

1. 다항식 $x^{22} + x^{11} + 22x + 11$ 을 $x + 1$ 로 나눈 나머지는?

① -33

② -22

③ -11

④ 11

⑤ 33

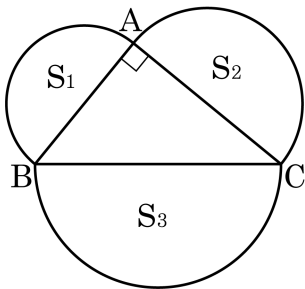
해설

$f(x) = x^{22} + x^{11} + 22x + 11$ 이라 하면,

$f(x) = (x + 1)Q(x) + R$ 에서 $f(-1) = R$ 이므로

$$f(-1) = (-1)^{22} + (-1)^{11} - 22 + 11 = -11$$

2. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 지름으로 하는 반원의 넓이를 S_1, S_2, S_3 라 하자. $S_1 = 10\pi\text{cm}^2$, $S_2 = 15\pi\text{cm}^2$ 일 때, S_3 의 값을 구하여라.



답 :

cm²



정답 : 25π cm²

해설

$$S_1 + S_2 = S_3 \text{ 이므로 } S_3 = 25\pi(\text{cm}^2)$$

3. 대각선의 길이가 8인 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

① $\frac{8\sqrt{2}}{3}$

② 4

③ $2\sqrt{4}$

④ $8\sqrt{2}$

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

정사각형의 한 변을 x 라고 하면

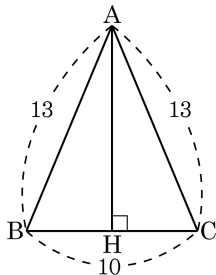
$$x^2 + x^2 = 8^2$$

$$2x^2 = 64$$

$$x^2 = 32$$

$$\therefore x = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

4. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

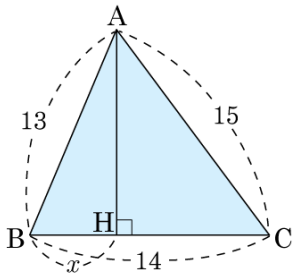
▷ 정답 : 60

해설

$$\overline{AH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

따라서 넓이는 $\frac{1}{2} \times 10 \times 12 = 60$ 이다.

5. 다음 그림의 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}^2 - \overline{BH}^2 = \overline{AC}^2 - \overline{CH}^2$ 임을 이용하여 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$13^2 - x^2 = 15^2 - (14 - x)^2 \Rightarrow \therefore x = 5$$

6. 좌표평면 위의 두 점 $(-2, 1)$, $(3, a)$ 사이의 거리가 $\sqrt{34}$ 일 때, a 의 값은? (단, $a > 0$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

두 점 사이의 거리는 $\sqrt{(3+2)^2 + (a-1)^2} = \sqrt{34}$ 이다.

$$a^2 - 2a - 8 = 0, (a-4)(a+2) = 0$$

$$\therefore a = 4$$

7. $(a + b - c)(a - b + c)$ 를 전개하면?

① $a^2 + b^2 - c^2 - 2bc$

② $a^2 - b^2 + c^2 - 2bc$

③ $a^2 + b^2 - c^2 + 2ab$

④ $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

⑤ $a^2 - b^2 - c^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned} & (a + b - c)(a - b + c) \\ &= \{a + (b - c)\}\{a - (b - c)\} \\ &= a^2 - (b - c)^2 \\ &= a^2 - b^2 - c^2 + 2bc \end{aligned}$$

8. 다항식 $x^3 + ax + b$ 가 다항식 $x^2 - x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로

$x^2 = x - 1$ 을 대입하면

$$ax + (b - 1) = 0$$

이 등식이 x 에 대한 항등식이므로,

$$a = 0, b - 1 = 0$$

$$\therefore a = 0, b = 1$$

$$\therefore a + b = 1$$

해설

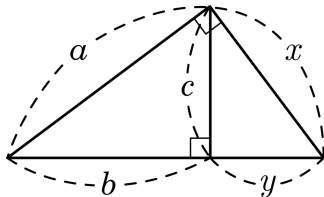
$$x^3 + ax + b$$

$$= (x^2 - x + 1)Q(x)$$

$$= (x^2 - x + 1)(x + b)$$

$$\therefore b = 1, a = 0$$

9. 다음 그림에 대해 옳은 것의 개수는?



㉠ $a + y = b + x$

㉡ $b^2 + c^2 = a^2$

㉢ $a^2 + b^2 = x^2 + y^2$

㉣ $x^2 - c^2 = y^2$

㉤ $c = \sqrt{b^2 + a^2}$

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

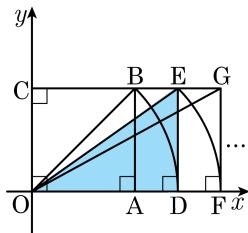
해설

㉡ 피타고라스 정리에 따라 옳다.

㉣ 피타고라스 정리에 따라 $c^2 + y^2 = x^2$ 이므로 $x^2 - c^2 = y^2$ 이다.

따라서 옳은 것은 2 개이다.

10. 다음 그림과 같이 $\square OABC$ 는 정사각형이고 두 점 D, F 는 각각 점 O 를 중심으로 하고, $\overline{OB}, \overline{OE}$ 를 반지름으로 하는 원을 그릴 때 x 축과 만나는 교점이다. $\triangle ODE$ 의 넓이가 $\sqrt{2}$ 일 때, 점 D 의 x 좌표는?



① 2

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{3}$

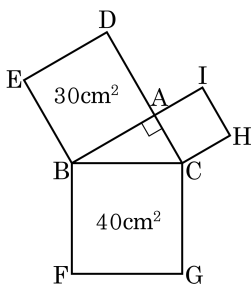
④ $\sqrt{5}$

⑤ 4

해설

$\overline{OA} = x$ 라고 두면 $\triangle ODE$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times x\sqrt{2} \times x = \sqrt{2}, x^2 = 2, x = \sqrt{2}$ 이다. 따라서 점 D 의 x 좌표는 $x\sqrt{2} = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$ 이다.

11. 다음 그림은 직각삼각형 ABC에서 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\square BFGC = 40\text{ cm}^2$, $\square DEBA = 30\text{ cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : $5\sqrt{3}\text{ cm}^2$

해설

($\square DEBA$ 의 넓이) + ($\square ACHI$ 의 넓이)

= ($\square BFGC$ 의 넓이)

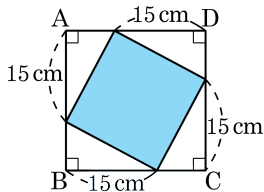
공식을 적용하면 $\square ACHI = 10\text{ cm}^2$ 이다.

$\square DEBA = 30\text{ cm}^2$ 이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{30}\text{ cm}$ 이고,

$\square ACHI = 10\text{ cm}^2$ 이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{10}\text{ cm}$ 이다.

$$\begin{aligned}\triangle ABC\text{의 넓이} &= \sqrt{30} \times \sqrt{10} \times \frac{1}{2} \\ &= \sqrt{300} \times \frac{1}{2} \\ &= 5\sqrt{3}\text{ cm}^2\end{aligned}$$

12. 다음 그림에서 정사각형 ABCD 의 넓이는 529 cm^2 이다. 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

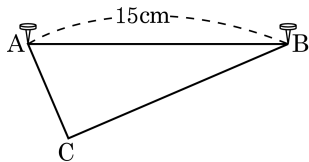
▶ 정답 : 289 cm^2

해설

주어진 조건에 의해 $(x + 15)^2 = 529$ 이므로 $x = 8(\text{ cm})$
 따라서 피타고라스 정리를 적용하면 색칠된 정사각형의 한 변의 길이는 17 cm 이다.

그러므로 넓이는 $17^2 = 289(\text{ cm}^2)$ 이다.

13. 15 cm 거리에 있는 두 못 A, B 에 길이 36 cm 의 끈을 걸어서 다음 그림과 같이, $\angle C$ 가 직각이 되게 하려고 한다. 변 AC 를 몇 cm 로 하여야 하는가? (단, $\overline{AC} < \overline{BC}$)



- ① 9 cm ② 10 cm ③ 11 cm ④ 12 cm ⑤ 13 cm

해설

$\overline{AB} = 15 \text{ cm}$, $\overline{AC} = x \text{ cm}$, $\overline{BC} = 21 - x \text{ cm}$ 로 둘 수 있다. ($\because$ 둘레의 길이가 36 cm)

$$15^2 = x^2 + (21 - x)^2$$

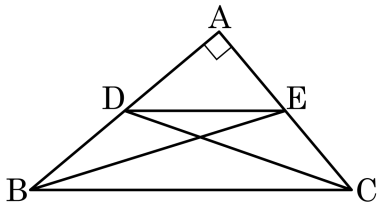
$$2x^2 - 42x + 216 = 0$$

$$x^2 - 21x + 108 = 0$$

$$(x - 9)(x - 12) = 0$$

$$\therefore x = 9 (\because \overline{AC} < \overline{BC})$$

14. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DC} = 5$, $\overline{BC} = 7$ 일 때, $\overline{BE}^2 - \overline{DE}^2$ 를 구하여라.



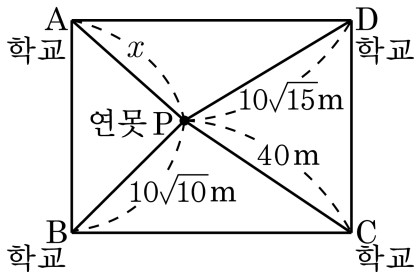
▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$7^2 - 5^2 = \overline{BE}^2 - \overline{DE}^2 \text{ 이므로 } \overline{BE}^2 - \overline{DE}^2 = 49 - 25 = 24$$

15. 다음 그림과 같이 A, B, C, D 네 학교가 선으로 연결하면 직사각형이 된다. 연못에서 네 학교까지의 거리가 다음과 같을 때, A 학교에서 시속 9km 로 출발하여 연못에 도착하는데 걸리는 시간은 몇 초인가?



① 6 초

② 8 초

③ 10 초

④ 12 초

⑤ 14 초

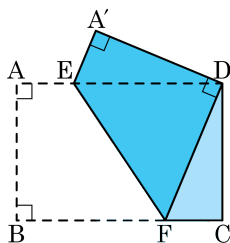
해설

$$x^2 + 40^2 = (10\sqrt{5})^2 + (10\sqrt{10})^2, x^2 = 900, x = 30\text{m 이다.}$$

$$(\text{시간}) = \frac{(\text{거리})}{(\text{속력})} \text{ 이므로 구하는 시간은 } \frac{30}{9000} \times 60 \times 60 = 12 \text{ (초)}$$

이다.

16. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 점 B 가 점 D 에 오도록 접은 것이다. 다음 보기 중 옳지 않은 것은?



보기

㉠ $\triangle A'ED \equiv \triangle CDF$

㉡ $\overline{ED} = \overline{DF}$

㉢ $\triangle BEF \equiv \triangle DEF$

㉣ $\overline{AB} = \overline{BC} - \overline{DF}$

㉤ $\overline{CD} + \overline{CF} = \overline{BF}$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉤

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉣, ㉤

해설

㉠ $\overline{ED} = \overline{FD}$, $\overline{CF} = \overline{A'E}$, $\overline{CD} = \overline{A'D}$ 이므로 $\triangle A'ED \equiv \triangle CDF$ 이다.

㉡ $\overline{ED} = \overline{BF} = \overline{DF} = \overline{BE}$

㉢ $\overline{EF}$ 는 공통, $\overline{BE} = \overline{DF}$, $\overline{ED} = \overline{BF}$ 이므로 $\triangle BEF \equiv \triangle DEF$ 이다.

17. $y = 2x^2 - 12x + 18$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점과 y 축과 만나는 점의 거리가 $a\sqrt{b}$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, b 는 최소의 자연수)

① 20

② 25

③ 30

④ 35

⑤ 40

해설

$$y = 2x^2 - 12x + 18$$

$$y = 2(x - 3)^2 \text{ 이다.}$$

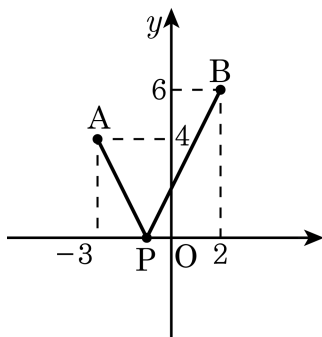
x 축과 만날 때의 좌표는 $y = 0$ 일 때이므로 $(3, 0)$

y 축과 만날 때의 좌표는 $x = 0$ 일 때이므로 $(0, 18)$ 이므로

$$\text{두 점 사이의 거리는 } \sqrt{(3 - 0)^2 + \{0 - (18)\}^2} = \sqrt{333} = 3\sqrt{37}$$

이므로 $a + b = 40$ 이다.

18. 다음 그림과 같은 좌표평면 위에 두 점 $A(-3, 4)$, $B(2, 6)$ 이 있다. x 축 위에 임의의 점 P 를 잡았을 때, $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최소값을 구하여라.

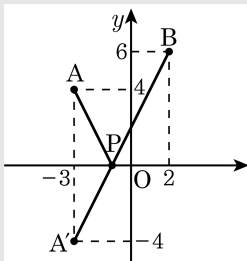


▶ 답 :

▷ 정답 : $5\sqrt{5}$

해설

점 A 를 x 축 대칭이동시킨 점을 A' 이라 할 때, $\overline{AP} = \overline{A'P}$ 이므로 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최소값은 $\overline{A'B}$ 의 길이이다.



$$\begin{aligned}\therefore \overline{A'B} &= \sqrt{\{2 - (-3)\}^2 + \{6 - (-4)\}^2} \\ &= \sqrt{25 + 100} \\ &= 5\sqrt{5}\end{aligned}$$

19. $x^3 + x^2 + 2$ 를 다항식 $x^2 + 2x - 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $Q(x) + R(x)$ 의 값은?

① $2x - 3$

② $2x$

③ $3x + 2$

④ $4x$

⑤ $4x + 1$

해설

$x^3 + x^2 + 2$ 를 $x^2 + 2x - 1$ 로 직접 나누면

$$Q(x) = x - 1, \quad R(x) = 3x + 1$$

$$\therefore Q(x) + R(x) = 4x$$

20. 등식 $(x+1)(x-1)(x^3-x^2+x-1) = x^5-x^4+ax-b$ 가 항상 성립하도록 a, b 값을 정할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

양변에 $x = 1$ 을 대입하면, $0 = a - b \cdots \textcircled{\text{㉠}}$

양변에 $x = -1$ 을 대입하면, $0 = -2 - a - b \cdots \textcircled{\text{㉡}}$

$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$ 에서 $a = b = -1$

$\therefore a + b = -2$

21. x 의 모든 값에 대하여 다음 등식이 성립할 때, 상수 a, b, c 의 값의 합을 구하여라.

$$x^3 + 1 = (x-1)(x-2)(x-3) + a(x-1)(x-2) + b(x-1) + c$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

x 에 대한 항등식이므로

$$x = 1 \text{ 일 때, } 2 = c \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x = 2 \text{ 일 때, } 9 = b + c \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$x = 3 \text{ 일 때, } 28 = 2a + 2b + c \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면 $a = 6, b = 7, c = 2$

$$\therefore a + b + c = 15$$

22. $f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx - 12$ 가 $x - 1$ 로 나누어 떨어지고, $x + 1$ 로 나누었을 때는 나머지가 -14 이다. 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

① -12

② 12

③ -20

④ 20

⑤ -36

해설

나머지 정리에 의해 $f(1) = 0, f(-1) = -14$

$$f(1) = 3 + a + b - 12 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$f(-1) = -3 + a - b - 12 = -14 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하면, $a = 5, b = 4$

$$\therefore ab = 20$$

23. 세 변의 길이가 $x, 7, 8$ 인 삼각형이 예각삼각형이 되기 위한 x 의 값의 범위는? (단, $x > 8$)

① $x > \sqrt{113}$

② $8 < x < \sqrt{113}$

③ $8 < x < 15$

④ $\sqrt{113} < x < 15$

⑤ $x > 15$

해설

삼각형에서 x 가 가장 긴 변이므로 예각삼각형이 되는 조건은 $x^2 < 7^2 + 8^2$, $x^2 < 113$, $x < \sqrt{113}$ 이다.

조건에 의해 $x > 8$ 이므로 $8 < x < \sqrt{113}$

24. 다음 그림의 $\square ABCD$ 에서 $\overline{CO}$ 의 길이를 구하여라. (단, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$)

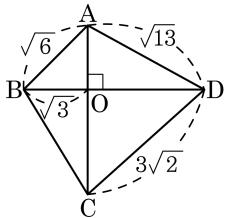
① $2\sqrt{2}$

② $\sqrt{11}$

③ $\sqrt{13}$

④ $\sqrt{19}$

⑤ $2\sqrt{5}$



해설

$$\overline{BC}^2 + \sqrt{13}^2 = \sqrt{6}^2 + (3\sqrt{2})^2$$

$$\therefore \overline{BC} = \sqrt{11}$$

$$\triangle BCO \text{ 에서 } \overline{CO}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{BO}^2 = 11 - 3 = 8$$

$$\therefore \overline{CO} = 2\sqrt{2}$$

25. 한 변의 길이가 $\frac{4x}{3}$ 인 정삼각형이 있다. 정삼각형의 넓이가 $\frac{16\sqrt{3}}{9} \text{ cm}^2$ 일 때, x 를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : $x = 2$ cm

해설

정삼각형의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{4x}{3}\right)^2 = \frac{4\sqrt{3}x^2}{9} = \frac{16\sqrt{3}}{9}$ 이므로
 $x = 2$ 이다.