

1. 일차함수 $\sqrt{3}x - y = 1$ 의 기울기와 y 절편, x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 : $\quad \quad \quad \circ$

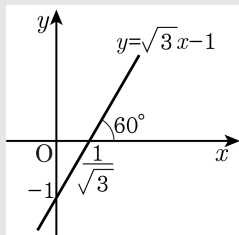
▷ 정답 : 기울기 $\sqrt{3}$

▷ 정답 : y 절편 -1

▷ 정답 : 60°

해설

$y = \sqrt{3}x - 1$ 에서
기울기 $\sqrt{3}$, y 절편 -1 , x 축의 양의 방
향과 이루는 각 60°



2. 직선 $y = 2x - 1$ 에 대하여 x 의 값이 -1 에서 2 까지 3 만큼 증가할 때, y 값의 증가량은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

직선 $y = 2x - 1$ 의 기울기는 2 이므로,

$$2 = \frac{(y\text{값의증가량})}{(x\text{값의증가량})} = \frac{(y\text{값의증가량})}{3}$$

$\therefore y$ 값의 증가량은 6 이다.

3. 두 점 $A(-1, 3)$, $B(2, 4)$ 을 이은 선분 $\overline{AB}$ 의 기울기는?

① $\frac{1}{3}$

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\therefore m = \frac{4 - 3}{2 - (-1)} = \frac{1}{3}$$

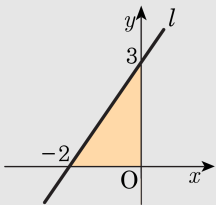
4. 직선 $3x - 2y + 6 = 0$ 이 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3x - 2y + 6 = 0$ 을 그래프에 도식해보면,



$\therefore$ 빗금 친 부분의 넓이 : $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$

5. 세 점 $A(-1, 1)$, $B(2, -3)$, $C(k, k-1)$ 이 같은 직선위에 있도록 상수 k 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{7}$

② $\frac{2}{7}$

③ $\frac{3}{4}$

④ $-\frac{4}{3}$

⑤ $\frac{3}{5}$

해설

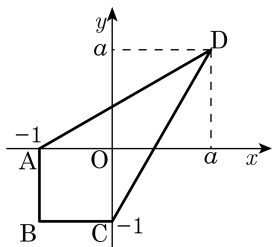
세 점이 같은 직선 위에 있으려면 기울기가 일치해야 한다.

$\Rightarrow \overline{BC}$ 의 기울기 = $\overline{AB}$ 의 기울기

$$\Rightarrow \frac{k-1+3}{k-2} = \frac{-3-1}{2-(-1)}$$

$$\Rightarrow k = \frac{2}{7}$$

6. 좌표평면 위의 네 점 $A(-1, 0)$, $B(-1, -1)$, $C(0, -1)$, $D(a, a)$ 를 꼭지점으로 하는 사각형 $ABCD$ 가 있다.



y 축이 사각형 $ABCD$ 의 넓이를 이등분할 때, 양수 a 의 값은?

① $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$

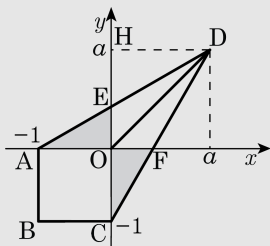
② $\frac{\sqrt{5}}{2}$

③ $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

④ $\frac{2 + \sqrt{5}}{2}$

⑤ $\sqrt{5}$

해설



$\triangle AOE = \triangle COF$ 이므로 $\square ABCO = \square OFDE$ 이다.

따라서 $\triangle ODE = \frac{1}{2} \square ABCO = \frac{1}{2}$ 이다.

점 D 에서 y 축에 내린 수선의 발을 H 라 하자.

점 E 의 좌표를 $(0, k)$ 라 하면

$\triangle AOE \sim \triangle DHE$ 이므로

$\overline{AO} : \overline{DH} = \overline{OE} : \overline{HE}$ 에서

$1 : a = k : (a - k)$, $ak = a - k$

$$\therefore k = \frac{a}{a+1}$$

$$\triangle ODE = \frac{1}{2} \times \frac{a}{a+1} \times a = \frac{1}{2}$$

$$\frac{a^2}{a+1} = 1 \text{ 에서 } a^2 - a - 1 = 0 \text{ 이므로}$$

$$\therefore a = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} (\because a > 0)$$

7. 다음 보기의 주어진 직선 중 서로 평행한 것끼리 짝지어진 것은?

보기

㉠ $6x + 3y = 4$

㉡ $2x - y = 1$

㉢ $x = -2y + 1$

㉣ $y = -2x + 5$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉢

해설

각각의 방정식을 y 에 대하여 정리하면

㉠. $6x + 3y = 4$ 에서 $y = -2x + \frac{4}{3}$

㉡. $2x - y = 1$ 에서 $y = 2x - 1$

㉢. $x = -2y + 1$ 에서 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

㉣. $y = -2x + 5$

따라서, 서로 평행한 것은 ㉠, ㉣이다.

8. 두 직선 $y = 3x + 2$, $x - ay - 7 = 0$ 이 서로 수직이 되도록 상수 a 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

두 직선이 서로 수직이면 기울기의 곱이 -1 이다.

$$\therefore 3 \times \frac{1}{a} = -1 \Rightarrow a = -3$$

9. 세 직선 $x + y + 2 = 0$, $x - y - 4 = 0$, $3x - ky - 9 = 0$ 이 삼각형을 만들 수 있기 위한 k 의 조건은?

① $-3 \leq k \leq 3$, $k < -6$

② $k = 2$, $k = \pm 3$

③ $-3 < k < 3$, $k > 6$

④ $k \neq 2$, $k \neq \pm 3$

⑤ $-3 < k$ 또는 $k > 3$

해설

$$\begin{cases} x + y + 2 = 0 & \cdots \textcircled{㉠} \\ x - y - 4 = 0 & \cdots \textcircled{㉡} \\ 3x - ky - 9 = 0 & \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

이 삼각형이 되려면 세 직선이 한 점에서 만나지 않고, 어느 두 직선도 평행하지 않아야 하므로

①, ② 의 교점은 (1, 3) 이 ③위에 있지 않다.

$$\therefore 3 + 3k - 9 \neq 0 \quad \therefore k \neq 2$$

①, ③ 은 평행하지 않으므로

$$\frac{1}{3} \neq \frac{1}{-k} \rightarrow k \neq -3$$

②, ③ 은 평행하지 않으므로,

$$\frac{1}{3} \neq \frac{-1}{-k} \rightarrow k \neq 3$$

$$\therefore k \neq 2, k \neq \pm 3$$

10. 두 점 A(3, 2), B(a, b)를 지나는 직선의 기울기가 2이고, 이 직선과 직선 $x + 2y - 3 = 0$ 의 교점은 선분 AB를 2 : 1로 내분하는 점이다. 이 때, $3a + b$ 의 값은?

① 3

② 5

③ 7

④ 9

⑤ 10

해설

직선 AB의 기울기는 2이므로

$$\frac{b-2}{a-3} = 2, b-2 = 2(a-3), b = 2a-4 \cdots \textcircled{㉠}$$

$\overline{AB}$ 를 2 : 1로 내분하는 점은

$$\left(\frac{2a+1 \cdot 3}{2+1}, \frac{2b+1 \cdot 2}{2+1} \right) = \left(\frac{2a+3}{3}, \frac{2b+2}{3} \right) \text{ 이고}$$

이 점은 직선 $x + 2y - 3 = 0$ 위에 있으므로

$$\frac{2a+3}{3} + 2 \cdot \frac{2b+2}{3} - 3 = 0$$

$$\therefore a + 2b - 1 = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = \frac{9}{5}, b = -\frac{2}{5}$ 이다.

$$\therefore 3a + b = 5$$

11. $y = ax + b$ 의 그래프가 점 $(1, 1)$ 을 지나고 기울기 a 는 $-1 \leq a \leq 3$ 인 범위의 수라고 한다. 이때, y 절편 b 의 범위를 구하면?

① $-1 \leq b \leq 2$

② $-2 \leq b \leq 2$

③ $-2 \leq b \leq 3$

④ $-1 \leq b \leq 3$

⑤ $-2 \leq b \leq 4$

해설

$y = ax + b$ 에 $(1, 1)$ 을 대입하면 $a + b = 1$

또 $-1 \leq a \leq 3$ 이므로 $a = -1$ 일 때, $b = 2$

$a = 3$ 일 때, $b = -2$

$\therefore -2 \leq b \leq 2$

12. 직선 $kx - (k+1)y - k + 2 = 0$ 은 k 값에 관계없이 항상 일정한 점 (a, b) 를 지난다. 이때, $a + b$ 값을 구하면?

① -3

② -2

③ -1

④ 3

⑤ 5

해설

$kx - (k+1)y - k + 2 = 0$ 을 k 에 대해 정리하면

$$(x - y - 1)k - y + 2 = 0$$

k 에 관계없이 성립하려면

$$x - y - 1 = 0, \quad -y + 2 = 0$$

$$\therefore y = 2, x = 3 \Rightarrow (a, b) = (3, 2)$$

13. x 축 위의 점 P로부터 직선 $4x + 3y + 2 = 0$ 까지의 거리가 2인 점은 두 개 있다. 이 때, 이 두 점 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

P의 좌표를 $(\alpha, 0)$ 이라 하면

P에서 직선까지의 거리가 2이므로

$$\frac{|4 \cdot \alpha + 3 \cdot 0 + 2|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 2$$

$$\therefore |4\alpha + 2| = 10$$

$$4\alpha + 2 = \pm 10$$

$$\therefore \alpha = 2, -3$$

$$\therefore \text{거리 } l \text{은 } l = 2 - (-3) = 5$$

14. 직선 $3x + 4y = 0$ 에 평행하고 원점으로부터 거리가 3 인 직선 중 1 사분면을 지나는 직선의 y 절편은?

- ① 15 ② -15 ③ $\frac{15}{4}$ ④ $-\frac{15}{4}$ ⑤ 3

해설

직선을 $3x + 4y + a = 0$ 라 하면,

$$\frac{|a|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3 \text{ 에서}$$

$$\therefore a = \pm 15$$

$$y \text{ 에 대해 정리하면 } y = -\frac{3}{4}x \pm \frac{15}{4}$$

기울기가 음수인 직선이 1 사분면을 지나기 위해서는 y 절편은 양수이어야 한다.

따라서 이 직선의 y 절편은 $\frac{15}{4}$

15. 좌표평면에서 원점과 직선 $x+y-2+k(x-y)=0$ 사이의 거리를 $f(k)$ 라 할 때, $f(k)$ 의 최댓값은? (단, k 는 실수)

① 1

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{3}$

④ 2

⑤ $\sqrt{5}$

해설

준식을 변형하면 $(1+k)x + (1-k)y - 2 = 0$ 이므로

$$f(k) = \frac{|-2|}{\sqrt{(1+k)^2 + (1-k)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{k^2 + 1}}$$

따라서, $k=0$ 일 때 $f(k)$ 의 최댓값은 $\sqrt{2}$