x^2+(a-1)x+b \\ -(-6x^2-12x-6) \\ \hline (a+11)x+b+6 \end{array}} \end{array}$$

나머지가 7이므로 $a + 11 = 0, b + 6 = 7$

$$\therefore a = -11, b = 1$$
$$\therefore a + b = -10$$

해설

$$\begin{aligned} & x^3 - 4x^2 + ax + b \\ &= (x+1)^2(x+k) + 7 \\ &= x^3 + (k+2)x^2 + (2k+1)x + k+7 \end{aligned}$$

계수를 비교하면

$$k+2 = -4, 2k+1 = a, k+7 = b$$

5. 세 다항식 $x^2 + ax - 4$, $ax^2 - bx - 2$, $2x^2 - ax + b$ 의 최대 공약수가 $x - 1$ 일 때, 최소공배수를 구하면?

- ① $(x - 1)(x + 4)(3x + 2)$
② $(x - 1)(x + 4)(2x - 1)$
③ $(x + 4)(2x - 1)$
④ $(x - 1)(x + 4)(3x + 2)(2x - 1)$
⑤ $(x - 1)(x - 4)(3x + 2)(2x + 1)$

해설

나머지 정리를 이용하면 $f(1) = 0$
 $1 + a - 4 = 0$, $a - b - 2 = 0$, $2 - a + b = 0$
연립하여 풀면, $a = 3$, $b = 1$
 $\therefore x^2 + 3x - 4 = (x - 1)(x + 4)$
 $3x^2 - x - 2 = (x - 1)(3x + 2)$
 $2x^2 - 3x + 1 = (x - 1)(2x - 1)$
따라서 최소공배수 = $(x - 1)(x + 4)(3x + 2)(2x - 1)$

6. 두 다항식 $x^3 - 3x^2 + 2x$, $x^4 - 4x^3 + 4x^2$ 의 최대공약수와 최소공배수를 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 할 때, $f(3) + g(3)$ 의 값을 구하면?

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

해설

$$x^3 - 3x^2 + 2x = x(x-2)(x-1)$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 = x^2(x-2)^2$$

$$\therefore f(x) = x(x-2), g(x) = x^2(x-1)(x-2)^2$$

$$\therefore f(3) + g(3) = 3 + 18 = 21$$

7. 이차항의 계수가 1인 두 다항식의 최대공약수가 $x-1$, 최소공배수가 x^3-kx+6 일 때, 두 다항식의 합은?

- ① $2x^2-3x-5$ ② $2x^2-3x+1$ ③ $2x^2-x-1$
④ $2x^2+x-3$ ⑤ $2x^2+2x-4$

해설

최소공배수는 최대공약수를 인수로 가지므로

$x=1$ 일 때 $1-k+6=0 \quad \therefore k=7$

$x^3-7x+6=(x-1)(x-2)(x+3)$ 이므로

두 다항식은 $(x-1)(x-2)$, $(x-1)(x+3)$

$\therefore$ 두 다항식의 합은 $2x^2-x-1$

8. 이차항의 계수가 1인 두 다항식의 최대공약수가 $x + 2$ 이고, 최소공배수가 $x^3 + x^2 - 2x$ 일 때, 두 이차식의 합은?

- ① $2x^2 + 3x + 2$
- ② $2x^2 - 3x - 2$
- ③ $x^2 - 3x - 2$
- ④ $2x^2 + 3x - 2$
- ⑤ $x^2 - 3x + 2$

해설

$A = Ga, B = Gb$ (a, b 는 서로소)
 $G = x + 2$
 $L = x^3 + x^2 + 2x = x(x + 2)(x - 1) = Gab$
 $A = x(x + 2) = x^2 + 2x$
 $B = (x + 2)(x - 1) = x^2 + x - 2$
 $A + B = 2x^2 + 3x - 2$

9. 삼각형 ABC의 세 변 AB, BC, CA를 2 : 1로 내분하는 점이 각각 P(1, 3), Q(5, 1), R(4, 4)일 때, 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표는?

- ① (3, 2)
- ② (3, 3)
- ③ $\left(\frac{10}{3}, 2\right)$
- ④ $\left(\frac{10}{3}, 3\right)$
- ⑤ $\left(\frac{11}{3}, 2\right)$

해설

A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)이라 하면
 $\overline{AB}$ 를 2 : 1로 내분하는 점이 P(1, 3)이므로
 $\frac{2x_2 + x_1}{2 + 1} = 1, \frac{2y_2 + y_1}{2 + 1} = 3$
 $\therefore 2x_2 + x_1 = 3, 2y_2 + y_1 = 9 \quad \cdots \textcircled{㉠}$
 $\overline{BC}$ 를 2 : 1로 내분하는 점이 Q(5, -1)이므로
 $\frac{2x_3 + x_2}{2 + 1} = 5, \frac{2y_3 + y_2}{2 + 1} = -1$
 $\therefore 2x_3 + x_2 = 15, 2y_3 + y_2 = -3 \quad \cdots \textcircled{㉡}$
 $\overline{CA}$ 를 2 : 1로 내분하는 점이 R(4, 4)이므로
 $\frac{2x_1 + x_3}{2 + 1} = 4, \frac{2y_1 + y_3}{2 + 1} = 4$
 $\therefore 2x_1 + x_3 = 12, 2y_1 + y_3 = 12 \quad \cdots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}, \textcircled{㉢}$ 에서
 $3(x_1 + x_2 + x_3) = 30, 3(y_1 + y_2 + y_3) = 18$
 $\therefore (x_1 + x_2 + x_3) = 10, (y_1 + y_2 + y_3) = 6$
따라서 $\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} = \frac{10}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} = 2$ 이므로 삼각형
ABC의 무게중심의 좌표는 $\left(\frac{10}{3}, 2\right)$

10. 좌표평면 위의 세 점 A(2, 4), B(-2, 6), C(6, 8) 를 꼭지점으로 하는 $\triangle ABC$ 에서 변 AB의 중점을 P, 변 BC의 중점을 Q, 변 CA의 중점을 R이라 하자. $\triangle PQR$ 의 무게중심의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$\triangle ABC$ 의 무게중심과 각 변의 중점을 연결하여 만든 $\triangle PQR$ 의 무게중심은 같다.

$\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표는

$$\left(\frac{2 + (-2) + 6}{3}, \frac{4 + 6 + 8}{3} \right) = (2, 6)$$

따라서 $a = 2, b = 6$

$$\therefore a + b = 8$$

11. 세 점 A (1, 5), B (-4, -7), C (5, 2)가 좌표평면 위에 있다. $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라 할 때, 점 D의 좌표를 구하면?

① (0, 0)

② $\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$

③ $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

④ $\left(-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right)$

⑤ $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{6}\right)$

해설

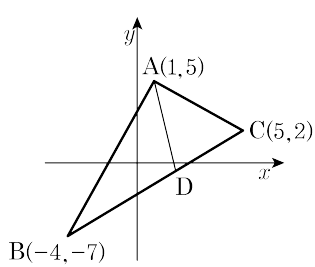
$$\overline{AB} = 13, \overline{AC} = 5$$

$$\text{따라서 } \overline{AB} : \overline{AC} = 13 : 5$$

D는 B, C를 13 : 5로 내분한 점

$$\therefore \left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

12. 다음 그림과 같이 세 점 A(1, 5), B(-4, -7), C(5, 2)를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 가 있다. $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라고 할 때, 점 D의 좌표는?



- ① $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ ② $\left(\frac{9}{4}, -\frac{3}{4}\right)$
 ③ $(2, -1)$ ④ $\left(\frac{7}{4}, -\frac{5}{4}\right)$
 ⑤ $\left(\frac{1}{2}, -\frac{5}{2}\right)$

해설

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(1+4)^2 + (5+7)^2} = 13$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(5-1)^2 + (2-5)^2} = 5$$

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 13 : 5$$

$$\therefore D\left(\frac{-20+65}{13+5}, \frac{-35+26}{13+5}\right) = D\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

13. 다음 두 직선 $y = (2a + 1)x - a + 2$, $y = (a + 2)x + 2$ 가 서로 수직일 때, a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

▷ 정답 : $-\frac{3}{2}$ 또는 -1.5

해설

$$(2a + 1)(a + 2) = -1$$

$$2a^2 + 5a + 3 = 0$$

$$(2a + 3)(a + 1) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } -\frac{3}{2}$$

14. 다음 보기 중 직선 $y = -2x + 5$ 와 수직인 직선을 모두 고르면?

보기

㉠ $4x - 2y = 3$

㉡ $x - 2y = 1$

㉢ $y = \frac{1}{2}x + 3$

㉣ $y = -2x - 5$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉢, ㉣, ㉣

해설

직선 $y = -2x + 5$ 와 서로 수직이려면
기울기의 곱이 -1 이어야 한다.

따라서, 기울기가 $\frac{1}{2}$ 인 것은 ㉢, ㉣이다.

15. 원 $x^2 + y^2 = 8$ 과 직선 $y = x + k$ 가 서로 다른 두 점에서 만나도록 상수 k 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-2 < k < 2$ ② $0 < k < 4$ ③ $-4 < k < 0$
④ $-2 < k < 0$ ⑤ $-4 < k < 4$

해설

원의 중심과 직선 사이의 거리 d 를 구하면

$$d = \frac{|0 + 0 + k|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{2}}$$

이 때, 원의 반지름의 길이가 $2\sqrt{2}$ 이므로

원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면 $d < r$ 이고

$$\frac{|k|}{\sqrt{2}} < 2\sqrt{2} \quad \therefore -4 < k < 4$$

16. 점 A(5,3), B(1,1) 을 지름의 양 끝점으로 하는 원과 직선 $y = 2x + k$ 가 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 k 의 값의 범위는?
- ① $-12 < k < -2$ ② $-11 < k < -1$ ③ $-10 < k < 0$
 ④ $-9 < k < 1$ ⑤ $-8 < k < 3$

해설

두 점 A(5,3), B(1,1) 의 중점이 (3,2) 이

므로 원의 중심의 좌표는(3,2)

점B와 중심 사이의 거리는

$$\sqrt{(3-1)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{5}$$

따라서 반지름의 길이는 $\sqrt{5}$

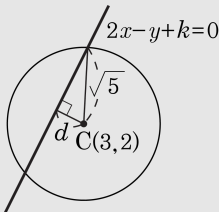
원의 방정식은 $(x-3)^2 + (y-2)^2 = (\sqrt{5})^2$

원의 중심 C(3,2) 에서 직선 $2x - y + k = 0$ 에 이르는 거리는

$$d = \frac{|2 \cdot 3 - 2 + k|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{|k + 4|}{\sqrt{5}} < \sqrt{5}$$

$$|k + 4| < 5, -5 < k + 4 < 5$$

$$\therefore -9 < k < 1$$



17. 원 $x^2 + (y - 1)^2 = 36$ 의 넓이를 이등분하는 직선 $y = mx + n$ 을 x 축의 방향으로 1만큼 y 축의 방향으로 2만큼 평행이동하였더니 원 $(x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 49$ 의 넓이를 이등분하였다. 실수 m, n 에 대하여 $m + n$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

원의 넓이를 이등분하려면
원의 중심을 지나야 하므로
 $y = mx + n$ 은 점 $(0, 1)$ 을 지난다.
 $1 = n \cdots \textcircled{1}$
직선 $y = mx + n$ 를 x 축의 방향으로 1만큼,
 y 축의 방향으로 2만큼 평행이동하면
 $y - 2 = m(x - 1) + n$ 이 직선이
점 $(4, -3)$ 을 지나므로
 $-5 = 3m + n \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $m = -2, n = 1$
 $\therefore m + n = -2 + 1 = -1$

18. $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 9$ 인 원을 x 축 방향으로 a 만큼 y 축 방향으로 b 만큼 평행이동하면, 처음 원과 외접한다고 할 때, a, b 사이의 관계식은?

- ① $a^2 + b^2 = 4$ ② $a^2 + b^2 = 9$ ③ $a^2 + b^2 = 16$
④ $a^2 + b^2 = 25$ ⑤ $a^2 + b^2 = 36$

해설

$(x+3)^2 + (y-2)^2 = 9 \cdots \textcircled{A}$
원 $\textcircled{A}$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼,
 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면
 $\{(x-a)+3\}^2 + \{(y-b)-2\}^2 = 9$
 $\{x-(a-3)\}^2 + \{y-(b+2)\}^2 = 9 \cdots \textcircled{B}$
원 $\textcircled{A}$ 과 원 $\textcircled{B}$ 이 외접하므로 중심거리 d 와 두 원 $\textcircled{A}$, $\textcircled{B}$ 의 반지름의 길이의 합이 서로 같아야 한다.
 $\therefore d = \sqrt{(a-3+3)^2 + (b+2-2)^2}$
 $= \sqrt{a^2 + b^2} = 3 + 3 = 6$
 $\therefore a^2 + b^2 = 36$

19. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$\textcircled{1} \quad X \subset A$

$\textcircled{2} \quad 2 \in X$

$\textcircled{3} \quad n(X) \leq 3$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 11 개

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
집합 X 는 2 를 원소로 갖고 원소의 개수가 3 개 이하인 A 의 부분
집합이므로
 $\{2\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{2, 8\}, \{2, 10\}, \{2, 4, 6\}, \{2, 4, 8\}, \{2, 4, 10\}, \{2,$
 $6, 8\}, \{2, 6, 10\}, \{2, 8, 10\}$ 의 11 개이다.

20. {1, 2, 3, 4, 5}의 부분집합 중에서 1 또는 2를 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 24 개

해설

(i) 1을 포함하는 경우
 $2^{5-1} = 2^4 = 16$ (개)
(ii) 2를 포함하는 경우
 $2^{5-1} = 16$ (개)
(iii) 1 과 2 를 모두 포함하는 경우
 $2^{5-2} = 8$ (개)
따라서 구하는 부분집합의 개수는
 $16 + 16 - 8 = 24$ (개)이다.

21. α, β 가 복소수일 때, 다음 중 옳은 것의 개수는?(단, $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ 는 각각 α, β 의 켤레복소수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

- ㉠ $\alpha = \bar{\beta}$ 이면 $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 는 모두 실수이다.

㉡ $\alpha = \bar{\beta}$ 일 때, $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 이다.

㉢ $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ 이면 $\alpha = 0, \beta = 0$ 이다.

㉤ $\alpha + \beta i = 0$ 이면 $\alpha = 0, \beta = 0$ 이다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 없다

해설

- ㉠ $\alpha = a + bi$ (a, b 는 실수)라 하면
 $\alpha = \bar{\beta}$ 이므로 $\beta = a - bi$
 $\therefore \alpha + \beta = (a + bi) + (a - bi) = 2a$
 $\alpha\beta = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$
 $\therefore \alpha + \beta, \alpha\beta$ 는 실수이다.

㉡ :㉠에서 $\alpha\beta = a^2 + b^2 = 0, a, b$ 는
실수이므로 $a = 0, b = 0$ 즉, $\alpha = a + bi = 0$ 이다.

㉢ : (반례) $\alpha = i, \beta = 1$
 $\therefore \alpha^2 + \beta^2 = i^2 + 1^2 = 0$

㉤ : (반례) $\alpha = 1, \beta = i$
 $\therefore \alpha + \beta i = 0$
 $\therefore$ ㉢, ㉤는 α, β 가 실수일 때만 성립한다.

22. 모든 복소수 z 에 대하여 다음 중 실수인 것을 모두 고르면 ? (단 $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

- ㉠ $(z+1)^2$

㉡ $(2z+1)(\bar{z}+1)-z$

㉢ $(z^2+z+1)(\bar{z}+1)+((\bar{z})^2+\bar{z}+1)(z+1)$

- ① ㉠

② ㉡

③ ㉢
- ④ ㉠, ㉡

⑤ ㉡, ㉢

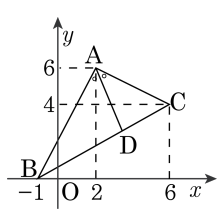
해설

㉠ (반례) $z=i$ 이면 $(z+1)^2=(i+1)^2=2i$
(허수)

㉡ $(2z+1)(\bar{z}+1)-z=2z\bar{z}+(z+\bar{z})+1$ (실수)
($\because z\bar{z}, z+\bar{z}$ 모두 실수이다.)

㉢ $(z^2+z+1)(\bar{z}+1)=Z$ 라 하면
(준식)= $Z+\bar{Z}$ 이므로 실수
따라서 실수인 것은 ㉡, ㉢이다.

23. 다음 그림과 같이 세 점 A(2,6), B(-1,0), C(6,4)를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC에서 ∠A의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라고 할 때, 점 D의 좌표는?



- ① $\left(2, \frac{6}{5}\right)$
 ② $\left(\frac{12}{5}, \frac{8}{5}\right)$
 ③ $\left(\frac{14}{5}, 2\right)$
- ④ $\left(\frac{16}{5}, \frac{12}{5}\right)$
 ⑤ $\left(\frac{18}{5}, \frac{14}{5}\right)$

해설

점 D는 ∠A의 이등분선과 변 BC의 교점이므로 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$ 이다.
 $\overline{AB} = \sqrt{(-3)^2 + (-6)^2} = 3\sqrt{5}$,
 $\overline{AC} = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{5}$ 이므로
 $\overline{BD} : \overline{DC} = 3 : 2$
 따라서 점 D는 선분 BC를 3 : 2로 내분하는 점이므로
 점 D의 좌표는 $\left(\frac{18-2}{3+2}, \frac{12+0}{3+2}\right)$
 $\therefore \left(\frac{16}{5}, \frac{12}{5}\right)$

24. 세 점 $A(-2, 0)$, $B(-1, \sqrt{3})$, $C(1, -4)$ 를 꼭지점으로 하는 삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 의 넓이의 비는?

① 1 : 2 ② 1 : 3 ③ 1 : 4 ④ 2 : 3 ⑤ 2 : 5

해설

점 D 가 $\angle A$ 의 이등분선과 변 BC 의 교점이므로

$$\overline{BD} : \overline{DC} = \overline{AB} : \overline{AC} = \sqrt{1+3} : \sqrt{9+16} = 2 : 5$$

$$\therefore \triangle ABD : \triangle ACD = \overline{BD} : \overline{DC} = 2 : 5$$

