

1. 이차방정식 $2x^2 - x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{5}{2}$

해설

$$\alpha + \beta = \frac{1}{2}, \quad \alpha\beta = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = -\frac{5}{2}$$

2. 이차부등식 $x^2 - 2x - 8 < 0$ 의 해가 $a < x < b$ 일 때, $b - a$ 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2x - 8 < 0 \text{ 에서 } (x - 4)(x + 2) < 0 \\ \therefore -2 < x < 4 \\ b - a = 6\end{aligned}$$

3. 두 점 A (-1,1), B (1,5)에서 같은 거리에 있는 y축 위의 점의 좌표는?

① (3,0) ② (5,0) ③ (0,3) ④ (0,5) ⑤ (0,7)

해설

y축 위의 점을 $(0,a)$ 라 하면

$\therefore 1^2 + (a-1)^2 = 1^2 + (a-5)^2$ 정리하면

$a = 3$

4. 두 점 A (-2,2), B (5,5) 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 의 좌표는?

① (1,0)

② $(\frac{3}{2}, 0)$

③ (2,0)

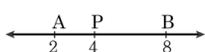
④ (3,0)

⑤ (4,0)

해설

x 축 위의 점을 P (x,0)이라 하면, $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로
 $(x+2)^2 + 2^2 = (x-5)^2 + 5^2 \Rightarrow 14x = 42 \Rightarrow x = 3$
 $\therefore P (3,0)$

5. 다음 수직선 위의 세 점 A, B, P 에 대하여 선분 AP 와 선분 PB 의 길이의 비는?



- ① 1:2 ② 2:3 ③ 1:3 ④ 2:5 ⑤ 1:4

해설

선분 AP의 길이는 $4 - 2 = 2$,
선분 PB의 길이는 $8 - 4 = 4$ 이다.
따라서 선분 AP와 선분 PB의 길이의 비는
 $2 : 4 = 1 : 2$ 이다.

6. 세 점 A(1, 3), B(2, 2), C(3, 1)를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무게 중심이 $G(a, b)$ 이다. $a+b$ 의 값은?

① -4 ② -2 ③ 2 ④ 4 ⑤ 0

해설

세 점의 좌표를 알 때

무게중심을 구하는 공식에서

$$a = (1 + 2 + 3) \div 3 = 2, b = (3 + 2 + 1) \div 3 = 2$$

$$\text{따라서 } a + b = 2 + 2 = 4$$

7. 방정식 $x-3y+6=0$ 이 나타나는 직선의 기울기와 y 절편을 차례대로 구하면?

① $\frac{1}{3}, -2$

② $\frac{1}{3}, 2$

③ $-\frac{1}{3}, 2$

④ $3, -2$

⑤ $-3, 2$

해설

$x-3y+6=0$ 을 y 에 대하여 풀면

$$3y = x + 6, y = \frac{1}{3}x + 2$$

\therefore 기울기 : $\frac{1}{3}$, y 절편 : 2

8. 좌표평면 위의 점(2, 3)을 지나는 직선 l 이 두 점 A(-4, 1), B(2, -2)를 잇는 선분AB를 1 : 2로 내분할 때, 직선 l 의 y 절편은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

해설

선분 \overline{AB} 를 1 : 2로 내분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot (-4)}{1 + 2}, \frac{1 \cdot (-2) + 2 \cdot 1}{1 + 2} \right)$$

$$\therefore (-2, 0)$$

직선 l 은 두 점 (2, 3), (-2, 0)을 지나므로

$$\text{그 방정식은 } y = \frac{3}{4}(x+2)$$

$$\therefore y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$$

따라서 y 절편은 $\frac{3}{2}$ 이다.

9. 점 $(-5, -2)$ 를 지나고, y 축에 평행한 직선을 구하여라

▶ 답:

▷ 정답: $x = -5$

해설

$(-5, -2)$ 를 지나고 y 축에 평행한 직선이므로
 $\therefore x = -5$

10. y 절편이 2 이고 직선 $3x - y + 1 = 0$ 에 수직인 직선의 방정식은?

- ① $y = -\frac{1}{3}x - 1$ ② $y = \frac{1}{3}x - 2$ ③ $y = -3x + 2$
④ $y = 3x + 2$ ⑤ $y = -\frac{1}{3}x + 2$

해설

구하고자 하는 직선의 방정식을
 $y = mx + 2$ 이라 하면,
직선 $3x - y + 1 = 0$ 에 수직이므로,

$$3 \cdot m = -1, \quad \therefore m = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{3}x + 2$$

11. 직선 $(a-2)y = 3(a-1)x - 1$ 이 실수 a 의 값에 관계없이 반드시 지나는 사분면은?

- ① 제 1사분면
- ② 제 1사분면 또는 제 2사분면
- ③ 제 2사분면
- ④ 제 3사분면
- ⑤ 제 4사분면

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면

$$(3x-y)a - 3x + 2y - 1 = 0$$

따라서, $3x - y = 0$, $-3x + 2y - 1 = 0$ 에서

$$x = \frac{1}{3}, y = 1$$

주어진 직선은 항상 제 1 사분면 위의 점 $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$ 을 지난다.

12. 두 원 $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$, $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 4$ 의 중심을 지나는 직선의 방정식은?

- ① $y = 2x + 1$ ② $y = 2x - 1$ ③ $y = -x - 1$
④ $y = -x + 1$ ⑤ $y = x + 1$

해설

두 원의 중심은 $(-2, 1)$, $(2, -3)$

⇒ 두 점을 지나는 직선은

$$y = \frac{-3-1}{2-(-2)}(x-2) - 3$$

→ $y = -x - 1$

13. x 에 대한 다항식 $4x^3 - 3x^2 + ax + b$ 가 $(x+1)(x-3)$ 을 인수로 갖도록 $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -37

해설

$P(x) = 4x^3 - 3x^2 + ax + b$ 라 하고 $P(x)$ 가

$(x+1)(x-3)$ 을 인수로 가지려면

$$P(-1) = P(3) = 0$$

$$P(-1) = -4 - 3 - a + b = 0 \quad \therefore a - b = -7$$

$$P(3) = 108 - 27 + 3a + b = 0 \quad \therefore 3a + b = -81$$

$$\therefore a = -22, b = -15$$

14. $f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ 가 $(x-1)(x+2)$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a+b$ 의 값을 정하십시오.

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ 라 놓으면,

$$f(1) = 1 - a + b - 2 = 0$$

$$\therefore -a + b = 1 \cdots \text{㉠}$$

$$f(-2) = -8 - 4a - 2b - 2 = 0$$

$$\therefore 2a + b = -5 \cdots \text{㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡에서 } a = -2, b = -1$$

15. $x = 1 + \sqrt{2}i$, $y = 1 - \sqrt{2}i$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② 1 ③ -2 ④ 2 ⑤ -3

해설

$$x + y = 2, \quad xy = 3$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 4 - 6 = -2$$

16. $2|x-1|+x-4=0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 2

▷ 정답: -2

해설

i) $x < 1$ 일 때,
 $-2(x-1) + (x-4) = 0$
 $\therefore x = -2$

ii) $x \geq 1$ 일 때,
 $2(x-1) + x-4 = 0$
 $\therefore x = 2$

따라서 구하는 해는 $x = -2$ 또는 $x = 2$ 이다.

17. 이차방정식 $x^2 + 2(k-1)x + 4 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 상수 k 값들의 합은?

- ① 1 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 2

해설

중근을 가지려면 판별식 $D = 0$

$$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - 4 = 0$$

$$k^2 - 2k - 3 = 0, (k-3)(k+1) = 0$$

$$\therefore k = 3, -1$$

18. 이차방정식 $x^2 + 2(k-a)x + k^2 + a^2 + b - 2 = 0$ 이 실수 k 의 값에 관계없이 중근을 가질 때, $a+b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{D}{4} = (k-a)^2 - (k^2 + a^2 + b - 2) = 0$$

$$\therefore -2ka - b + 2 = 0$$

이 식은 k 의 값에 관계없이 항상 성립하므로 k 에 대한 항등식이다.

$$a = 0, b = 2$$

$$\therefore a + b = 2$$

19. 이차함수 $y = ax^2 + bx - 3$ 은 $x = 2$ 일 때 최댓값 5를 가진다. 이때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수)

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$y = ax^2 + bx - 3 = a(x-2)^2 + 5$$

$$= ax^2 - 4ax + 4a + 5 \text{ 이므로}$$

$$b = -4a, \quad -3 = 4a + 5$$

두 식을 연립하여 풀면 $a = -2, b = 8$

$$\therefore a + b = 6$$

20. $-2 \leq x \leq 2$ 에서 함수 $y = -x^2 + 4x + k$ 의 최댓값이 6 일 때, 최솟값은?

- ① -14 ② -12 ③ -10 ④ -8 ⑤ -6

해설

$y = -x^2 + 4x + k = -(x-2)^2 + k + 4$ 이므로

$x = 2$ 일 때 y 의 최댓값은 $k + 4$ 이다.

따라서 $k + 4 = 6$ 에서 $k = 2$

$-2 \leq x \leq 2$ 에서 $y = -(x-2)^2 + 6$ 은 $x = -2$ 일 때 최솟값을 가지며, 최솟값은 -10 이다.

21. 다음 세 개의 3차방정식의 공통근을 구하여라.

$$\begin{aligned}x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0, & \quad x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0, \\x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = 0\end{aligned}$$

▶ 답:

▷ 정답: $x = 1$

해설

$$\text{제 1 식에서 } (x-1)(x+1)(x+3) = 0$$

$$\therefore x = 1, -1, -3$$

$$\text{제 2 식에서 } (x-1)(x+1)(x+2) = 0$$

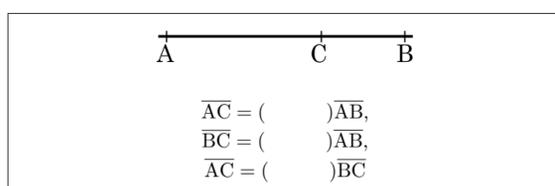
$$\therefore x = 1, -1, -2$$

$$\text{제 3 식에서 } (x-1)^2(x-2) = 0$$

$$\therefore 1, 2$$

$$\therefore \text{공통근: } x = 1$$

22. 다음 그림에서 $\overline{AC} : \overline{CB} = 3 : 2$ 이다. 다음 빈칸에 적합한 수를 채워라.(단, 기약분수 형태로 써라).



▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{3}{5}$

▷ 정답: $\frac{2}{5}$

▷ 정답: $\frac{3}{2}$

해설

$\overline{AC} : \overline{AB} = 3 : 5$ 이므로 $\overline{AC} = \frac{3}{5} \overline{AB}$ 이다.

$\overline{BC} : \overline{AB} = 2 : 5$ 이므로 $\overline{BC} = \frac{2}{5} \overline{AB}$ 이다.

$\overline{AC} : \overline{CB} = 3 : 2$ 이므로 $\overline{AC} = \frac{3}{2} \overline{CB}$ 이다.

23. x 축 위의 점 P로부터 직선 $4x + 3y + 2 = 0$ 까지의 거리가 2인 점은 두 개 있다. 이 때, 이 두 점 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

P의 좌표를 $(\alpha, 0)$ 이라 하면
P에서 직선까지의 거리가 2이므로
$$\frac{|4 \cdot \alpha + 3 \cdot 0 + 2|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 2$$
$$\therefore |4\alpha + 2| = 10$$
$$4\alpha + 2 = \pm 10$$
$$\therefore \alpha = 2, -3$$
$$\therefore \text{거리 } l \text{은 } l = 2 - (-3) = 5$$

24. x 축 위의 점 P로부터 두 직선 $2x - y + 1 = 0$, $x - 2y - 2 = 0$ 까지의 거리가 같다. 점 P의 좌표를 $(a, 0)$, $(b, 0)$ 이라 할 때 $-ab$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

P의 좌표를 $(a, 0)$ 이라 하면
P에서 두 직선까지의 거리가 같으므로

$$\frac{|2a + 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{|a - 2|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}}$$

$$\therefore |2a + 1| = |a - 2|$$

$$\therefore 2a + 1 = \pm(a - 2)$$

$$\therefore a = \frac{1}{3}, -3$$

$$\therefore \left(\frac{1}{3}, 0\right), (-3, 0) \text{ 이므로}$$

$$-ab = -\frac{1}{3} \times -3 = 1$$

25. 직선 $3x + y - 5 = 0$ 을 x 축 방향으로 1만큼, y 축 방향으로 n 만큼 평행이동하면 직선 $3x + y - 1 = 0$ 이 된다. 이 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -7

해설

x 축 방향으로 1, y 축 방향으로 n 만큼 평행이동하므로
직선 $3x + y - 5 = 0$ 에 x 대신 $x - 1$, y 대신 $y - n$ 을 대입하면
 $3(x - 1) + (y - n) - 5 = 0$
 $3x + y - n - 8 = 0 \dots\dots \textcircled{1}$
 $\textcircled{1}$ 이 $3x + y - 1 = 0$ 과 일치하므로 $-n - 8 = -1 \therefore n = -7$

26. 점 P(2, 1) 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 Q, 원점에 대하여 대칭이동한 점을 R 라 할 때, 세 점 P, Q, R 를 세 꼭짓점으로 하는 $\triangle PQR$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

점 P(2, 1) 을 x 축에 대하여 대칭이동한

점 Q 는 Q(2, -1)

또, 점 P(2, 1) 을 원점에 대하여

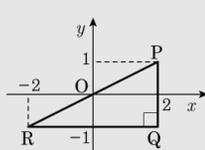
대칭이동한 점 R 는 R(-2, -1)

따라서, 다음 그림에서 세 점

P(2, 1), Q(2, -1), R(-2, -1) 을

꼭짓점으로 하는 $\triangle PQR$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$



27. 다음 ㉠~㉤중 인수분해를 한 결과가 틀린 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $x^2(a-b) - y^2(b-a) = (a-b)(x+y)(x-y)$

㉡ $9x^2 + 3xy - 2y^2 = (3x-2y)(3x+y)$

㉢ $x^3 - 125 = (x-5)(x^2 - 5x + 25)$

㉣ $2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2 = (2x-y+2)(x-y+1)$

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

㉠ $x^2(a-b) - y^2(b-a) = x^2(a-b) + y^2(a-b) = (a-b)(x^2+y^2)$

㉡ $9x^2 + 3xy - 2y^2 = (3x+2y)(3x-y)$

㉢ $x^3 - 125 = (x-5)(x^2 + 5x + 25)$

㉣ $2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2$

$= 2x^2 - (4+y)x - (y^2 - y - 2)$

$= 2x^2 - (4+y)x - (y-2)(y+1)$

$= \{2x + (y-2)\} \{x - (y+1)\}$

$= (2x+y-2)(x-y-1)$

28. $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{203} + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{158}$ 의 값을 구하면?

① $-1-i$

② $1+i$

③ $-1+i$

④ $1-i$

⑤ 0

해설

$$\frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = -\frac{2i}{2} = -i$$

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{2i}{2} = i$$

$$\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{203} + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{158}$$

$$= (-i)^{203} + i^{158}$$

$$= i + (-1) = -1 + i$$

29. 모든 실수 x 에 대하여 다항식 $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 3$ 의 값이 항상 2보다 크도록 하는 상수 m 의 범위가 $a < m < b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$\begin{aligned}(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 3 &> 2 \\(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 1 &> 0 \text{ 이므로} \\m \neq -1, m > -1 \text{ 이고, } D < 0 \text{ 이다.} \\ \frac{D}{4} = m^2 - 3m < 0 &\quad \therefore 0 < m < 3 \\ \therefore a = 0, b = 3 \\ \therefore a + b = 3\end{aligned}$$

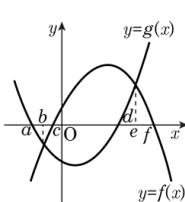
30. 이차부등식 $x^2 + ax + b < 0$ 의 해가 $-2 < x < 3$ 일 때, 두 상수 a, b 의 곱은?

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

해설

해가 $-2 < x < 3$ 이고,
이차항의 계수가 1인 이차부등식은
 $(x+2)(x-3) < 0$
 $x^2 - x - 6 < 0$
 $\therefore a = -1, b = -6$
 $ab = 6$

31. 이차함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 부등식 $f(x)g(x) > 0$ 의 해는?



- ① $a < x < c, d < x < f$
 ② $a < x < b, e < x < f$
 ③ $b < x < c, d < x < e$
 ④ $a < x < c, e < x < f$
 ⑤ $x < a, c < x < d, x > f$

해설

$f(x)g(x) > 0$ 이면

$$\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) < 0 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} f(x) < 0 \\ g(x) < 0 \end{cases}$$

따라서 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 모두 x 축보다 위쪽에 있거나 또는 모두 x 축보다 아래쪽에 있어야 한다.

$\therefore a < x < c, d < x < f$

32. 이차함수 $y = x^2 - 2x$ 의 그래프가 직선 $y = a$ 보다 아래쪽에 있는 x 의 값의 범위가 $-1 < x < b$ 일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$x^2 - 2x < a \text{ 에서 } x^2 - 2x - a < 0 \cdots \textcircled{1}$$

한편, 해가 $-1 < x < b$ 이고

이차항의 계수가 1인 이차부등식은

$$(x+1)(x-b) < 0$$

$$\therefore x^2 + (1-b)x - b < 0 \text{ 이}$$

부등식 $\textcircled{1}$ 과 일치해야 하므로

$$1-b = -2, a = b$$

따라서 $a = 3, b = 3$ 이므로 $ab = 9$

33. 점 A(8, 0)과 원 $x^2 + y^2 = 16$ 위의 점을 이은 선분의 중점의 자취의 방정식은?

① $x^2 + y^2 = 4$

② $x^2 + (y - 4)^2 = 4$

③ $x^2 + (y + 4)^2 = 4$

④ $(x - 4)^2 + y^2 = 4$

⑤ $(x + 4)^2 + y^2 = 4$

해설

$x^2 + y^2 = 16$ 위의 점을 $P(a, b)$ 라 하면
A(8, 0), P(a, b)의 중점의 좌표 M(x, y)는

$M\left(\frac{a+8}{2}, \frac{b}{2}\right)$ 이다.

$$\therefore x = \frac{a+8}{2}, y = \frac{b}{2}$$

$$\therefore a = 2x - 8, b = 2y$$

이 때, 점 P는 원 $x^2 + y^2 = 16$ 위의 점이므로

$$a^2 + b^2 = 16 \text{ 이 성립한다.}$$

$$(2x - 8)^2 + (2y)^2 = 16$$

$$\therefore (x - 4)^2 + y^2 = 4$$

34. 원 $x^2 + (y-5)^2 = 4$ 가 원 $(x-5)^2 + y^2 = 9$ 의 외부에 있을 때, 두 원 사이의 최단거리는?

① 2

② 3

③ 5

④ $5\sqrt{2} - 5$

⑤ $5\sqrt{2} - 13$

해설

두 원의 중심의 좌표가 각각 $(0, 5)$, $(5, 0)$ 이므로 중심거리는 $\sqrt{5^2 + (-5)^2} = 5\sqrt{2}$
두 원의 반지름은 각각 2, 3이므로 두 원의 최단거리는 $5\sqrt{2} - 2 - 3 = 5\sqrt{2} - 5$

35. $x^3 - x^2 + 2 = a(x-p)^3 + b(x-p)^2 + c(x-p)$ 가 x 에 대한항등식이 되도록 실수 $a+b+c+p$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② 1 ③ -2 ④ 2 ⑤ 0

해설

양변에 $x = p$ 를 대입하면
 $p^3 - p^2 + 2 = 0$
 $(p+1)(p^2 - 2p + 2) = 0 \therefore p = -1$
 따라서 주어진 식은
 $x^3 - x^2 + 2 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1)$
 양변에 $x = 0$ 을 대입하면 $2 = a + b + c$
 $\therefore a + b + c + p = 1$

해설

$a(x-p)^3 + b(x-p)^2 + c(x-p)$
 $= (x-p) \{a(x-p)^2 + b(x-p) + c\}$
 $\therefore (x+1)(x^2 - 2x + 2)$
 $= (x-p) \{a(x-p)^2 + b(x-p) + c\}$
 양변을 비교하면, $x+1 = x-p$,
 $x^2 - 2x + 2 = a(x-p)^2 + b(x-p) + c$
 $\therefore p = -1$
 또 $x^2 - 2x + 2 = a(x+1)^2 + b(x+1) + c$
 $\qquad\qquad\qquad = ax^2 + (2a+b)x + a+b+c$
 $\therefore a = 1, 2a+b = -2, a+b+c = 2$
 $\therefore b = -4, c = 5$
 따라서 $a = 1, b = -4, c = 5, p = -1$
 $\therefore a + b + c + p = 1$

36. 등식 $3x^2 + 5x = a(x-1)^2 + b(x+1) + c$ 가 x 에 관한 항등식이 되도록 하는 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b-c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

우변을 전개하여 계수비교법으로 미정계수를 구한다.

$$\begin{aligned} 3x^2 + 5x &= a(x-1)^2 + b(x+1) + c \\ &= ax^2 + (-2a+b)x + a+b+c \end{aligned}$$

$$a = 3, -2a + b = 5, a + b + c = 0$$

$$\therefore a = 3, b = 11, c = -14$$

$$\therefore a + b - c = 28$$

해설

수치대입법으로 미정계수를 구해도 된다.

양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$0 = a + b + c \cdots \textcircled{1}$$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$8 = 2b + c \cdots \textcircled{2}$$

양변에 $x = -1$ 을 대입하면

$$-2 = 4a + c \cdots \textcircled{3}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}$ 을 연립하면

$$a = 3, b = 11, c = -14$$

$$\therefore a + b - c = 28$$

37. 다항식 $f(x) = a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ 가 $x - \alpha$ 로 나누어떨어질 때,

$f(f(x))$ 를 $x - \alpha$ 로 나눈 나머지는?

- ① 0
- ② a_0
- ③ a_1
- ④ a_5
- ⑤ $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$

해설

나머지 정리에 의해 $f(\alpha) = 0$
 $\therefore f(f(x))$ 를 $x - \alpha$ 로 나눈 나머지는 $f(f(\alpha))$
 $f(f(\alpha)) = f(0) = a_0$

38. x 에 관한 이차방정식 $a(1-i)x^2 + (3+2ai)x + (2a+3i) = 0$ 이 실근을 갖기 위한 실수 a 의 값을 구하면?

- ① 1 ② -1 ③ 2 ④ -2 ⑤ 3

해설

$a(1-i)x^2 + (3+2ai)x + (2a+3i) = 0$ 의 실근 조건은 복소수 계수 이차방정식이므로 판별식을 쓸 수 없다. 근이 실수라는 것은 x 가 실수임을 뜻하므로 복소수의 상등정리에서

$$(ax^2 + 3x + 2a) + (-ax^2 + 2ax + 3)i = 0 \text{ 이어야 하므로}$$

$$ax^2 + 3x + 2a = 0 \dots\dots \textcircled{\ominus}$$

$$-ax^2 + 2ax + 3 = 0 \dots\dots \textcircled{\omin�}$$

$\textcircled{\ominus} + \textcircled{\omin�}$ 하면

$$(2a+3)x + (2a+3) = 0, (2a+3)(x+1) = 0$$

$$2a+3 = 0 \text{ 또는 } x+1 = 0$$

$$\therefore a = -\frac{3}{2} \text{ 또는 } x = -1$$

i) $a = -\frac{3}{2}$ 일 때

$$\textcircled{\ominus}\text{식에서 } -\frac{3}{2}x^2 + 3x - 3 = 0, x^2 - 2x + 2 = 0$$

이므로 허근을 가진다. $\therefore a \neq -\frac{3}{2}$

ii) $x = -1$ 일 때 $\textcircled{\omin�}$ 에 대입하면,

$$a - 3 + 2a = 0, 3a = 3 \quad \therefore a = 1$$

39. $\alpha = 1 + i$, $\beta = 2 - i$ 의 켈레복소수를 각각 $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$ 라 할 때, $\alpha\bar{\alpha} + \alpha\bar{\beta} + \bar{\alpha}\beta + \bar{\alpha}\bar{\beta}$ 의 값은?

- ① 0 ② 3 ③ $7 - 2i$ ④ $7 - i$ ⑤ $7 + i$

해설

$$\begin{aligned} & \alpha = 1 + i, \beta = 2 - i \text{ 에서 } \bar{\alpha} = 1 - i, \bar{\beta} = 2 + i \text{ 이므로} \\ & \alpha\bar{\alpha} + \alpha\bar{\beta} + \bar{\alpha}\beta + \bar{\alpha}\bar{\beta} \\ & = (1 + i)(1 - i) + (1 + i)(2 + i) + (1 - i)(2 - i) + (1 - i)(2 + i) \\ & = (1 + 1) + (2 - 1 + 3i) + (2 - 1 - 3i) + (2 + 1 - i) \\ & = 7 - i \end{aligned}$$

40. 포물선 $y = -x^2 + kx$ 와 직선 $y = x + 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 k 의 범위는?

- ① $k > 2, k < -1$ ② $k > 3, k < -1$ ③ $k > 1, k < -1$
④ $k > 3, k < -2$ ⑤ $k > 3, k < -3$

해설

포물선과 직선이 다른 두 점에서 만나므로
 $-x^2 + kx = x + 1, x^2 + (1 - k)x + 1 = 0$ 에서
 $D = (1 - k)^2 - 4 > 0$
 $k^2 - 2k - 3 = (k - 3)(k + 1) > 0$
 $\therefore k > 3$ 또는 $k < -1$