1. 일차함수 $\sqrt{3}x - y = 1$ 의 기울기와 y 절편, x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 : °

▷ 정답 : 기울기 $\sqrt{3}$

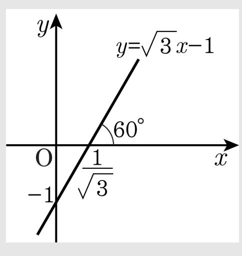
▷ 정답 : y 절편 -1

▷ 정답 : 60 °

해설

$y = \sqrt{3}x - 1$ 에서

기울기 $\sqrt{3}$, y 절편 -1, x 축의 양의 방향과 이루는 각 $60°$



2. 직선 $y = 2x - 1$ 에 대하여 x 의 값이 -1 에서 2 까지 3 만큼 증가할 때, y 값의 증가량은?

① 2　② 4　③ 6　④ 8　⑤ 10

해설

직선 $y = 2x - 1$ 의 기울기는 2 이므로,

$$2 = \frac{(y\text{값의증가량})}{(x\text{값의증가량})} = \frac{(y\text{값의증가량})}{3}$$

$\therefore$ y 값의 증가량은 6 이다.

3. 두 점 A$(-1, 3)$, B$(2, 4)$을 이은 선분 $\overline{AB}$의 기울기는?

① $\frac{1}{3}$ ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$\therefore\ m = \frac{4-3}{2-(-1)} = \frac{1}{3}$

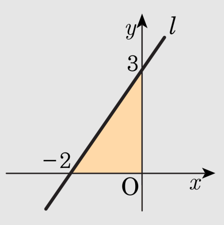
4. 직선 $3x - 2y + 6 = 0$이 x 축 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3x - 2y + 6 = 0$을 그래프에 도시해보면,



$\therefore$ 빗금 친 부분의 넓이 : $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$

5. 세 점 $\mathrm{A}(-1, 1)$, $\mathrm{B}(2, -3)$, $\mathrm{C}(k, k-1)$ 이 같은 직선위에 있도록 상수 k 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{7}$　② $\frac{2}{7}$　③ $\frac{3}{4}$　④ $-\frac{4}{3}$　⑤ $\frac{3}{5}$

해설

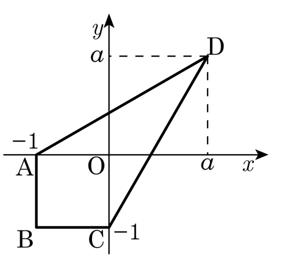
세 점이 같은 직선 위에 있으려면 기울기가 일치해야 한다.

$\Rightarrow$ $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 기울기 $=$ $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 기울기

$\Rightarrow$ $\frac{k-1+3}{k-2} = \frac{-3-1}{2-(-1)}$

$\Rightarrow$ $k = \frac{2}{7}$

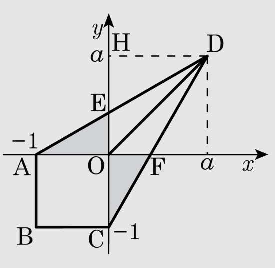
6. 좌표평면 위의 네 점 A$(-1, 0)$, B$(-1, -1)$, C$(0, -1)$, D(a, a)를 꼭지점으로 하는 사각형 ABCD가 있다.



y축이 사각형 ABCD의 넓이를 이등분할 때, 양수 a의 값은?

① $\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$　② $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　③ $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$
④ $\dfrac{2+\sqrt{5}}{2}$　⑤ $\sqrt{5}$

해설



$\triangle$ AOE $=$ $\triangle$ COF이므로 □ ABCO $=$ □ OFDE이다.

따라서 $\triangle$ ODE $= \dfrac{1}{2}$ □ABCO $= \dfrac{1}{2}$이다.

점 D에서 y축에 내린 수선의 발을 H라 하자.

점 E의 좌표를 $(0, k)$라 하면

$\triangle$AOE ∽ $\triangle$DHE이므로

$\overline{AO} : \overline{DH} = \overline{OE} : \overline{HE}$에서

$1 : a = k : (a-k)$, $ak = a-k$

$\therefore\ k = \dfrac{a}{a+1}$

$\triangle$ODE $= \dfrac{1}{2} \times \dfrac{a}{a+1} \times a = \dfrac{1}{2}$

$\dfrac{a^2}{a+1} = 1$에서 $a^2 - a - 1 = 0$이므로

$\therefore a = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ ($\because\ a > 0$)

7. 다음 보기의 주어진 직선 중 서로 평행한 것끼리 짝지어진 것은?

보기

㉠ $6x+3y=4$ ㉡ $2x-y=1$

㉢ $x=-2y+1$ ㉣ $y=-2x+5$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉡, ㉢

해설

각각의 방정식을 y 에 대하여 정리하면

㉠. $6x+3y=4$ 에서 $y=-2x+\frac{4}{3}$

㉡. $2x-y=1$ 에서 $y=2x-1$

㉢. $x=-2y+1$ 에서 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$

㉣. $y=-2x+5$

따라서, 서로 평행한 것은 ㉠, ㉣ 이다.

8. 두 직선 $y = 3x + 2$, $x - ay - 7 = 0$ 이 서로 수직이 되도록 상수 a 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

두 직선이 서로 수직이면 기울기의 곱이 -1 이다.

$\therefore\ 3 \times \frac{1}{a} = -1 \ \Rightarrow\ a = -3$

9. 세 직선 $x+y+2=0$, $x-y-4=0$, $3x-ky-9=0$ 이 삼각형을 만들 수 있기 위한 k 의 조건은?

① $-3 \le k \le 3,\ k < -6$
② $k = 2,\ k = \pm 3$
③ $-3 < k < 3,\ k > 6$
④ $k \ne 2,\ k \ne \pm 3$
⑤ $-3 < k$ 또는 $k > 3$

해설

$$\begin{cases} x+y+2=0 & \cdots ㉠ \\ x-y-4=0 & \cdots ㉡ \\ 3x-ky-9=0 & \cdots ㉢ \end{cases}$$

이 삼각형이 되려면 세 직선이 한 점에서 만나지 않고, 어느 두 직선도 평행하지 않아야 하므로

㉠, ㉡ 의 교점은 $(1,\ 3)$ 이 ㉢위에 있지 않다.

$\therefore\ 3+3k-9 \ne 0 \qquad \therefore\ k \ne 2$

㉠, ㉢ 은 평행하지 않으므로

$\dfrac{1}{3} \ne \dfrac{1}{-k} \ \rightarrow\ k \ne -3$

㉡, ㉢ 은 평행하지 않으므로,

$\dfrac{1}{3} \ne \dfrac{-1}{-k} \ \rightarrow\ k \ne 3$

$\therefore\ k \ne 2,\ k \ne \pm 3$

10. 두 점 A(3, 2), B(a, b)를 지나는 직선의 기울기가 2이고, 이 직선과 직선 $x+2y-3=0$의 교점은 선분 AB를 2 : 1로 내분하는 점이다. 이 때, $3a+b$의 값은?

① 3　② 5　③ 7　④ 9　⑤ 10

해설

직선 AB의 기울기는 2이므로

$\frac{b-2}{a-3}=2$, $b-2=2(a-3)$, $b=2a-4\cdots$㉠

$\overline{AB}$를 2 : 1 로 내분하는 점은

$\left(\frac{2a+1\cdot 3}{2+1}, \frac{2b+1\cdot 2}{2+1}\right)=\left(\frac{2a+3}{3}, \frac{2b+2}{3}\right)$ 이고

이 점은 직선 $x+2y-3=0$ 위에 있으므로

$\frac{2a+3}{3}+2\cdot\frac{2b+2}{3}-3=0$

$\therefore a+2b-1=0\cdots$㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=\frac{9}{5}$, $b=-\frac{2}{5}$ 이다.

$\therefore\ 3a+b=5$

11. $y = ax + b$의 그래프가 점 $(1,\ 1)$을 지나고 기울기 a는 $-1 \le a \le 3$인 범위의 수라고 한다. 이때, y절편 b의 범위를 구하면?

① $-1 \le b \le 2$　② $-2 \le b \le 2$　③ $-2 \le b \le 3$
④ $-1 \le b \le 3$　⑤ $-2 \le b \le 4$

해설

$y = ax + b$에 $(1,\ 1)$을 대입하면 $a + b = 1$
또 $-1 \le a \le 3$ 이므로 $a = -1$ 일 때, $b = 2$
$a = 3$ 일 때, $b = -2$
$\therefore\ -2 \le b \le 2$

12. 직선 $kx-(k+1)y-k+2=0$은 k값에 관계없이 항상 일정한 점 $(a,\ b)$를 지난다. 이때, $a+b$값을 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$kx-(k+1)y-k+2=0$을 k에 대해 정리하면
$(x-y-1)k-y+2=0$
k에 관계없이 성립하려면
$x-y-1=0,\ \ -y+2=0$
$\therefore\ y=2,\ x=3 \Rightarrow (a,\ b)=(3,\ 2)$

13. x축 위의 점 P 로부터 직선 $4x+3y+2=0$까지의 거리가 2인 점은 두 개 있다. 이 때, 이 두 점 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

P 의 좌표를 $(\alpha,\ 0)$이라 하면
P 에서 직선까지의 거리가 2이므로

$$\frac{|4\cdot\alpha+3\cdot 0+2|}{\sqrt{4^2+3^2}}=2$$

$\therefore |4\alpha+2|=10$
$4\alpha+2=\pm 10$
$\therefore \alpha=2,\ -3$
$\therefore$ 거리 l은 $l=2-(-3)=5$

14. 직선 $3x + 4y = 0$ 에 평행하고 원점으로부터 거리가3 인 직선 중 1 사분면을 지나는 직선의 y 절편은?

① 15　　② -15　　③ $\frac{15}{4}$　　④ $-\frac{15}{4}$　　⑤ 3

해설

직선을 $3x + 4y + a = 0$ 라 하면,

$\frac{|a|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3$ 에서

$\therefore \ a = \pm 15$

y 에 대해 정리하면 $y = -\frac{3}{4}x \pm \frac{15}{4}$

기울기가 음수인 직선이 1 사분면을 지나기 위해서는 y 절편은 양수이어야 한다.

따라서 이 직선의 y 절편은 $\frac{15}{4}$

15. 좌표평면에서 원점과 직선 $x+y-2+k(x-y)=0$ 사이의 거리를 $f(k)$ 라 할 때, $f(k)$ 의 최댓값은? (단, k 는 실수)

① 1　　② $\sqrt{2}$　　③ $\sqrt{3}$　　④ 2　　⑤ $\sqrt{5}$

해설

준식을 변형하면 $(1+k)x+(1-k)y-2=0$ 이므로

$$f(k)=\frac{|-2|}{\sqrt{(1+k)^2+(1-k)^2}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{k^2+1}}$$

따라서, $k=0$ 일 때 $f(k)$ 의 최댓값은 $\sqrt{2}$