

1. 자연수 전체의 집합의 부분집합 A 에 대하여 다음을 만족하는 집합 A 의 개수는? (단, $A \neq \emptyset$)

$$x \in A \text{ 이면 } \frac{81}{x} \in A$$

- ① 5개 ② 6개 ③ 7개 ④ 8개 ⑤ 9개

해설

A 는 81의 약수를 원소로 하는 집합인데
 $n(A) = 1$ 인 경우는 {9} 1개
 $n(A) = 2$ 인 경우는 {1, 81}, {3, 27} 2개
 $n(A) = 3$ 인 경우는 {1, 9, 81}, {3, 9, 27} 2개
 $n(A) = 4$ 인 경우는 {1, 3, 27, 81} 1개
 $n(A) = 5$ 인 경우는 {1, 3, 9, 27, 81} 1개
 $\therefore$ 7개

2. 다음 집합 중에서 원소나열법을 조건제시법으로, 조건제시법을 원소나열법으로 바르게 나타낸 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

- ① $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\} = \{0\}$
- ② $A = \{x \mid x \text{는 자연수}\} = \{1, 2, 3, \dots\}$
- ③ $\{2, 4, 6, 8, 10, \dots\} = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$
- ④ $\{1, 2, 3, \dots, 100\} = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 자연수}\}$
- ⑤ $\{11, 13, 15, 17, 19\} = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 큰 홀수}\}$

해설

- ① $\emptyset$
- ③ $\{x \mid x \text{는 짝수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 크고 } 20 \text{보다 작은 홀수}\}$

3. 다음 중 무한집합인 것은?

- ① $\{a, b\}$
- ② $\emptyset$
- ③ $\{x|x \text{는 } 12 \text{인 자연수}\}$
- ④ $\{x|x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{인 자연수}\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

해설

- ③ $\{1, 2\}$: 유한집합
- ④ $\{1, 2, 3, \dots\}$: 무한집합
- ⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$: 유한집합

4. 두 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 4\text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \times B = \{a \times b \mid a \in A, b \in B\}$ 일 때, $n(A \times B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

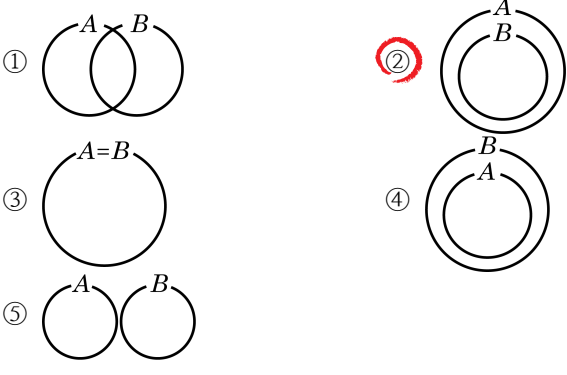
$$A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2, 4\}$$

$$1 \times 1 = 1, 1 \times 2 = 2, 1 \times 4 = 4, 2 \times 1 = 2, 2 \times 2 = 4, 2 \times 4 = 8, 3 \times 1 = 3, 3 \times 2 = 6, 3 \times 4 = 12 \text{ 이므로}$$

$$A \times B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12\}$$

$$\therefore n(A \times B) = 7$$

5. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6\text{의 약수}\}$, $B = \{2, 3\}$ 의 포함 관계를 벤다이어그램으로 바르게 나타낸 것은?



해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{2, 3\}$
 $\therefore B \subset A$

6. $\{a, b, c, d\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 3개인 부분집합은 몇 개인가?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

집합 $\{a, b, c, d\}$ 의 부분집합
원소가 0개인 것은 $\emptyset$
원소가 1개인 것은 $\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}$
원소가 2개인 것은 $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, a\}$
원소가 3개인 것은
 $\{a, b, c\}, \{b, c, d\}, \{c, d, a\}, \{a, b, d\}$
원소가 4개인 것은 $\{a, b, c, d\}$

7. 집합 $A = \{0, 1, 2\}$ 의 부분집합 중 원소 0은 반드시 포함하고 짝수인 원소는 포함하지 않는 부분집합을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{0\}$

▷ 정답 : $\{0, 1\}$

해설

집합 A 의 부분집합 중 원소 0은 반드시 포함하고 짝수인 원소 2를 포함하지 않는 부분집합을 원소의 개수별로 차례대로 구하면 $\{0\}$, $\{0, 1\}$ 이다

8. 집합 $A = \{a, b, c, d\}$ 의 부분집합 중에서 a 를 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 8 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$\{b, c, d\}$ 의 부분집합의 개수와 같다.
즉, $2^3 = 8$

9. 집합 $A = \{1, 3, 5, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, n 을 모두 포함하는 부분집합의 개수가 32 개일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

집합 A 의 원소의 개수를 a 개라 하면 원소 1, n 을 모두 포함하는 부분집합의 개수는 2^{a-2} 개이다.

$$2^{a-2} = 32 = 2^5$$

$$a - 2 = 5 \text{ 이므로 } a = 7$$

따라서 집합 A 의 원소의 개수가 7 개이므로 n 의 값은 13 이다.

10. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{보다 작은 } 3 \text{의 배수}\}$, $B = \{3, 6, 15, a \times 2, b + 15, 9\}$ 가 서로 같을 때, $a + b$ 의 값은? (단, $b > 0$)

- ① 1
- ② 3
- ③ 5
- ④ 7
- ⑤ 9

해설

$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$,
 $B = \{3, 6, 9, 15, a \times 2, b + 15\}$ 이므로,
 $a \times 2 = 12$, $b + 15 = 18$ 또는 $a \times 2 = 18$, $b + 15 = 12$ 이어야 한다.
하지만 조건에서 $b > 0$ 이라 했으므로 $a \times 2 = 12$, $b + 15 = 18$ 이다.
따라서 $a = 6$, $b = 3$ 이고, $a + b = 9$ 이다.

11. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $A = \{\emptyset\}$ 이면 $n(A) = 1$ 이다.
- ② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 2, 6\}) = 0$ 이다.
- ③ $n(A) \leq n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 이면 $n(A) = 6$ 이다.
- ⑤ $A = \{\emptyset\}$ 이면 $n(A) = 1$ 이다.

해설

③ 반례: $A = \{1, 3\}$, $B = \{2, 4, 6\}$

12. 집합 A 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \subset A$

② $A \subset (A \cap B)$

③ $A \supset \emptyset$

④ $A \subset (A \cup B)$

⑤ $(A \cap B) \subset B$

해설

② $(A \cap B) \subset A$ 이므로 옳지 않다.

13. 두 집합 $A = \{1, 2, a - 1\}$, $B = \{2, 3, a, b\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2, 5\}$ 일 때 a, b 의 값은?

① $a = 2, b = 1$

② $a = 3, b = 2$

③ $a = 4, b = 3$

④ $a = 5, b = 4$

⑤ $a = 6, b = 5$

해설

$5 \in A$ 이므로 $a - 1 = 5, a = 6$

$5 \in B$ 이므로 $b = 5$

14. 어느 반 학생 35명 중 피자를 좋아하는 학생이 19명, 떡볶이를 좋아하는 학생이 21명, 피자와 떡볶이 모두를 싫어하는 학생이 3명일 때, 둘 다 좋아하는 학생은 몇 명인가?

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 8 명

해설

전체 반 학생들의 집합을 U , 피자를 좋아하는 학생들의 집합을 A , 떡볶이를 좋아하는 학생들의 집합을 B 라고 하면,

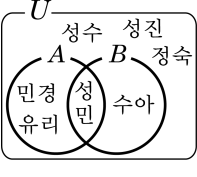
$$n(U) = 35, n(A) = 19, n(B) = 21$$

$$n((A \cup B)^c) = 3$$

$$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 35 - 3 = 32$$

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 19 + 21 - 32 = 8$$

15. 아래 벤 다이어그램에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $U = \{ \text{성수, 유리, 민경, 성민, 수아, 성진, 정숙} \}$
- ② $B^c = \{ \text{유리, 민경, 성수, 성진, 정숙} \}$
- ③ $A - B = \{ \text{유리, 민경} \}$
- ④ $B - A = \{ \text{수아, 성민} \}$
- ⑤ $(A \cup B)^c = \{ \text{성수, 성진, 정숙} \}$

해설

- ④ $B - A = \{ \text{수아} \}$

16. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = A$ 일 때, 다음 보기 중 옳지 않은 것을 고르면?

보기

㉠ $A \cap B^C = \emptyset$

㉡ $A^C - B^C = A$

㉢ $A \subset B$

㉣ $A \cup B = B$

- ① ㉠ ② ㉡, ㉢ ③ ㉢ ④ ㉣ ⑤ ㉠, ㉡

해설

$A \cap B = A$ 이므로 $A \subset B$ 이다.
따라서 ㉡ $A^C - B^C \neq A$ 이다.

17. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 한 자리 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B = \{2, 4, 6, 8\}, A^c = \{6, 7, 8, 9\}, A^c \cap B^c = \{7, 9\}$ 일 때, $(A - B)^c$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{2, 4, 6, 7, 8, 9\}$

해설

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$A = U - A^c = \{1, 2, 3, 4, 5\} \text{ 이므로}$$

$$A - B = \{1, 3, 5\}$$

$$\therefore (A - B)^c = \{2, 4, 6, 7, 8, 9\}$$

18. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = \{2\}$, $B \cap A^c = \{4, 6, 8\}$ 일 때, 집합 B 의 모든 원소의 합은?

① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

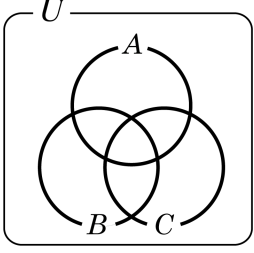
해설

$$A \cap B = \{2\}, B - A = \{4, 6, 8\}$$

$$\therefore B = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$\text{원소의 합} = 2 + 4 + 6 + 8 = 20$$

19. 집합 A, B, C 가 전체집합 U 의 부분집합으로서 다음 그림과 같이 주어졌다. 두 집합 P, Q 에 대하여 $P \oslash Q$ 를 $P \oslash Q = (P - Q) \cup (Q - P^c)$ 와 같이 정의할 때, $A \oslash A$ 의 값을 구하면?



- ① A ② B ③ C ④ $\emptyset$ ⑤ $A - B$

해설

$P \oslash Q = (P - Q) \cup (Q - P^c)$ 이므로
 $A \oslash A = (A - A) \cup (A - A^c) = \emptyset \cup A = A$ 이다.

20. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 20, n(A) = 9, n(B) = 7, n(A^c) = a, n(B^c) = b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 11

② 13

③ 16

④ 20

⑤ 24

해설

$$a = n(A^c) = n(U) - n(A) = 20 - 9 = 11$$

$$b = n(B^c) = n(U) - n(B) = 20 - 7 = 13$$

$$\therefore a + b = 11 + 13 = 24$$