

1. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 가 $A = \{x \mid f(x) = 0\}$, $B = \{x \mid g(x) = 0\}$, $C = \{x \mid h(x) = 0\}$ 일 때, 명제 ' $f(x) \neq 0$ 이고 ($g(x) = 0$ 또는 $h(x) = 0$)' 의 부정의 진리집합을 A, B, C 로 나타내면?

① $A^c \cap (B \cup C)^c$

② $A^c \cap (B \cap C)^c$

③ $A \cap (B \cup C)^c$

④ $A \cup (B \cup C)^c$

⑤ $A \cup (B^c \cup C^c)$

2. 전체집합 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 두 조건 $p : x^2 = 3x$, $q : x \geq 2$ 에 대하여 조건 ‘ p 이고 $\sim q$ ’를 만족하는 집합은?

① $\{0\}$

② $\{1\}$

③ $\{3\}$

④ $\{0, 1\}$

⑤ $\{3, 5\}$

3. 다음 명제의 참, 거짓을 써라. (단, x, y 는 실수)

' $xy \neq 0$ 이면 $x \neq 0$ 또는 $y \neq 0$ 이다.'



답:

4. 전체집합을 U , 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, 두 집합 P, Q 는 $P \cap Q^c = \emptyset, Q^c \subset P$ 를 만족한다. 다음 중에서 참인 명제를 모두 고르면?

㉠ p 이면 $\sim q$ 이다.

㉡ p 이면 q 이다.

㉢ $\sim q$ 이면 p 이다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

5. n 이 100 보다 작은 자연수일 때, 다음 명제가 거짓임을 보여주는 반례는 모두 몇 가지인가?

‘ n^2 이 12의 배수이면 n 은 12의 배수이다.’



답:

_____ 가지

6. 실수 전체의 집합에서의 두 조건 $p : -1 < x < 4$, $q : a-3 < x < a+6$ 일 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이기 위한 실수 a 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 0

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

7. 다음 중 대우가 참인 것을 고르면?

① 평행사변형은 직사각형이다.

② 2의 배수는 4의 배수이다.

③ m, n 이 홀수이면 $m + n$ 은 홀수이다.

④ $x^2 - 9 = 0$ 이면 $x - 3 = 0$ 이다.

⑤ $x \geq 2$ 이면 $x^2 \geq 4$ 이다.

8. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, $p \Rightarrow q$ 로 나타내기로 한다. 명제 p, q, r 에 대하여 다음 추론 중에서 옳은 것은?

① $p \Rightarrow \sim q, r \Rightarrow q$ 이면 $p \Rightarrow r$ 이다.

② $p \Rightarrow q, r \Rightarrow \sim q$ 이면 $\sim p \Rightarrow r$ 이다.

③ $p \Rightarrow \sim q, \sim r \Rightarrow q$ 이면 $\sim p \Rightarrow r$ 이다.

④ $q \Rightarrow p, \sim q \Rightarrow r$ 이면 $p \Rightarrow r$ 이다.

⑤ $q \Rightarrow \sim p, \sim q \Rightarrow r$ 이면 $p \Rightarrow r$ 이다.

9. 우성, 동건, 정재는 전교 3등 안에 드는 학생들이다.

㉠ 우성: 나는 전교 1등이 아니야

㉡ 동건: 나는 2등이 아니야.

㉢ 정재: 나는 2등이야.

위

의 주장 중 하나만 참이라 할 때, 전교1, 2, 3등을 차례대로 적으면?

① 동건, 정재, 우성

② 정재, 동건, 우성

③ 우성, 동건, 정재

④ 정재, 우성, 동건

⑤ 동건, 우성, 정재

10. 「 a, b 가 정수일 때, ab 가 짝수이면 a 또는 b 는 짝수이다.」라는 명제를 다음과 같이 증명하려고 한다.

주어진 명제의 대우를 쓰면「 a, b 가 정수일 때, a, b 가 모두 홀수이면 ab 도 홀수이다.」와 같다. 여기서 a, b 를 $a = 2k + 1$, $b = 2l + 1$ (단, k, l 은 정수)로 놓으면 $ab = (2k + 1)(2l + 1) = 4kl + 2k + 2l + 1 = 2(2kl + k + l) + 1$ k, l 은 정수이므로 $2kl + k + l$ 도 (㉠)이다. 그러므로 ab 는 (㉡)이다.
따라서, 주어진 명제의 대우가 (㉢)이므로 주어진 명제도 (㉣)이다.

이 때, ()안에 알맞은 것을 ㉠, ㉡, ㉢ 순서대로 바르게 나타낸 것은?

① 짝수, 정수, 참

② 홀수, 홀수, 거짓

③ 정수, 홀수, 참

④ 홀수, 짝수, 거짓

⑤ 정수, 짝수, 참

11. 다음 조건 p 는 조건 q 이기 위한 어떤 조건인지 구하여라. (단, a, b 는 실수)

(i) $p : a, b$ 는 유리수, $q : a + b, ab$ 는 유리수

(ii) $p : x$ 는 3의 배수, $q : x$ 는 6의 배수



답:

조건

12. 다음 중에서 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cup B) \cap (A^c \cup B^c) = B \cap A^c$ 가 성립하기 위한 필요충분조건은 ?

① $A = B$

② $B \subset A$

③ $A \subset B$

④ $A \cap B = \emptyset$

⑤ $A \cap B = B$

13. 다음 두 조건 $p : a - 1 < x \leq 10$, $q : -5 < x \leq 2 - a$ 에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 a 의 값으로 알맞지 않은 것은?

① -9

② -8

③ -7

④ -6

⑤ -5

14. 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하고 $\sim p$ 가 $\sim q$ 이기 위한 충분조건이지만 필요조건은 아닐 때, 다음 중 옳은 것은?

① $P - Q = \emptyset$

② $P \cap Q = Q$

③ $P \cap Q = P$

④ $P^c = Q$

⑤ $P = Q$

15. 다음 부등식 중 성립하지 않는 것은? (단, 모든 문자는 실수)

① $|a| + |b| \geq |a + b|$

② $a \geq b > 0$ 일 때 $\frac{b}{2+a} \geq \frac{a}{2+b}$

③ $a^3 + b^3 + c^3 \geq 3abc (a > 0, b > 0, c > 0)$

④ $\sqrt{3} + \sqrt{13} > \sqrt{2} + \sqrt{14}$

⑤ $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$

16. 두 실수 a, b 에 대하여 $0 < a < b$, $a + b = 1$ 일 때, 다음 중 대소를 비교한 것으로 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{b-a}$

② $\sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

③ $\sqrt{a} + \sqrt{b} < 1$

④ $\sqrt{b-a} < 1$

⑤ $\sqrt{b-a} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

17. 부등식 $2^{50} > 5^{10n}$ 을 만족하는 자연수 n 의 갯수를 구하여라.



답:

개

18. 실수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2 \geq -ab$ 임을 증명한 것이다. [가], [나]에 들어갈 알맞은 부등호로 짝지어진 것은?

$$A = a^2 + b^2, B = -ab$$

$$A - B = a^2 + b^2 - (-ab)$$

$$= a^2 + b^2 + ab$$

$$= a^2 + ab + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + b^2$$

$$= \left(a + \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}b^2 \text{ ([가]) } 0$$

따라서 $A - B \geq 0$ 이므로 A ([나]) B 이다. 즉, $a^2 + b^2 \geq -ab$ (단 등호는 $a = b = c$ 일 때 성립)

① $>, \geq$

② $\geq, \geq$

③ $>, >$

④ $<, \geq$

⑤ $\leq, \leq$

19. $(1+a)(1+b)(1+c) = 8$ 인 양수 a, b, c 에 대하여 $abc \leq 1$ 임을 다음과 같이 증명하였다.

증명

$(1+a)(1+b)(1+c) = 8$ 을 전개하면

$$1 + (a+b+c) + (ab+bc+ca) + abc = 8$$

이때, $a > 0, b > 0, c > 0$ 이므로 산술평균, 기하평균의 관계를 이용하면

$$a+b+c \geq 3\sqrt[3]{abc}$$

(단, 등호는 $a=b=c$ 일 때 성립)

$$ab+bc+ca \geq 3([가])$$

(단, 등호는 $a=b=c$ 일 때 성립)

$$\therefore S \geq 1 + 3\sqrt[3]{abc} + 3(\sqrt[3]{abc})^2 + abc$$

$$= (1 + \sqrt[3]{abc})^3$$

$$\text{따라서 } 3\sqrt[3]{abc} + 1 \leq 2, \quad abc \leq 1$$

(단, 등호는 ([나]) 일 때 성립)

위의 증명에서 [가], [나], [다]에 알맞은 것을 순서대로 적으면 ?

① $abc, a=b=c=1$

② $\sqrt[3]{abc}, a=2$ 이고 $b=c$

③ $(\sqrt[3]{abc})^2, a=b=c=1$

④ $abc, a=b$ 이고 $c=2$

⑤ $(\sqrt[3]{abc})^2, a=b=c=2$

20. 양수 x, y 에 대하여 $\left(x + \frac{3}{y}\right) \left(3y + \frac{1}{x}\right)$ 의 최솟값을 구하여라.



답: _____

21. 다음은 $\frac{1}{x} + \frac{4}{y} = 1$ 을 만족하는 두 양수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 최솟값을 구하는 풀이 과정이다. 적절하지 못한 부분은?

$$\frac{1}{x} + \frac{4}{y} \geq 2 \sqrt{\frac{1}{x} \cdot \frac{4}{y}} = \frac{4}{\sqrt{xy}} \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\therefore \sqrt{xy} \geq 4 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\therefore x+y \geq 2\sqrt{xy} \geq 2 \cdot 4 = 8 \cdots \textcircled{㉢}$$

따라서 $x+y$ 의 최솟값은 8이다. $\cdots \textcircled{㉤}$

① ㉠

② ㉡

③ ㉤

④ ㉡, ㉢

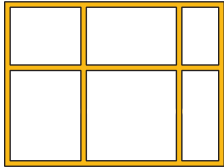
⑤ ㉢, ㉤

22. $a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때, $\frac{2b}{a} + \frac{2c}{b} + \frac{2a}{c}$ 의 최소값을 구하여라.



답: _____

23. 길이가 240 인 끈을 가지고 운동장에 다음 그림과 같은 6 개의 작은 직사각형을 그리려고 한다. 사각형의 전체 넓이의 최대값과 이 때 전체 직사각형의 가로의 길이를 구하면? (최대값, 가로 길이)



① (600, 40)

② (1200, 40)

③ (600, 30)

④ (1200, 30)

⑤ (450, 60)

24. 실수 x, y 에 대하여 $3x + 4y = 5$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 최솟값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 6

⑤ 8

25. 두 실수 x, y 의 제곱의 합이 10일 때, $x + 3y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 한다. 이 때, $M - m$ 의 값을 구하여라.



답:
