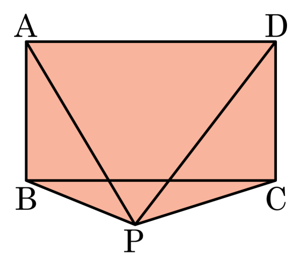
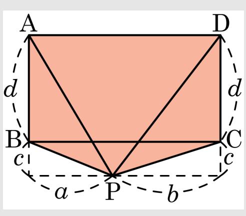
1. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 외부에 잡은 한 점 P 와 사각형의 각 꼭짓점을 연결하였다.
$\overline{\mathrm{PA}}^2 = 20,\ \overline{\mathrm{PB}}^2 = 5,\ \overline{\mathrm{PD}}^2 = 25$ 일 때, $\overline{\mathrm{PC}}$ 의 길이를 구하면?



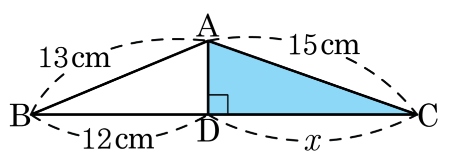
① $\sqrt{7}$　② $2\sqrt{2}$　③ 3　④ $\sqrt{10}$　⑤ $\sqrt{11}$

해설



$\therefore \overline{\mathrm{PC}} = \sqrt{10}$

2. 다음 그림에서 $\triangle$ADC 의 넓이는?

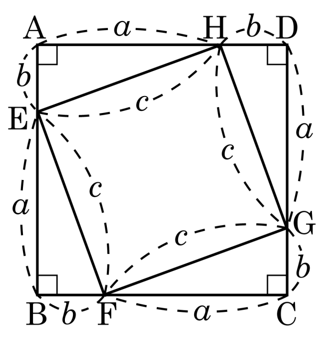


① $25\sqrt{2}\,\text{cm}^2$ ② $20\,\text{cm}^2$ ③ $10\sqrt{5}\,\text{cm}^2$
④ $25\,\text{cm}^2$ ⑤ $10\sqrt{10}\,\text{cm}^2$

해설

삼각형 ABD 에서 피타고라스 정리에 따라
$13^2 = 12^2 + \overline{\text{AD}}^2$
$\overline{\text{AD}} > 0$ 이므로 $\overline{\text{AD}} = 5\,\text{cm}$
삼각형 ADC 에서 피타고라스 정리에 따라
$5^2 + x^2 = 15^2$
$x > 0$ 이므로 $x = 10\sqrt{2}\,\text{cm}$
따라서 $\triangle$ADC 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 5 \times 10\sqrt{2} = 25\sqrt{2}(\,\text{cm}^2)$

3. 다음은 피타고라스 정리를 설명하는 과정을 섞어 놓은 것이다. 순서대로 나열하여라.



그림과 같이 직각삼각형 AEH 에서

㉠ △AEH ≡ △BFE ≡ △CGF ≡ △DHG 이므로

㉡ □ABCD = □EFGH + 4△AEH 이므로

㉢ $(a+b)^2 = c^2 + 4 \times \frac{1}{2}ab$

㉣ 한 변의 길이가 $a+b$ 인 정사각형 ABCD 를 그리면

㉤ □EFGH 는 정사각형이다.

$\therefore c^2 = a^2 + b^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉤

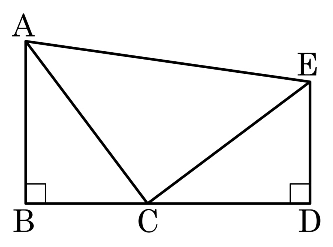
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

그림과 같이 직각삼각형 AEH 에서
한 변의 길이가 $a+b$ 인 정사각형 ABCD 를 그리면
△AEH ≡ △BFE ≡ △CGF ≡ △DHG 이므로 □EFGH 는 정사각형이다.
□ABCD = □EFGH + 4△AEH 이므로
$(a+b)^2 = c^2 + 4 \times \frac{1}{2}ab$
$\therefore c^2 = a^2 + b^2$

4. 다음 그림에서 두 직각삼각형 ABC 와 CDE는 합동이고, 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\triangle ACE$ 는 $\angle C = 90°$ 인 직각이등변삼각형이고, $\triangle ACE = 200$, $\overline{CD} = 12$ 일 때, 사다리꼴 ABDE 의 둘레의 길이는?

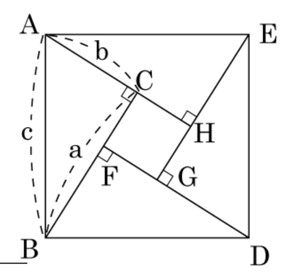


① 100　② $64 + 20\sqrt{3}$　③ $32 + 10\sqrt{2}$
④ 80　⑤ $56 + 20\sqrt{2}$

해설

$\triangle ACE$ 는 직각이등변삼각형이므로
$\overline{AC} = \overline{CE}$ 이고, $(\overline{AC})^2 = 2 \times 200 = 400$ 이므로
$\overline{AC} = 20\text{cm}$ 이다.
또, $\overline{AE} = \sqrt{400 + 400} = \sqrt{800} = 20\sqrt{2}$
$\overline{CE} = 20$, $\overline{CD} = 12$ 이므로
$\triangle CDE$ 는 피타고라스 정리에 의해
$\overline{DE} = \sqrt{400 - 144} = \sqrt{256} = 16$ 이다.
$\triangle ABE \equiv \triangle ECD$ 이므로
따라서 사다리꼴 ABDE 의 둘레의 길이는 $16 + 12 + 16 + 12 + 20\sqrt{2} = 56 + 20\sqrt{2}$ 이다.

5. 다음은 피타고라스 정리를 설명하는 과정이다. 밑줄에 들어갈 것으로 알맞은 것은?



> 직각삼각형 ABC 와 합동인 삼각형 4개를 맞추어 정사각형 ABDE 를 만든다.
>
> ________________________________
>
> 따라서 □ABDE의 넓이에서
>
> □ABDE $=$ 4△ABC $+$ □CFGH
>
> $c^2 = 4\times\frac{1}{2}ab+(a-b)^2 \quad \therefore\ c^2 = a^2+b^2$

① □ABDE는 한 변의 길이가 $a-b$인 정사각형이 된다.

② □ABDE는 한 변의 길이가 $b-a$인 정사각형이 된다.

③ □CFGH는 한 변의 길이가 $b-a$인 정사각형이 된다.

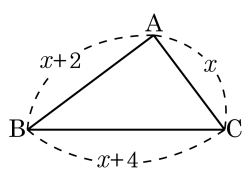
④ □CFGH는 한 변의 길이가 $a-b$인 마름모가 된다.

⑤ □CFGH는 한 변의 길이가 $a-b$인 정사각형이 된다.

해설

직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형 4개를 맞추어 정사각형 ABDE를 만든다.
□CFGH는 한 변의 길이가 $a-b$인 정사각형이 된다.
따라서 □ABDE의 넓이에서
□ABDE $=$ 4△ABC $+$ □CFGH
$c^2 = 4\times\frac{1}{2}ab+(a-b)^2 \quad \therefore\ c^2 = a^2+b^2$

6. 다음 그림과 같이 세 변이 각각 x, $x+2$, $x+4$ 인 삼각형이 직각삼각형이 되도록 하는 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

세 변은 모두 양수이어야 하므로 가장 작은 변인 x 가 양수이어야 한다.

$x > 0$

$(x+4)^2 = (x+2)^2 + x^2$

$x^2 + 8x + 16 = x^2 + 4x + 4 + x^2$

$x^2 - 4x - 12 = 0$

$x = 6$ 또는 -2

$x > 0$ 이므로 $x = 6$ 이 된다.

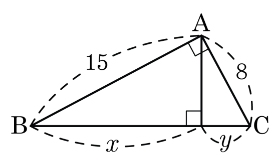
7. 세 변의 길이가 $9, 12, a$ 인 삼각형이 직각삼각형일 때, a 가 될 수 있는 값을 모두 구하면? (정답 2 개)

① 6　　② 15　　③ 18　　④ $\sqrt{53}$　　⑤ $3\sqrt{7}$

해설

(i) a 가 가장 긴 변일 때
$a^2 = 9^2 + 12^2 = 225 = 15^2$
$\therefore a = 15 (\because a > 0)$
(ii) 12 가 가장 긴 변일 때
$12^2 = a^2 + 9^2$
$a^2 = 63$
$\therefore a = 3\sqrt{7} (\because a > 0)$

8. 다음은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 이다. $\sqrt{\dfrac{x}{y}}$ 를 구하여라.



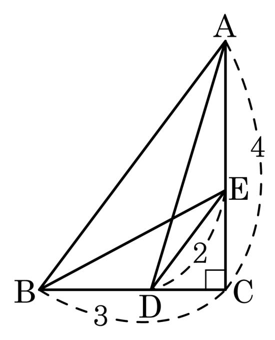
▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{15}{8}$

해설

피타고라스 정리를 적용하면
$x + y = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$
닮은 삼각형의 성질을 적용하면
$17x = 15^2, 17y = 8^2$ 이므로 $\sqrt{\dfrac{x}{y}} = \sqrt{\dfrac{17x}{17y}} = \dfrac{15}{8}$

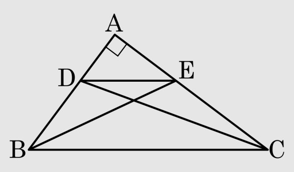
9. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC}=4$, $\overline{BC}=3$, $\overline{DE}=2$ 일 때, $\overline{AD}^2+\overline{BE}^2$ 의 값을 구하여라.



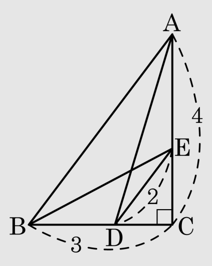
▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

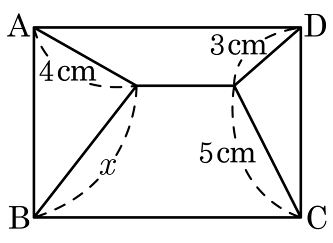


위의 직각삼각형 ABC 에서 다음 관계가 성립한다.
$\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$



따라서 $\overline{AB}=\sqrt{3^2+4^2}=5$, $\overline{AD}^2+\overline{BE}^2=2^2+5^2=29$

10. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 선분이 한 변에 평행하게 놓여있다. 선분의 끝점과 꼭짓점 사이의 거리가 각각 다음과 같을 때, x의 길이를 구하여라.

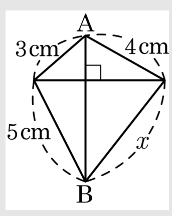


▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : $4\sqrt{2}$ cm

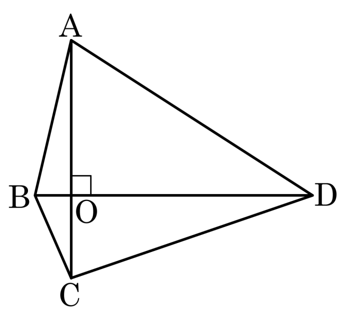
해설

두 삼각형 모양을 자른 후에 붙이면 다음과 같다.



그러므로 $x^2 + 3^2 = 4^2 + 5^2$, $x = 4\sqrt{2}$ (cm)

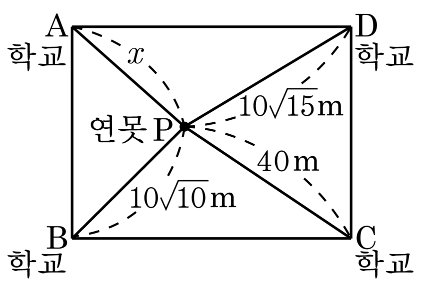
11. 다음과 같이 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 를 만족하는 사각형 ABCD 는 $\boxed{}$ 이 성립한다.
안에 들어갈 식으로 가장 적절한 것을 고르면?



① $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{CD}^2 + \overline{AD}^2$
② $\overline{AB}^2 + \overline{AD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2$
③ $\overline{AB}^2 - \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{AD}^2$
④ $\overline{AB}^2 - \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$
⑤ $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$

해설
$\triangle$ABO 에서 $\overline{AB}^2 = \overline{AO}^2 + \overline{BO}^2$
$\triangle$CDO 에서 $\overline{CD}^2 = \overline{CO}^2 + \overline{DO}^2$
$\triangle$BCO 에서 $\overline{BC}^2 = \overline{BO}^2 + \overline{CO}^2$
$\triangle$ADO 에서 $\overline{AD}^2 = \overline{AO}^2 + \overline{DO}^2$

12. 다음 그림과 같이 A, B, C, D 네 학교가 선으로 연결하면 직사각형이 된다. 연못에서 네 학교까지의 거리가 다음과 같을 때, A 학교에서 시속 9km 로 출발하여 연못에 도착하는데 걸리는 시간은 몇 초인가?



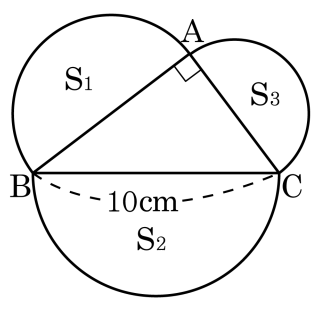
① 6 초 ② 8 초 ③ 10 초 ④ 12 초 ⑤ 14 초

해설

$x^2 + 40^2 = (10\sqrt{5})^2 + (10\sqrt{10})^2, x^2 = 900, x = 30\text{m}$ 이다.

(시간)$= \dfrac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$ 이므로 구하는 시간은 $\dfrac{30}{9000} \times 60 \times 60 = 12$ (초) 이다.

13. 그림과 같이 빗변의 길이가 10cm 인 $\triangle ABC$ 의 각 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 S_1 , S_2 , S_3 라고 할 때, $S_1+S_2+S_3$ 의 값을 구하면?



① $10\pi cm^2$　② $15\pi cm^2$　③ $20\pi cm^2$
④ $25\pi cm^2$　⑤ $30\pi cm^2$

해설

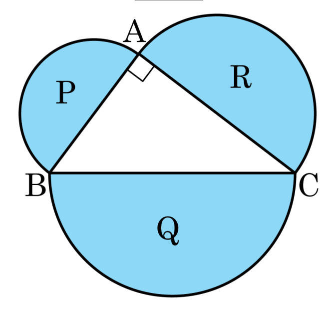
$S_1+S_3=S_2$

$S_1+S_2+S_3=2S_2$

$\therefore 2\times\pi\times5^2\times\frac{1}{2}=25\pi(\mathrm{cm}^2)$

14. 다음 보기에 주어진 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 지름으로 하는 반원의 넓이를 P, Q, R 라 하자.

보기



$\mathrm{P} = \frac{9}{2}\pi\mathrm{cm}^2, \mathrm{Q} = \frac{25}{2}\pi\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\overline{\mathrm{AC}}$ 의 길이를 구하면?

① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

해설

$\mathrm{R} = \mathrm{Q} - \mathrm{P}$ 이다.

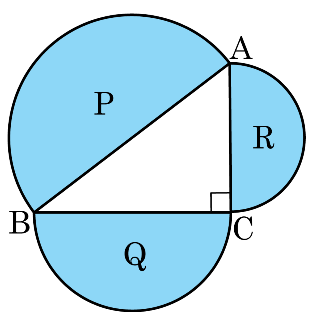
$\mathrm{R} = \frac{25}{2}\pi - \frac{9}{2}\pi = 8\pi(\mathrm{cm}^2)$ 이므로

$\frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{\overline{\mathrm{AC}}}{2}\right)^2 = 8\pi$ 에서

$\overline{\mathrm{AC}}^2 = 64$ 이다.

따라서 $\overline{\mathrm{AC}} = 8\mathrm{cm}(\because \overline{\mathrm{AC}} > 0)$ 이다.

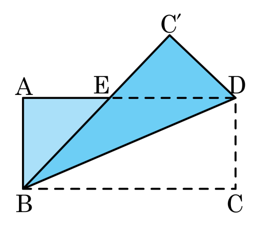
15. 다음 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 P, Q, R 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?



① $P = Q + R$ ② $P = QR$ ③ $Q^2 + R^2 = P^2$
④ $P = 2Q - R$ ⑤ $P = Q - R$

해설
작은 두 반원의 넓이의 합은 가장 큰 반원의 넓이와 같다.
① $P = Q + R$

16. 다음 그림은 $\overline{\mathrm{BC}} = 7$, $\overline{\mathrm{AB}} = 3$ 인 직사각형 ABCD 를 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 접었을 때, $\overline{\mathrm{C'E}} + \overline{\mathrm{AE}}$ 의 길이는?

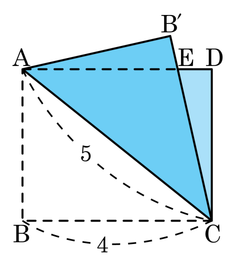


① $\dfrac{21}{5}$ ② $\dfrac{27}{6}$ ③ $\dfrac{31}{7}$
④ $\dfrac{40}{7}$ ⑤ $\dfrac{55}{7}$

해설

$\overline{\mathrm{C'E}} = \overline{\mathrm{AE}}$ 이므로 구하고자 하는 것은 $2\overline{\mathrm{AE}}$ 이다.
$\overline{\mathrm{AE}} = x$ 라고 하면 $\overline{\mathrm{BE}} = 7 - x$ 이므로 $\triangle\mathrm{ABE}$ 에 피타고라스 정리를 적용하면 $x = \dfrac{20}{7}$
따라서 $\overline{\mathrm{C'E}} + \overline{\mathrm{AE}} = 2 \times \dfrac{20}{7} = \dfrac{40}{7}$

17. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 $\overline{AC}$ 를 접는 선으로 하여 접은 것이다.
(△ACE의 넓이) − (△CDE의 넓이) 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{27}{8}$

해설

$\overline{\mathrm{DE}} = x$ 라 하면 $\overline{\mathrm{CE}} = 4 - x$ 이고 $\overline{\mathrm{CD}} = 3$ 이므로 △CDE 에 피타고라스 정리를 적용하면

$x = \frac{7}{8}$, $4 - x = \frac{25}{8}$

따라서 구하고자 하는 (△ACE의 넓이) − (△CDE의 넓이) $= \frac{1}{2} \times 3 \times \left(\frac{25}{8} - \frac{7}{8}\right) = \frac{27}{8}$ 이다.

18. 가로의 길이가 4cm , 대각선의 길이가 8cm 인 직사각형의 넓이를 구하면 $a\sqrt{b}\,\mathrm{cm}^2$ 이다. $a+b$ 를 구하여라.(단, b는 최소의 자연수)

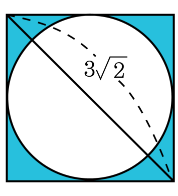
▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=19$

해설

세로의 길이를 x 라 하면, $x=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}(\mathrm{cm})$
따라서, 넓이는 $4\times4\sqrt{3}=16\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$
$a=16,\ b=3$이므로 $a+b=19$ 이다.

19. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 $3\sqrt{2}$ 인 정사각형 안에 내접하는 원이 있다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이는?

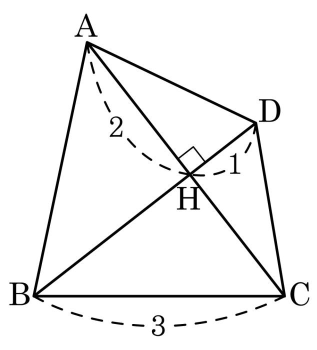


① $3\pi - 3\sqrt{2}$　② $3 - \frac{3}{2}\pi$
③ $9 - \frac{9}{4}\pi$　④ $9 - \frac{3}{2}\pi$
⑤ $3 - \frac{1}{2}\pi$

해설

대각선의 길이가 $3\sqrt{2}$ 인 정사각형의 한 변의 길이는 3 이고, 한 변의 길이는 내접원의 지름과 같으므로 원의 반지름의 길이는 $\frac{3}{2}$ 이다.
따라서 색칠한 부분의 넓이는 정사각형의 넓이에서 원의 넓이를 뺀 것과 같으므로
$3 \times 3 - \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \pi = 9 - \frac{9}{4}\pi$ 이다.

20. 다음 그림의 □ABCD 에서 대각선 AC 와 BD 는 서로 직교하고 있다. 대각선의 교점을 H 라 하고 $\overline{AH} = 2$, $\overline{DH} = 1$, $\overline{BC} = 3$ 일 때, $\overline{AB}^2 + \overline{DC}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$\overline{AB}^2 + \overline{DC}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$
$\overline{AD} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$
따라서,
$\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = (\sqrt{5})^2 + 3^2 = 14$
$\therefore \overline{AB}^2 + \overline{DC}^2 = 14$

21. 원에 내접하는 정육각형의 넓이가 $54\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, 원의 지름을 구하여라.

▶ 답： ______ cm

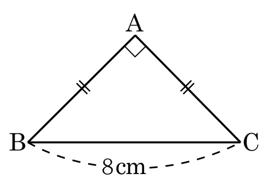
▷ 정답： 12 cm

해설

정육각형을 6 개의 정삼각형으로 나누면 한 개의 정삼각형의 넓이는 $54\sqrt{3} \div 6 = 9\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

따라서 정삼각형 한 변의 길이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 9\sqrt{3}$, $a^2 = 36$, $a = 6\,(\mathrm{cm})$ $(\because\ a > 0)$ 이다. 지름은 $6 \times 2 = 12\,(\mathrm{cm})$ 이다.

22. 아래 그림과 같이 빗변의 길이가 8 cm 인 직각이등변삼각형 ABC 의 넓이를 구하면?



① $32\,\mathrm{cm}^2$ ② $24\,\mathrm{cm}^2$

③ $16\,\mathrm{cm}^2$ ④ $8\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

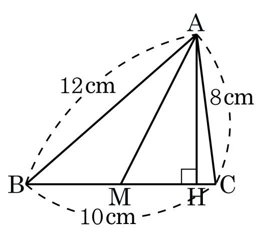
⑤ $4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$2\overline{\mathrm{AB}^2} = 8^2,\ \overline{\mathrm{AB}} = 4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

$\triangle\mathrm{ABC} = (4\sqrt{2})^2 \times \dfrac{1}{2} = 16(\,\mathrm{cm}^2)$

23. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이고 $\overline{AB} = 12cm$, $\overline{BC} = 10cm$, $\overline{AC} = 8cm$ 일 때 $\triangle AHM$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : $6\sqrt{7}$ cm^2

해설

$\overline{CH} = x$, $\overline{BH} = 10 - x$라 하면,

$8^2 - x^2 = 12^2 - (10 - x)^2$

$64 - x^2 = 144 - 100 + 20x - x^2$

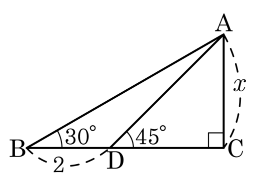
$x = 1cm$

$\overline{AH} = \sqrt{8^2 - 1^2} = 3\sqrt{7}(cm)$,

$\overline{MH} = 5 - 1 = 4(cm)$

$\triangle AMH = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{7} \times 4 = 6\sqrt{7}(cm^2)$

24. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{BD}} = 2$일 때, $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 길이는?



① $1+\sqrt{2}$　② $1+\sqrt{3}$
③ $2+\sqrt{3}$　④ $3+\sqrt{3}$
⑤ $4+\sqrt{3}$

해설

$\overline{\mathrm{AC}} = x$라 하면

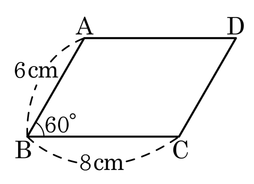
$1 : \sqrt{3} = x : x+2$

$\sqrt{3}x = x+2$

$(\sqrt{3}-1)x = 2$, $x = \dfrac{2}{\sqrt{3}-1} = \sqrt{3}+1$ 이다.

따라서 $\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{BD}} + \overline{\mathrm{DC}} = 3+\sqrt{3}$ 이다.

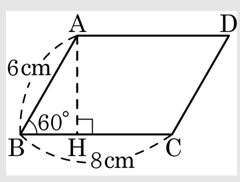
25. 다음 그림의 평행사변형은 두 변의 길이가 각각 $6\,\mathrm{cm}$, $8\,\mathrm{cm}$ 이고 한 내각의 크기가 $60°$ 이다.
이 도형의 넓이를 구하면?



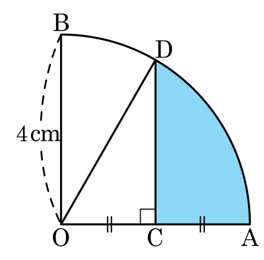
① $24\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$　② $20\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$　③ $16\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$
④ $12\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $8\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{\mathrm{AH}} = 3\sqrt{3}(\,\mathrm{cm})$
$\therefore$ (넓이) $= 8 \times 3\sqrt{3} = 24\sqrt{3}(\,\mathrm{cm}^2)$

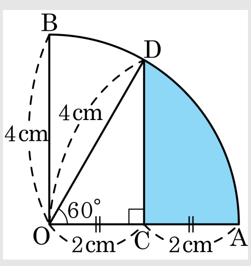


26. 다음 그림과 같이 반지름이 $4\,\mathrm{cm}$ 인 사분원이 있다. $\overline{OC} = \overline{CA}$, $\overline{DC} \perp \overline{OA}$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면?



① $8\sqrt{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$
② $\left(\frac{16}{3}\pi - \sqrt{3}\right)\,\mathrm{cm}^2$
③ $\left(\frac{8}{3}\pi - \sqrt{3}\right)\,\mathrm{cm}^2$
④ $\left(\frac{16}{3}\pi - 2\sqrt{3}\right)\,\mathrm{cm}^2$
⑤ $\left(\frac{8}{3}\pi - 2\sqrt{3}\right)\,\mathrm{cm}^2$

해설



$\angle DOC = 60^\circ$

$\overline{OB} = \overline{OD} = \overline{OA} = 4\,\mathrm{cm}$, $\overline{OC} = \overline{CA} = 2\,\mathrm{cm}$

$\overline{DC} = \sqrt{\overline{OD}^2 - \overline{OC}^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

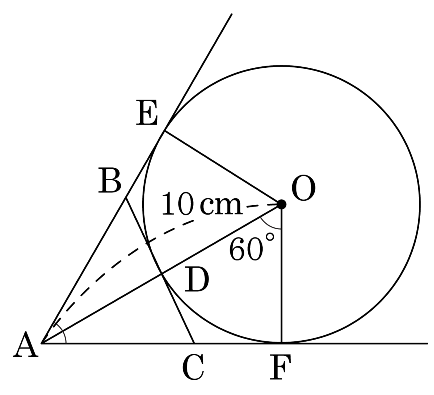
∴ (색칠한 부분의 넓이)

= 부채꼴 AOD 의 넓이$-\triangle$ODC 의 넓이

$= \pi \times 4^2 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} - \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2$

$= \frac{8}{3}\pi - 2\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

27. 다음 그림과 같이 반직선 AE, AF 가 원 O 의 접선일 때, 삼각형 ABC 의 둘레의 길이를 구하여라. (단, $\angle AOF = 60^\circ$, $\overline{AO} = 10\,\text{cm}$)



▶ 답: ______ cm

▷ 정답: $10\sqrt{3}$ cm

해설

$\angle EAO = 30^\circ$ 이므로
$\overline{EO} = 5\,\text{cm}$
$\overline{AE} = \overline{AF} = 5\sqrt{3}\,\text{cm}$
$\overline{BE} = \overline{BD}$, $\overline{CF} = \overline{CD}$
$\therefore$ ($\triangle ABC$ 의 둘레의 길이)$= \overline{AE} + \overline{AF} = 2\overline{AE} = 2 \times 5\sqrt{3} = 10\sqrt{3}(\text{cm})$

28. 좌표평면 위의 네 점 $\mathrm{A}(2,\ 4)$, $\mathrm{B}(-2,\ 1)$, $\mathrm{C}(-3,\ -5)$, $\mathrm{D}(1,\ -2)$ 를 꼭짓점으로 하는 $\square\mathrm{ABCD}$ 는 어떤 사각형인가?

▶ 답 :

▷ 정답 : 평행사변형

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(-2-2)^2+(1-4)^2} = \sqrt{25} = 5$
$\overline{\mathrm{CD}} = \sqrt{(1+3)^2+(-2+5)^2} = \sqrt{25} = 5$
$\overline{\mathrm{AD}} = \sqrt{(1-2)^2+(-2-4)^2} = \sqrt{37}$
$\overline{\mathrm{BC}} = \sqrt{(-3+2)^2+(-5-1)^2} = \sqrt{37}$
$\overline{\mathrm{AC}} = \sqrt{(-3-2)^2+(-5-4)^2} = \sqrt{106}$
$\overline{\mathrm{BD}} = \sqrt{(1+2)^2+(-2-1)^2} = \sqrt{18}$

따라서, $\square\mathrm{ABCD}$ 는 두 쌍의 대변의 길이가 같고, 두 대각선의 길이가 같지 않으므로 평행사변형이다.

29. 두 점 $\mathrm{A}(3, 2a+4), \mathrm{B}(a-2, 4)$ 사이의 거리가 $4\sqrt{5}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1 \pm 2\sqrt{3}$

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(a-2-3)^2 + (4-2a-4)^2} = \sqrt{(a-5)^2 + (-2a)^2} = 4\sqrt{5}$

$a^2 - 10a + 25 + 4a^2 = 80$

$5a^2 - 10a - 55 = 0$

$a^2 - 2a - 11 = 0$

$\therefore a = 1 \pm \sqrt{1+11} = 1 \pm 2\sqrt{3}$

30. 이차함수 $y = -2x^2 + 8x - 6$ 이 x 축과 만나는 좌표 중 오른쪽에 있는 점을 a, y 축과 만나는 점을 b 라고 할 때, 두 점 a, b 사이의 거리는?

① $\sqrt{5}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $5\sqrt{5}$ ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{3}$

해설

x 축과 만나는 점은 $y = 0$ 일 때이므로 $(1,\ 0)$, $(3,\ 0)$ 이다.
이 중 오른쪽에 있는 점은 $(3,\ 0)$ 이고,
y 축과 만나는 점은 $x = 0$ 일 때이므로 $(0,\ -6)$ 이다.
따라서 두 점 a, b 사이의 거리는
$\sqrt{(3-0)^2 + \{0-(-6)\}^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$ 이다.

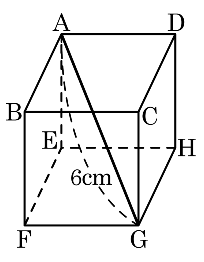
31. 다음 중 좌표평면 위의 점 $P(1,\ 1)$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 3 인 원의 내부에 있는 점의 좌표를 구하여라.

① $A(2,\ 6)$　② $B(1,\ 4)$　③ $C(5,\ 1)$
④ $D(-2,\ -2)$　⑤ $E(3,\ 1+\sqrt{2})$

해설

$\overline{PA} = \sqrt{1^2+5^2} = \sqrt{26} > 3$, 점 A 는 원 외부에 있다.
$\overline{PB} = \sqrt{0^2+3^2} = \sqrt{9} = 3$, 점 B 는 원 위에 있다.
$\overline{PC} = \sqrt{4^2+0} = \sqrt{16} > 3$, 점 C 는 원 외부에 있다.
$\overline{PD} = \sqrt{3^2+3^2} = \sqrt{18} > 3$, 점 D 는 원 외부에 있다.
$\overline{PE} = \sqrt{2^2+(\sqrt{2})^2} = \sqrt{6} < 3$
따라서, 점 E 는 원의 내부에 있다.

32. 정육면체의 대각선의 길이가 $6\,\mathrm{cm}$ 일 때, 이 정육면체의 부피를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad \mathrm{cm}^3}$

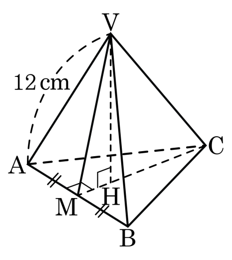
▷ 정답 : $24\sqrt{3}\,\underline{\mathrm{cm}^3}$

해설

$\sqrt{3}a = 6 \Rightarrow a = 2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

$V = 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 24\sqrt{3}(\mathrm{cm}^3)$

33. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12cm 인 정사면체 V – ABC 의 꼭짓점 V 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H, $\overline{AB}$ 의 중점을 M 이라 할 때, 다음 중 <u>틀린</u> 것은?



① 정사면체 V – ABC 의 높이는 $4\sqrt{6}$ cm 이다.

② $\overline{MC}$ 의 길이는 $6\sqrt{3}$ cm 이다.

③ △ABC 의 넓이는 $36\sqrt{3}\,cm^2$ 이다.

④ △VMH 의 넓이는 $12\sqrt{2}\,cm^2$ 이다.

⑤ 정사면체 V – ABC 의 부피는 $144\sqrt{6}\,cm^3$ 이다.

해설

한 변의 길이가 a 인 정삼각형에서의 높이 : $h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$, 넓이 : $S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

모서리의 길이가 a 인 정사면체에서 높이 : $h = \frac{\sqrt{6}}{3}a$, 부피 : $V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3$

① 정사면체 높이 $h = \frac{\sqrt{6}}{3}a = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 12 = 4\sqrt{6}(\text{cm})$

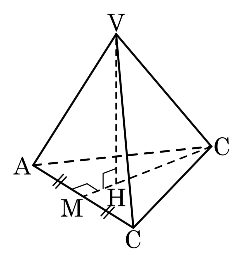
② $\overline{MC}$ 는 정삼각형의 높이 $h = \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 = 6\sqrt{3}(\text{cm})$

③ ABC 의 넓이 $S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 12^2 = 36\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

④ $\triangle VMH = \frac{1}{2} \times \overline{MH} \times \overline{VH} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 4\sqrt{6} = 12\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

⑤ 정사면체 V – ABC 의 부피 $V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3 = \frac{\sqrt{2}}{12} \times 12^3 = 144\sqrt{2}(\text{cm}^3)$

34. 다음 그림과 같이 부피가 $54\sqrt{6}\,\mathrm{cm}^3$ 인 정사면체 V – ABC 의 꼭짓점 V 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H, $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 중점을 D 이라 할 때, △VCH 의 넓이는?



① $12\sqrt{6}\,\mathrm{cm}^2$ ② $16\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ ③ $16\sqrt{6}\,\mathrm{cm}^2$

④ $18\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $24\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

해설

한 변의 길이가 a 인 정사면체에서의

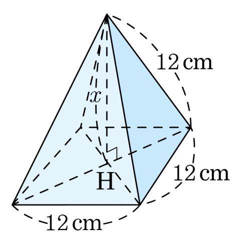
부피 :$V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3 = 54\sqrt{6}$ 이므로 한 변의 길이 $a = 6\sqrt{3}(\mathrm{cm})$ 이다.

한 변의 길이가 $6\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 인 정사면체에서의 높이 $\overline{\mathrm{VH}} = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 6\sqrt{3} = 6\sqrt{2}(\mathrm{cm})$ 이다.

한 변의 길이가 $6\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 인 정삼각형에서의 높이 $\overline{\mathrm{CD}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6\sqrt{3} = 9(\mathrm{cm})$ 이다.

$$\begin{aligned} \therefore \triangle\mathrm{VCH} &= \frac{1}{2} \times \overline{\mathrm{CH}} \times \overline{\mathrm{VH}} \\ &= \frac{1}{2} \times \left(\overline{\mathrm{CD}} \times \frac{2}{3}\right) \times \overline{\mathrm{VH}} \\ &= \frac{1}{2} \times 6 \times 6\sqrt{2} \\ &= 18\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2) \end{aligned}$$

35. 다음 그림과 같은 정사각뿔의 높이 x 의 길이는 ?



① $5\sqrt{2}$ cm ② $6\sqrt{2}$ cm ③ $7\sqrt{2}$ cm

④ $8\sqrt{2}$ cm ⑤ $9\sqrt{2}$ cm

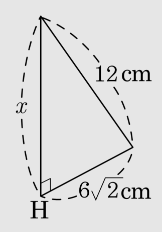
해설

면의 대각선의 길이는 $12\sqrt{2}$ cm 이므로

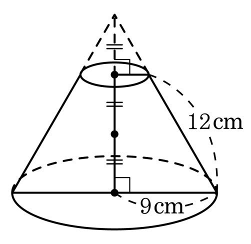
$x = \sqrt{12^2 - (6\sqrt{2})^2}$

$= \sqrt{144 - 72} = \sqrt{72}$

$= 6\sqrt{2}$(cm)



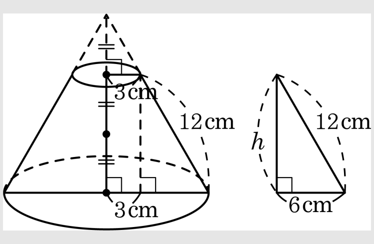
36. 다음 그림의 원뿔대는 밑면의 반지름이 9 cm 인 원뿔을 높이가 $\frac{2}{3}$ 인 점을 지나도록 자른 것이다. 이 원뿔대의 부피를 구하면?



① $486\sqrt{3}\pi\ cm^3$　② $243\sqrt{3}\pi\ cm^3$
③ $234\sqrt{3}\pi\ cm^3$　④ $162\sqrt{3}\pi\ cm^3$
⑤ $81\sqrt{3}\pi\ cm^3$

해설

$\therefore\ h = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}$ (cm)

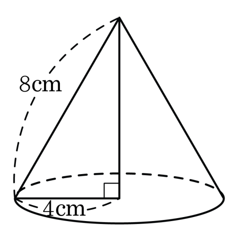


큰 원뿔 : 높이가 $9\sqrt{3}$ cm, 반지름이 9 cm
작은 원뿔 : 높이가 $3\sqrt{3}$ cm, 반지름이 3 cm
따라서 원뿔대의 부피는

$$\left(\frac{1}{3} \times \pi \times 9^2 \times 9\sqrt{3}\right) - \left(\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 3\sqrt{3}\right)$$

$= 234\sqrt{3}\pi$ (cm^3) 이다.

37. 다음과 같이 밑면의 반지름의 길이가 4 cm 이고, 모선의 길이가 8 cm 인 원뿔의 높이와 부피를 구하면?



① (높이) $= 2\sqrt{3}$ cm, (부피) $= \dfrac{64\sqrt{3}}{3}$ cm^3

② (높이) $= 3\sqrt{3}$ cm, (부피) $= \dfrac{64\sqrt{3}}{3}$ cm^3

③ (높이) $= 4\sqrt{3}$ cm, (부피) $= \dfrac{62\sqrt{3}}{3}$ cm^3

④ (높이) $= 4\sqrt{3}$ cm, (부피) $= \dfrac{65\sqrt{3}}{3}$ cm^3

⑤ (높이) $= 4\sqrt{3}$ cm, (부피) $= \dfrac{64\sqrt{3}}{3}$ cm^3

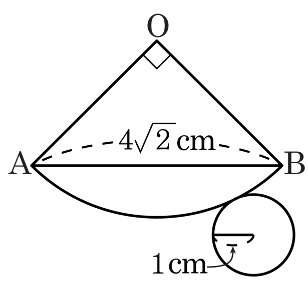
해설

높이를 h, 부피를 V라 하면

(1)$h = \sqrt{64-16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$

(2)$V = 4 \times 4 \times \pi \times 4\sqrt{3} \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{64\sqrt{3}}{3}\pi(\text{cm}^3)$

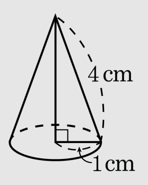
38. 다음 그림과 같이 중심각의 크기가 $90°$ 이고 $\overline{AB} = 4\sqrt{2}\,cm$ 인 부채꼴과 반지름이 $1\,cm$ 인 원으로 만든 원뿔의 모선의 길이와 높이를 바르게 말한 것은?



① $3\,cm$, $\sqrt{15}\,cm$　② $4\,cm$, $2\sqrt{3}\,cm$　③ $4\,cm$, $\sqrt{15}\,cm$
④ $5\,cm$, $2\sqrt{3}\,cm$　⑤ $5\,cm$, $\sqrt{15}\,cm$

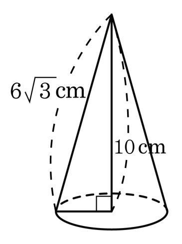
해설

$\overline{OA}$ 와 $\overline{OB}$ 는 부채꼴의 반지름이므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이다.
$\overline{OA} = \overline{OB} = x$, $\angle AOB = 90°$ 이므로 $x^2 + x^2 = (4\sqrt{2})^2$
$\therefore x = 4(\,cm)$
위의 전개도로 다음과 같은 원뿔이 만들어진다.



원뿔의 높이 $h = \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{16 - 1} = \sqrt{15}(\,cm)$ 이다.
따라서 원뿔의 모선의 길이가 $4\,cm$ 이고, 높이는 $\sqrt{15}\,cm$ 이다.

39. 다음 그림과 같은 원뿔이 있다. 이 원뿔의 겉넓이를 구하면?



① $(10\sqrt{6}\pi + 8\pi)\ \mathrm{cm}^2$

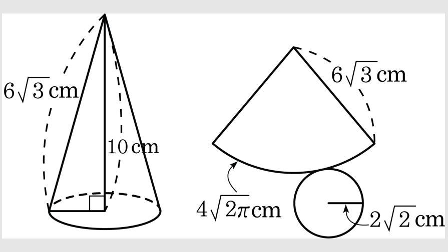
② $(10\sqrt{6}\pi + 9\pi)\ \mathrm{cm}^2$

③ $(12\sqrt{6}\pi + 7\pi)\ \mathrm{cm}^2$

④ $(12\sqrt{6}\pi + 8\pi)\ \mathrm{cm}^2$

⑤ $(12\sqrt{6}\pi + 9\pi)\ \mathrm{cm}^2$

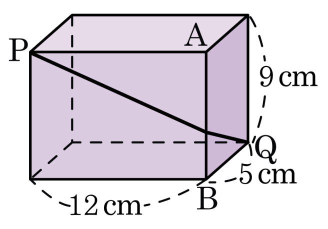
해설



$$
\begin{aligned}
(\text{밑면의 반지름의 길이}) &= r \\
&= \sqrt{(6\sqrt{3})^2 - 10^2} \\
&= \sqrt{8} \\
&= 2\sqrt{2}(\mathrm{cm})
\end{aligned}
$$

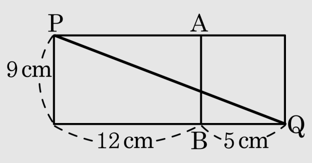
$$
\begin{aligned}
(\text{겉넓이}) &= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 4\sqrt{2}\pi + 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times \pi \\
&= 12\sqrt{6}\pi + 8\pi(\mathrm{cm}^2)
\end{aligned}
$$

40. 다음 그림과 같은 직육면체의 점 P 에서 모서리 AB 를 지나 점 Q 에 이르는 가장 짧은 거리는?



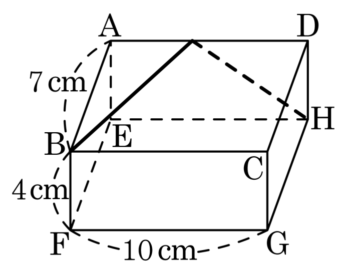
① 11 cm ② $\sqrt{83}$ cm ③ $\sqrt{161}$ cm
④ $\sqrt{321}$ cm ⑤ $\sqrt{370}$ cm

해설



$\therefore \sqrt{9^2+17^2} = \sqrt{370}(\mathrm{cm})$

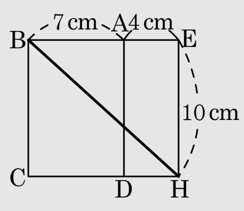
41. 다음 그림의 직육면체에서 점 B 부터 점 H 까지의 최단거리를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

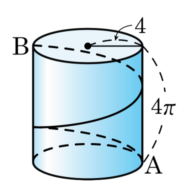
▷ 정답 : $\sqrt{221}$ cm

해설



$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{BH}} &= \sqrt{11^2+10^2}\\ &= \sqrt{121+100}\\ &= \sqrt{221}(\mathrm{cm})\end{aligned}$$

42. 다음 그림은 밑면의 반지름의 길이가 4 이고, 높이가 4π 인 원통이다. 그림과 같이 A 에서 B 까지 실로 원통을 한 바퀴 반 감아서 연결할 때, 실의 길이의 최소값을 구하면?

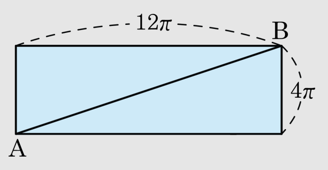


① $8\sqrt{2}\pi$ ② 6π ③ 10π

④ 8π ⑤ $4\sqrt{10}\pi$

해설

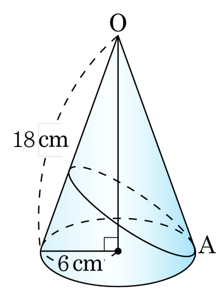
실의 길이의 최솟값은 실을 팽팽히 잡아당길 때이다. 전개도를 그려 보면 다음과 같다.



따라서, 실의 길이의 최솟값은 $\overline{AB}$ 의 길이와 같다.

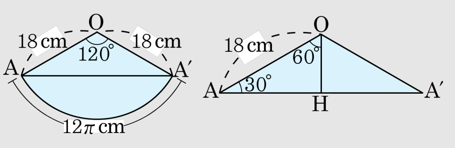
$\therefore\ \overline{AB} = \sqrt{(12\pi)^2 + (4\pi)^2} = 4\sqrt{10}\pi$

43. 다음은 모선의 길이가 18 cm 이고, 밑변의 반지름의 길이가 6 cm 인 원뿔을 그린 것이다. 점 A 를 출발하여 원뿔의 옆면을 지나 다시 점 A 로 돌아오는 최단 거리는 몇 cm 인가?



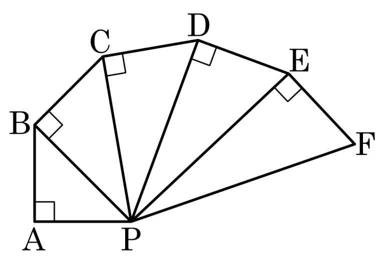
① $18\sqrt{3}$ ② $19\sqrt{3}$ ③ $20\sqrt{3}$
④ $21\sqrt{3}$ ⑤ $22\sqrt{3}$

해설



$\angle AOA' = x$ 라하면
$2\pi \times 18 \times \frac{x}{360°} = 2\pi \times 6$
$x = 120°$
$\overline{OA} : \overline{AH} = 2 : \sqrt{3}$
$\overline{AH} = a$ 라하면
$2 : \sqrt{3} = 18 : a$, $a = 9\sqrt{3}$(cm)
$\overline{AA'} = 2\overline{AH} = 18\sqrt{3}$(cm)

44. 다음 그림에서 $\overline{PF}$ 의 길이를 구하여라. (단, $\overline{AP} = \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = 1\,\text{cm}$)



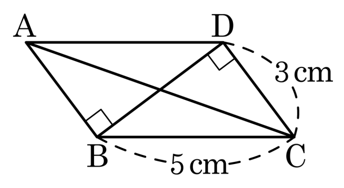
▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\sqrt{6}$ cm

해설

$\triangle PAB$, $\triangle PBC$, $\triangle PCD$, $\triangle PDE$,
$\triangle PEF$ 는 모두 직각삼각형이므로
피타고라스 정리를 이용하면
$\overline{PB} = \sqrt{2}(\text{cm})$, $\overline{PC} = \sqrt{3}(\text{cm})$,
$\overline{PD} = 2(\text{cm})$, $\overline{PE} = \sqrt{5}(\text{cm})$
$\overline{PF} = \sqrt{6}(\text{cm})$

45. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC} = 5\text{cm}$, $\overline{CD} = 3\text{cm}$ 일 때, $\overline{AC} + \overline{BD}$ 의 값은?

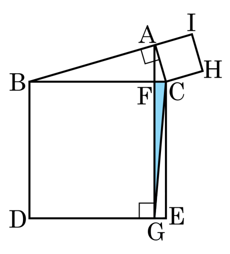


① $(2\sqrt{13}+2)\,\text{cm}$　② $(4\sqrt{13}+2)\,\text{cm}$
③ $(2\sqrt{13}+4)\,\text{cm}$　④ $(4\sqrt{13}+4)\,\text{cm}$
⑤ $10\,\text{cm}$

해설

삼각형 BCD 에서 피타고라스 정리에 따라
$5^2 = 3^2 + \overline{BD}^2$
$\overline{BD} > 0$ 이므로 $\overline{BD} = 4\,\text{cm}$ 이다.
평행사변형의 대각선은 다른 대각선을 이등분하므로
대각선끼리의 교점을 O 라 할 때,
삼각형 ABO 에 대해서
$\overline{AB} = 3\,\text{cm}$, $\overline{BO} = 2\,\text{cm}$
피타고라스 정리에 의해서 $\overline{AO} = \sqrt{3^2+2^2} = \sqrt{13}(\,\text{cm})$
$\therefore \overline{AC} + \overline{BD} = (4+2\sqrt{13})\,\text{cm}$ 이다.

46. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형이고 $\square BDEC$ 는 정사각형이다. $\overline{AG} \perp \overline{DE}$ 이고, $\overline{AB} = 24$, $\overline{BC} = 25$ 일 때, $\triangle FGC$ 의 넓이는 얼마인가?



① 48 ② $\frac{49}{2}$ ③ 50
④ $\frac{51}{2}$ ⑤ 52

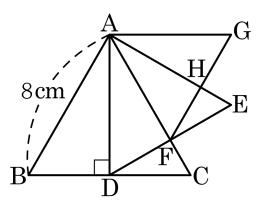
해설

$\overline{AC} = \sqrt{25^2 - 24^2} = 7$ 이므로 $\square ACHI = 49$

$\triangle FGC = \triangle ECF = \triangle ACH = \frac{1}{2}\square ACHI$ 이므로

$\triangle FGC = \frac{1}{2} \times 49 = \frac{49}{2}$ 이다.

47. 다음 그림은 크기가 다른 정삼각형 3 개를 겹쳐 그린 것이다. 가장 큰 정삼각형 ABC 의 한 변의 길이가 8 cm 일 때, 가장 작은 정삼각형 AFG 의 넓이를 구하여라.



① $7\sqrt{3}\,\text{cm}^2$　　② $8\sqrt{2}\,\text{cm}^2$

③ $8\sqrt{3}\,\text{cm}^2$　　④ $9\sqrt{2}\,\text{cm}^2$

⑤ $9\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

해설

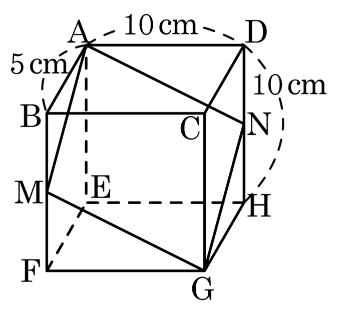
1) $\overline{\text{AD}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}$ (cm)

$\overline{\text{AF}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{3} = 6$ (cm)

2) $\triangle$AFG 는 한 변의 길이가 6 cm 인 정삼각형이므로 $S = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}$ (cm^2) 이다.

$\therefore$ $\triangle\text{AFG} = 9\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

48. 다음 그림과 같은 직육면체에서 $\overline{BF}$ 의 중점을 M , $\overline{DH}$ 의 중점을 N 이라 할 때, □AMGN 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 75 cm^2

해설

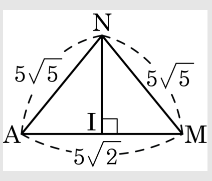
□AMGN 은 평행사변형이므로

□AMGN = 2△AMN

$\overline{AM} = \sqrt{5^2+5^2} = 5\sqrt{2}(\text{cm})$

$\overline{AN} = \sqrt{10^2+5^2} = 5\sqrt{5}(\text{cm})$

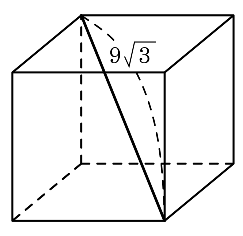
△AMN 은 $\overline{AN} = \overline{MN}$ 인 이등변삼각형이다.



$$\overline{NI} = \sqrt{\overline{AN}^2 - \overline{AI}^2} = \sqrt{(5\sqrt{5})^2 - \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{15\sqrt{2}}{2}(\text{cm})$$

$$\begin{aligned}(\square\text{AMGN의 넓이}) &= 2 \times (\triangle\text{AMN의 넓이}) \\ &= 2 \times \frac{1}{2} \times \overline{AM} \times \overline{NI} \\ &= 5\sqrt{2} \times \frac{15\sqrt{2}}{2} \\ &= 75(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

49. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 $9\sqrt{3}$ 인 정육면체의 부피 V 를 구하여라.



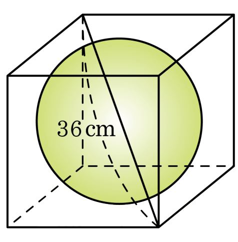
▶ 답 :

▷ 정답 : 729

해설

한 모서리의 길이를 a 라 하면
$\sqrt{3}a = 9\sqrt{3},\ a = 9 \qquad \therefore\ \mathrm{V} = 9^3 = 729$

50. 대각선 길이가 36 cm 인 정육면체 안에 꼭 맞는 구가 있다. 이 구의 부피를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^3

▷ 정답 : $864\sqrt{3}\pi$ cm^3

해설

정육면체의 한 모서리의 길이를 a라고 하면

$\sqrt{3}a = 36 \quad \therefore\ a = 12\sqrt{3}$ (cm)

(구의 반지름의 길이) $= 6\sqrt{3}$ (cm)

(구의 부피) $= \frac{4}{3}\pi \times \left(6\sqrt{3}\right)^3 = 864\sqrt{3}\pi$ (cm^3)