1. $a < b$일 때, □안의 등호가 알맞은 것을 모두 고르면?

㉠ $a+2 \boxed{<} b+2$	㉡ $-a-4 \boxed{>} -b-4$
㉢ $\frac{1}{2}a+3 \boxed{>} \frac{1}{2}b+3$	㉣ $-\frac{a}{3} \boxed{<} -\frac{b}{3}$

① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉡, ㉣
④ ㉠, ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

㉢ 부등식의 양변에 양수를 곱하거나 같은 수를 더하더라도 부등호의 방향이 바뀌지 않으므로 $\frac{1}{2}a+3 < \frac{1}{2}b+3$

㉣ 부등식의 양변을 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀌므로 $-\frac{a}{3} > -\frac{b}{3}$

2. 실수 a, b에 대하여 $a > b$일 때, 다음 <보기> 중 항상 성립하는 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $|a| > |b|$　　㉡ $a^3 > b^3$

㉢ $a^2 > b^2$　　㉣ $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

① ㉠　② ㉡　③ ㉠, ㉢

④ ㉠, ㉡ , ㉢　⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $a > 0 > b$인 경우에서는 b의 절댓값이 더 클 수도 있다.
㉢ ㉠과 같은 맥락에서 생각해 볼 수 있다.
㉣ 역시 $a > 0 > b$인 경우 역수를 취하여도 부등호 방향은 변하지 않는다.

3. $2 \le x \le 3$ 일 때, $\dfrac{2x}{1-x}$ 의 범위는?

① $-4 \le \dfrac{2x}{1-x} \le -3$ ② $-4 \le \dfrac{2x}{1-x} \le -2$

③ $-4 \le \dfrac{2x}{1-x} \le -1$ ④ $1 \le \dfrac{2x}{1-x} \le 2$

⑤ $1 \le \dfrac{2x}{1-x} \le 3$

해설

$\dfrac{2x}{1-x} = \dfrac{-2(-x+1)+2}{-x+1} = -2 + \dfrac{2}{-x+1}$

$2 \le x \le 3$ 에서 -1 을 곱하면 $-2 \ge -x \ge -3$

1을 더하면 $-1 \ge -x+1 \ge -2$

역수를 취하면 $\dfrac{1}{-1} \le \dfrac{1}{-x+1} \le \dfrac{1}{-2}$

2를 곱하면 $-2 \le \dfrac{2}{-x+1} \le -1$

-2를 더하면 $-4 \le -2 + \dfrac{2}{-x+1} \le -3$ 에서 $-4 \le \dfrac{2x}{1-x} \le -3$

4. $1 \le x \le 8,\ 2 \le y \le 5$ 일 때, $x - y$의 값의 범위는?

① $-9 \le x - y \le 10$
② $-4 \le x - y \le 6$
③ $-3 \le x - y \le 4$
④ $2 \le x - y \le 40$
⑤ $3 \le x - y \le 13$

해설

$1 - 5 \le x - y \le 8 - 2$

5. 부등식 $3x+2 \geq 8$을 풀면?

① $x \geq -2$　② $x \geq -1$　③ $x \geq -\frac{1}{2}$

④ $x \geq \frac{3}{2}$　⑤ $x \geq 2$

해설

$3x+2 \geq 8,\ 3x \geq 6 \ \therefore x \geq 2$

6. 두 실수 a, b에 대하여 부등식 $ax > b$의 해가 $x < -2$ 일 때, 부등식 $bx > 2a + 4b$의 해는?

① $x > 0$ ② $x > 1$ ③ $x > 2$ ④ $x > 3$ ⑤ $x > 4$

해설

부등식 $ax > b$의 해가 $x < -2$로 부등호의 방향이 바뀌었으므로 $a < 0$

이때, $x < \frac{b}{a}$에서 $\frac{b}{a} = -2 \therefore b = -2a$

따라서 $bx > 2a + 4b$ 에서 $b = -2a$ 를 대입하면

$-2ax > 2a + 4 \cdot (-2a)$

$-2ax > -6a$

$a < 0$에서 $-2a > 0$이므로

$x > \frac{-6a}{-2a} \therefore x > 3$

7. 부등식 $ax+1 \geq 2x+5$의 해가 $x \geq 2$일 때, 상수 a의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 4 ⑤ 7

해설

$ax+1 \geq 2x+5$에서 $(a-2)x \geq 4$ 의 부등식의 해가 $x \geq 2$이므로
$a-2>0$
$x \geq \frac{4}{a-2}$ 이므로 $\frac{4}{a-2}=2,\ a-2=2$
$\therefore a=4$

8. 부등식 $|x-2| \le 2x-1$을 풀면?

① $x \ge 2$ ② $x \ge -1$ ③ $1 \le x < 2$

④ $x \ge 1$ ⑤ $x < 2$

해설

(i) $x < 2$인 경우

$-x+2 \le 2x-1$

$3 \le 3x$, $1 \le x$

이 범위에서의 해는 $1 \le x < 2$이다.

(ii) $x \ge 2$인 경우

$x-2 \le 2x-1$

$-1 \le x$

이 범위에서 해는 $x \ge 2$이다.

따라서 x의 범위는 $x \ge 1$이다.

9. x가 정수일 때, $|x-2| \le 5, x < 3$ 를 동시에 만족하는 x의 값을 모두 더하면?

① -7　② -5　③ -3　④ -1　⑤ 0

해설

$|x-2| \le 5 \leftrightarrow -3 \le x \le 7$

x는 $-3 \le x < 3$인 정수

$-3, -2, -1, 0, 1, 2$

10. 부등식 $|7-3x|>2$를 풀면?

① $x<\frac{5}{3}$ 또는 $x>3$　② $x<\frac{5}{2}$ 또는 $x>2$

③ $x<\frac{5}{4}$ 또는 $x>4$　④ $x<1$ 또는 $x>3$

⑤ $x<\frac{5}{6}$ 또는 $x>6$

해설

$|7-x|>2$ 에서

$7-3x>2$ 또는 $7-3x<-2$

$-3x>-5$ 또는 $-3x<-9$

$\therefore x<\frac{5}{3}$ 또는 $x>3$

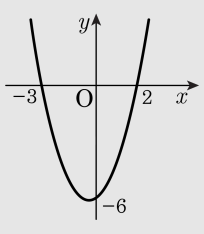
11. 이차함수의 그래프를 이용하여 이차부등식 $x^2 + x - 6 > 0$을 풀면?

① $x < -3$ 또는 $x > 2$　　② $x < -2$ 또는 $x > 3$

③ $x < -1$ 또는 $x > 4$　　④ $x < 0$ 또는 $x > 5$

⑤ $x < 1$ 또는 $x > 6$

해설



이차방정식 $x^2 + x - 6 = 0$ 에서 $(x+3)(x-2) = 0$

$\therefore x = -3$ 또는 $x = 2$

$f(x) = x^2 + x - 6$ 으로 놓으면 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고

이차부등식 $f(x) > 0$의 해는 $x < -3$ 또는 $x > 2$

12. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} 2x-4>0 \\ 2x^2-3x+1>0 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x>2$

해설

부등식 $2x-4>0$ 에서

$x>2 \cdots\cdots$ ①

부등식 $2x^2-3x+1>0$ 에서

$(2x-1)(x-1)>0$

$\therefore x>1$ 또는 $x<\frac{1}{2} \cdots\cdots$ ②

따라서, 구하는 해는 ①과 ②를

동시에 만족하는 x의 값이므로

$\therefore\ x>2$

13. 다음 이차연립부등식을 만족하는 실수 x의 값의 범위는?

$$\begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ x^2 - 5x + 4 \geq 0 \end{cases}$$

① $x \leq -3$ ② $-2 < x \leq 1$ ③ $-1 \leq x < 2$

④ $0 < x \leq 2$ ⑤ $x > 3$

해설

$$\begin{cases} x^2 - 4 < 0, (x+2)(x-2) < 0 \\ \therefore -2 < x < 2 \cdots (가) \\ x^2 - 5x + 4 \geq 0, \\ x \leq 1 \text{ 또는 } x \geq \cdots (나) \end{cases}$$

따라서 (가), (나)의 공통 범위를 구하면
$-2 < x \leq 1$이다.

14. 연립부등식 $\begin{cases} 3x^2+4x-4\geq 0 \\ (x+1)^2<4 \end{cases}$ 을 풀면?

① $-2<x\leq -1,\ \dfrac{2}{3}<x<1$　② $-1<x\leq -3,\ \dfrac{2}{3}\leq x<2$

③ $-2<x\leq 0,\ \dfrac{1}{3}<x<1$　④ $-3<x\leq -2,\ \dfrac{2}{3}\leq x<1$

⑤ $-4<x\leq -2,\ \dfrac{1}{3}<x<1$

해설

$\begin{cases} 3x^2+4x-4\geq 0 \cdots (가) \\ (x+1)^2<4 \cdots (나) \end{cases}$

(가)에서 $(x+2)(3x-2)\geq 0$이므로

$x\leq -2$ 또는 $x\geq \dfrac{2}{3}$

(나)에서 $-2<x+1<2$,

$-3<x<1$이므로

$-3<x\leq -2,\ \dfrac{2}{3}\leq x<1$

15. 연립부등식 $\begin{cases} x^2-2x+1>0 \\ 2x^2-9x-18\le 0 \end{cases}$ 을 만족하는 정수해의 개수는?

① 7 개 ② 8 개 ③ 9 개 ④ 10 개 ⑤ 11 개

해설

$\begin{cases} x^2-2x+1>0 & \cdots (가) \\ 2x^2-9x-18\le 0 & \cdots (나) \end{cases}$

(가)에서 $(x-1)^2>0$

$\therefore x\neq 1$ 인 모든 실수

(나)에서 $(2x+3)(x-6)\le 0$

$\therefore -\frac{3}{2}\le x\le 6$

따라서 공통 범위를 구하면

$-\frac{3}{2}\le x\le 6, x\neq 1$

이 범위를 만족하는 정수는

$-1,\ 0,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$ 이다.

16. 부등식 $|x-1|+|x-3|<6$의 해와 같은 해를 갖는 이차부등식으로 옳은 것은?

① $x^2-4x-5<0$　② $x^2-4x+3<0$

③ $x^2-6x+5<0$　④ $x^2-4x+3\leq 0$

⑤ $x^2-8x+15\leq 0$

해설

(ⅰ) $x<1$일 때, $-x+1-x+3<6$

$x>-1$ ∴ $-1<x<1$

(ⅱ) $1\leq x<3$일 때, $x-1-x+3<6$

$2<6$ ∴ $1\leq x<3$

(ⅲ) $x\geq 3$일 때, $x-1+x-3<6$

$x<5$ ∴ $3\leq x<5$

∴ $-1<x<5$

$\Leftrightarrow (x+1)(x-5)<0,\ x^2-4x-5<0$

17. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \geq 0$의 해를 구하면?

① 해가 없다　　② $x = 3$

③ $x \neq 3$인 모든실수　　④ $-3 < x < 3$

⑤ 모든 실수

해설

$(x-3)^2 \geq 0$, $(\text{실수})^2 \geq 0$이므로

$\therefore$ ⑤ 모든실수

18. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \le 0$의 해를 구하면?

① $x \ge 3$ 또는 $x \le -3$
② x는 모든 실수
③ $x \ne 3$인 모든 실수
④ $x = 3$
⑤ 해가 없다

해설

$x^2 - 6x + 9 \le 0$
$(x-3)^2 \le 0$
$\Rightarrow x = 3$

19. 부등식 $-x^2 - kx + k < 0$이 모든 실수 x에 대하여 성립하도록 k의 범위를 정하면 $a < k < \beta$이다. 이 때, $\alpha + \beta$의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$x^2 + kx - k > 0$이 모든 x에 대해서 성립하려면,
판별식이 0보다 작아야 한다
$D = k^2 + 4k < 0$에서
$k(k+4) < 0$, $-4 < k < 0$,
$\alpha = -4$, $\beta = 0$
$\therefore \quad \alpha + \beta = -4$

20. 모든 실수 x에 대하여 $a(x^2+2x+2) \geq 2x^2+4x+5$가 성립할 때 a의 최솟값을 구하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$a(x^2+2x+2) \geq 2x^2+4x+5$에서
$(a-2)x^2+2(a-2)x+(2a-5) \geq 0$
이 모든 실수 x에 대하여 성립해야 하므로
$a-2>0 \cdots$ ㉠
판별식 $\frac{D}{4}=(a-2)^2-(a-2)(2a-5) \leq 0$이므로
$a^2-4a+4-(2a^2-9a+10)$
$=a^2-4a+4-2a^2+9a-10$
$=-a^2+5a-6$
$=-(a^2-5a+6)$
$=-(a-2)(a-3) \leq 0$
따라서 $(a-2)(a-3) \geq 0$이므로
$a \leq 2$ 또는 $a \geq 3 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $a \geq 3$
따라서 a의 최솟값은 3

21. 이차부등식 $ax^2 + 4x + a < 0$이 임의의 실수 x에 대하여 성립할 때, 상수 a의 값의 범위는?

① $a < -2$　② $a < 0$　③ $a < 2$
④ $a < 4$　⑤ $a < 8$

해설

$ax^2 + 4x + a < 0$이 임의의 실수 x에 대하여 성립하려면
ⅰ) $a < 0$
ⅱ) $ax^2 + 4x + a = 0$의 판별식을 D라 할 때,
$\frac{D}{4} = 2^2 - a^2 < 0$
$a^2 - 4 > 0, (a+2)(a-2) > 0$
$\therefore a < -2$ 또는 $a > 2$
ⅰ), ⅱ)의 공통 범위를 구하면 $a < -2$

22. 부등식 $ax^2+(a+1)x+a \geq 0$을 만족하는 실수 x가 존재하기 위한 상수 a의 값의 범위는?

① $a>1$ ② $a<-\frac{1}{3}$ ③ $a \geq -\frac{1}{3}$
④ $a \leq -\frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{3}<a<1$

해설

$ax^2+(a+1)x+a \geq 0$을 만족하는 실수가 존재하는 경우는
전체에서 모든 실수 x에 대하여
$ax^2+(a+1)x+a<0$인 경우를 제외하면 된다.
$ax^2+(a+1)x+a<0$이 모든 실수 x에 대하여 성립하려면
$a<0 \cdots$ ㉠
또, 이차방정식 $ax^2+(a+1)x+a=0$의 판별식을 D라 할 때,
$D=(a+10)^2-4a^2<0,\ -3a^2+2a+1<0$
$3a^2-2a-1>0,\ (3a+1)(a-1)>0$
$\therefore a<-\frac{1}{3}$ 또는 $a>1 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $a<-\frac{1}{3}$
따라서 $ax^2+(a+1)x+a \geq 0$을 만족하는 실수가 존재하려면
$a \geq -\frac{1}{3}$이면 된다.

23. 모든 실수 x 에 대하여 $x^2+2(a-5)x+2(3a-19)$ 가 양이 되기 위한 a 값의 범위는?

① $a<7$　② $a>9$　③ $6<a\le 9$

④ $6\le a<9$　⑤ $7<a<9$

해설

$x^2+2(a-5)x+2(3a-19)>0$ 이므로
이 부등식의 $D<0$ 이다.
$D=(a-5)^2-2(3a-19)=a^2-16a+63<0$
$\therefore 7<a<9$

24. $x^2-2ax+2a+3<3$을 만족하는 x가 없도록 하는 정수 a의 개수는?

① 1개 ② 3개 ③ 5개 ④ 7개 ⑤ 9개

해설

$x^2-2ax+2a+3<0$의 해가 존재하지 않으려면
모든 실수 x에 대하여
$x^2-2ax+2a+3\geq 0$이어야 한다.
$\frac{D}{4}=a^2-(2a+3)\leq 0,\ (a-3)(a+1)\leq 0$
$\therefore -1\leq a\leq 3$
따라서, 구하는 정수 a의 개수는
$-1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$의 5개이다.

25. 이차부등식 $x^2+ax+b<0$의 해가 $2<x<3$일 때, $a+b$의 값은?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$2<x<3$ 가 해이므로

$(x-2)(x-3)<0$

$x^2-5x+6<0,\ a=-5, b=6$

$\therefore\ a+b=1$

26. 이차부등식 $x^2 + 2x + a < 0$의 해가 $-4 < x < 2$일 때, a의 값을 구하여라.(단, a 는 상수)

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

해가 $-4 < x < 2$ 이므로
$(x+4)(x-2) < 0$
$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$
$\therefore a = -8$

27. 이차부등식 $ax^2+bx+c>0$ 의 해가 $\frac{1}{14}<x<\frac{1}{10}$ 일 때, 이차부등식 $4cx^2-2bx+a<0$ 의 해는?

① $x<-7$ 또는 $x>-5$ ② $-7<x<-5$

③ $-7<x<5$ ④ $5<x<7$

⑤ $x<5$ 또는 $x>7$

해설

$ax^2+bx+c>0$ 의 해가 $\frac{1}{14}<x<\frac{1}{10}$ 이므로

$(14x-1)(10x-1)<0,\ 140x^2-24x+1<0$

$-140x^2+24x-1>0 \Leftrightarrow ax^2+bx+c>0$

$\therefore a=-140, b=24, c=-1 \cdots$(가)

(가)를 $4cx^2-2bx+a<0$ 에 대입하면

$-4x^2-48x-140<0$

$x^2+12x+35>0,\ (x+7)(x+5)>0$

$\therefore x<-7$ 또는 $x>-5$

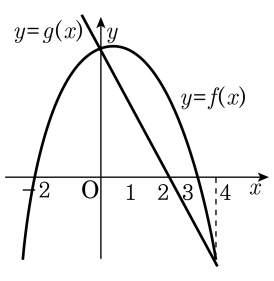
28. 부등식 $|x-2| < k$를 만족하는 모든 x의 값이 부등식 $|x^2-8| \le 8$을 만족할 때, 실수 k의 최댓값은? (단, $k > 0$)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

부등식 $|x^2-8| \le 8$을 풀면
$-8 \le x^2 - 8 \le 8$
$0 \le x^2 \le 16$
$\therefore -4 \le x \le 4$
$k > 0$이므로 부등식 $|x-2| < k$ 을 풀면
$-k < x - 2 < k$
$-k + 2 < x < k + 2$
이때, 이 부등식의 모든 해가 $|x^2-8| \le 8$을 만족하려면
$-k + 2 \ge -4,\ k + 2 \le 4$이어야 하므로
$k \le 6,\ k \le 2$
$\therefore 0 < k \le 2$
따라서 실수 k의 최댓값은 2이다.

29. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = g(x)$ 가 다음 그림과 같을 때, 부등식 $f(x) > g(x)$ 의 해를 구하면?



① $-2 < x < 4$ ② $-2 < x < 3$

③ $0 < x < 4$ ④ $2 < x < 3$

⑤ $3 < x < 4$

해설

부등식 $f(x) > g(x)$ 의 해는
함수 $f(x)$ 의 그래프가 직선 $y = g(x)$ 보다
위쪽에 있는 x 의 구간을 의미하므로
구하는 해는 $0 < x < 4$

30. $ax^2 - 2ax + 3 < 0$를 만족하는 x가 없도록 하는 실수 a의 값의 범위는?

① $a > 0$　② $-1 < a < 3$　③ $0 \le a \le 3$
④ $-1 < a < 4$　⑤ $-1 \le a \le 4$

해설

(i) $a = 0$일 때, 성립한다.
(ii) $a \neq 0$일 때, 함수 $y = ax^2 - 2ax + 3$에서 $D \le 0$이므로
$a^2 - 3a \le 0$
$\therefore 0 < a \le 3 (\because a \neq 0)$

31. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ x^2 - 4x < 5 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-1 < x < 2$

해설

부등식 $x^2 - 4 < 0$에서 $(x+2)(x-2) < 0$
$\therefore -2 < x < 2 \cdots\cdots$ ㉠
$x^2 - 4x < 5$에서 $x^2 - 4x - 5 < 0$
$(x+1)(x-5) < 0$
$\therefore -1 < x < 5 \cdots\cdots$ ㉡
따라서 구하는 해는 ㉠과 ㉡를
동시에 만족하는 x의 값이므로
$\therefore -1 < x < 2$

32. 실수 x에 대하여 $[x]$는 x를 넘지않는 최대 정수를 나타낸다고 한다. 부등식 $2[x]^2-[x]-6<0$를 만족하는 x의 범위를 바르게 구한 것은?

① $-1 \le x < 2$　② $x \le -1$　③ $x \ge 1$

④ $x \le 1$　⑤ $x \le -1,\ x \ge 2$

해설

$2[x]^2-[x]-6<0$에서 좌변을 인수분해하면

$(2[x]+3)([x]-2)<0,\ -\frac{3}{2}<[x]<2$

이 때 $[x]$는 정수이므로 $[x]=-1,\ 0,\ 1$

$[x]=-1,\ 0,\ 1$이면 $-1 \le x < 2$

$\therefore\ -1 \le x < 2$

33. 모든 실수 x에 대하여 x^2+px+p가 -3보다 항상 크기 위한 정수 p의 최댓값을 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$x^2+px+p>-3$

$x^2+px+(p+3)>0$

$D=p^2-4(p+3)=p^2-4p-12<0$

$(p-6)(p+2)<0$

$-2<p<6$

$\therefore$ 최대정수 : 5

34. 모든 실수 x에 대해 이차부등식 $x^2 - x(kx-3) + 3 > 0$이 항상 성립하기 위한 정수 k의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

주어진 부등식을 정리하면

$(1-k)x^2 + 3x + 3 > 0$

$D = 3^2 - 4 \times (1-k) \times 3 < 0$

$\therefore k < \dfrac{3}{12} = 0.25$

최대 정수 $k = 0$

35. 이차부등식 $(k-1)x^2-2x+k+1<0$이 모든 실수 x에 대해서 성립할 실수 k의 값의 범위를 구하면?

① $-\sqrt{2}<k<\sqrt{2}$ ② $k>\sqrt{2}$ ③ $k<-\sqrt{2}$

④ $-\sqrt{2}<k<1$ ⑤ $1<k<\sqrt{2}$

해설

$(k-1)x^2-2x+(k+1)<0$

i) 위로 볼록이어야 하므로 $k<1$

ii) x축과 만나지 않아야 하므로 $\frac{D}{4}<0$

$\frac{D}{4}=(-1)^2-(k-1)(k+1)<0$

$2-k^2<0,\ k^2>2$

$\therefore\ k<-\sqrt{2},\ k>\sqrt{2}$

i), ii) 모두 만족하는 범위는 $k<-\sqrt{2}$

36. 이차부등식 $x^2-2(k+2)x+16>0$이 모든 실수 x에 대하여 성립하도록 실수 k의 값을 정하면?

① $-4<k<2$　② $-6\le k\le 2$　③ $-8<k<4$

④ $-6<k<2$　⑤ $-4\le k\le 2$

해설

항상 0보다 크려면 판별식이 0보다 작아야 한다

$D'=(k+2)^2-16<0$에서

$k^2+4k-12<0$

$(k-2)(k+6)<0$

$\therefore -6<k<2$

37. 이차함수 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 그래프가 이차함수 $y = 2x^2 - 2mx + 1$ 의 그래프보다 항상 아래쪽에 존재하도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $-3 < m < 3$　② $-3\ m < 1$

③ $-1 < m < 3$　④ $m < -1$또는$m > 1$

⑤ $m < -1$또는$m > 3$

해설

$x^2 - 2x - 3 < 2x^2 - 2mx + 1$ 에서

$x^2 - 2(m-1)x + 4 > 0$

이 부등식이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립해야 하므로 이차방정식 $x^2 - 2(m-1)x + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$\frac{D}{4} = (m-1)^2 - 4 < 0$ 에서

$(m+1)(m-3) < 0$

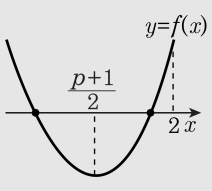
$\therefore -1 < m < 3$

38. x에 대한 이차방정식 $x^2-(p+1)x+2-p=0$의 서로 다른 두 근이 모두 2보다 작을 때, 양수 p의 값의 범위는?

① $0<p<1$ ② $\frac{1}{2}<p<1$ ③ $1\le p<2$
④ $1<p<\frac{4}{3}$ ⑤ $p>1$

해설

$f(x)=x^2-(p+1)x+2-p$ 라 하면 $y=f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i) 이차방정식 $f(x)=0$ 의 판별식을 D라 하면
$D=(p+1)^2-4(2-p)>0$
$p^2+6p-7>0,\ (p+7)(p-1)>0$
$\therefore p<-7$ 또는 $p>1$
(ii) $f(2)>0$ 에서 $2^2-(p+1)\cdot 2+2-p>0$
$3p<4$
$\therefore p<\frac{4}{3}$
(iii) $y=f(x)$ 의 그래프의 축의 방정식이 $x=\frac{p+1}{2}$ 이므로
$\frac{p+1}{2}<2$
$\therefore p<3$
(i), (ii), (iii)에서 $p<-7$ 또는 $1<p<\frac{4}{3}$
그런데 $p>0$이므로 $1<p<\frac{4}{3}$

39. 이차방정식 $x^2 - mx + 4 = 0$ 의 두 근 사이에 1 이 있도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $m < -5$　② $m > -2$　③ $-2 < m < 2$

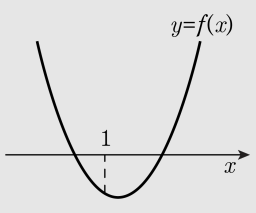
④ $m > 2$　⑤ $m > 5$

해설

$f(x) = x^2 - mx + 4$ 라 하면 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.

$f(1) < 0$ 에서 $5 - m < 0$

$\therefore\ m > 5$



40. 이차방정식 $x^2+ax-2=0$ 의 두 실근 α, β에 대하여 $-2<\alpha<0,\ 1<\beta<3$ 이 성립하도록 하는 실수 a의 값의 범위는?

① $-\frac{13}{3}<a<-1$ ② $-\frac{10}{3}<a<0$ ③ $-\frac{7}{3}<a<1$
④ $-\frac{5}{3}<a<2$ ⑤ $-\frac{2}{3}<a<3$

해설

$f(x)=x^2+ax-2$ 로 놓으면 $-2<\alpha<0,\ 1<\beta<3$ 이므로
$f(-2)>0,\ f(0)<0,\ f(1)<0,\ f(3)>0$ 이어야 한다.
$f(-2)=-2a+2>0$ 에서 $a<1$
$f(0)=-2<0$
$f(1)=a-1<0$ 에서 $a<1$
$f(3)=3a+7>0$ 에서 $a>-\frac{7}{3}$
$\therefore\ -\frac{7}{3}<a<1$

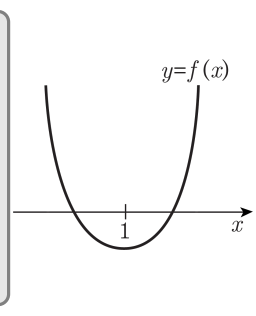
41. 이차방정식 $x^2-(a+1)x-3=0$의 한 근은 1보다 크고, 다른 한 근은 1보다 작도록 하는 실수 a의 값의 범위를 구하면?

① $a>-1$ ② $a>-2$ ③ $a>-3$

④ $a>-4$ ⑤ $a>-5$

해설

$f(x)=x^2-(a+1)x-3$ 이라 하면
$f(x)=0$ 의 한 근은 1 보다 크고
다른 한 근은 1 보다 작으므로
$y=f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
즉, $f(1)<0$ 이므로 $-a-3<0$
$\therefore a>-3$



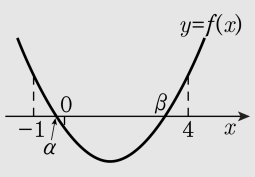
42. 이차방정식 $x^2-4kx+k^2-1=0$의 해를 α,β라 할 때, $-1<\alpha<0<\beta<4$를 만족시키는 실수 k의 값의 범위는?

① $-1\le k<1$　② $-1<k<1$　③ $-1<k<5$

④ $0<k<1$　⑤ $0<k<5$

해설

$f(x)=x^2-4kx+k^2-1$ 이라 하면
$f(x)=0$ 의 근 α,β 가
$-1<\alpha<0<\beta<4$ 를 만족시키므로
$y=f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



(i) $f(-1)>0$ 에서 $k^2+4k>0$
$\therefore k<-4$ 또는 $k>0\cdots$ ㉠

(ii) $f(0)<0$ 에서 $k^2-1<0$
$\therefore -1<k<1\cdots$ ㉡

(iii) $f(4)>0$ 에서 $k^2-16k+15>0$
$\therefore k<1$ 또는 $k>15\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢의 공통 범위를 구하면
$0<k<1$