

1. 다음 중 10과 서로소인 것은?

① 2

② 5

③ 10

④ 13

⑤ 20

해설

- ① 2 와 10 의 최대공약수는 2 이므로 서로소가 아니다.
- ② 5 와 10 의 최대공약수는 5 이므로 서로소가 아니다.
- ③ 10 과 10 의 최대공약수는 10 이므로 서로소가 아니다.
- ④ 13 와 10 의 최대공약수는 1 이므로 서로소이다.
- ⑤ 20 과 10 의 최대공약수는 10 이므로 서로소가 아니다.

2. 다음은 영웅이와 미소의 대화이다. □ 안에 알맞은 수를 차례대로 써넣어라.

영웅 : 드디어 구했어! 미소야!
미소 : 무엇을 구했는데?
영웅 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 30이 답이야.
미소 : 그럼 그 두 수의 공약수도 모두 구할 수 있겠네?
영웅 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
미소 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
미소 : 그렇지! 그럼 공약수는 1, 2, 3, □, □, 10, 15, 30이구나.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 6

해설

영웅 : 드디어 구했어! 미소야!
미소 : 무엇을 구했는데?
영웅 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 30이 답이야.
미소 : 그럼 그 두 수의 공약수도 모두 구할 수 있겠네?
영웅 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
미소 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
미소 : 그렇지! 그럼 공약수는 1, 2, 3, □ = 5, □ = 6, 10, 15, 30이구나.

$30 = 2 \times 3 \times 5$ 이고, 2 의 약수는 1 과 2 , 3 의 약수는 1 과 3, 5 의 약수는 1 과 5 이므로

이들을 각각 곱하여 약수를 구하면 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30 이다.

3. 다음 중 12 의 배수이면서 동시에 15 의 배수가 되는 수는?

- ① 20 ② 30 ③ 40 ④ 60 ⑤ 100

해설

12 와 15 의 최소공배수인 60 의 배수를 찾으면 된다.

4. 12로 나누어도 1이 남고, 16로 나누어도 1이 남는 자연수 중 100보다 작은 자연수는?

① 48, 96 ② 48, 97 ③ 49, 97 ④ 50, 96 ⑤ 50, 97

해설

구하는 수는 12, 16의 공배수보다 1만큼 큰 수 중 100보다 작은 수이다. 이때, 12, 16의 최소공배수는 48이므로 12, 16의 공배수는 48, 96, ... 이다.
따라서 구하는 수는 49, 97이다.

5. 두 자연수의 곱이 84 이고 최대공약수가 1 일 때, 최소공배수는?

- ① 42 ② 84 ③ 90 ④ 168 ⑤ 336

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
 $84 = 1 \times (\text{최소공배수})$
따라서 최소공배수는 84 이다.

6. 130 을 나누어 몫이 7 이고 나머지가 4 인 수는?

① 15

② 16

③ 17

④ 18

⑤ 19

해설

나누는 수를 a 라 하면 $7 \times a + 4 = 130$, $7 \times a = 126$ 이므로 $a = 18$ 이다.

7. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

① $2 \times 2 \times 4 \times 4 \times 7 = 2^2 \times 4^2 \times 7$

② $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{4}{3^3}$

③ $\frac{1}{2 \times 2 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 5^2}$

④ $\frac{1}{3^2 \times 3^4} = \frac{1}{3^8}$

⑤ $a \times a \times a \times b \times b = a^3 \times b^2$

해설

② $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3^4}$, ④ $\frac{1}{3^2 \times 3^4} = \frac{1}{3^6}$

8. 다음 중 $2^4 \times 3^2 \times 5^3$ 의 소인수를 모두 구한 것은?

㉠ 2, 3, 5

㉡ 2, 3

㉢ 2

㉣ 3, 5

㉤ $2^3, 5$

해설

$2^4 \times 3^2 \times 5^3$ 이므로 소인수는 2, 3, 5이다.

9. $240 \times a = b^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 a, b 에 대하여 $b - a$ 의 값은?

① 45 ② 60 ③ 75 ④ 90 ⑤ 105

해설

$240 = 2^4 \times 3 \times 5$ 이므로 $a = 3 \times 5$

$2^4 \times 3 \times 5 \times (3 \times 5) = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$, $b = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$

$a = 15$, $b = 60$

$\therefore b - a = 45$

10. 다음 수들 중 약수의 개수가 다른 것은?

- ① $3^3 \times 2^2$
- ② 3×2^5
- ③ $2^4 \times 3^2$
- ④ $2 \times 3 \times 5^2$
- ⑤ $5^3 \times 7^2$

해설

$N = a^x b^y c^z$ 으로 소인수분해 될 때 N 의 약수의 개수는 $(x+1) \times (y+1) \times (z+1)$ 개다.

- ① $3^3 \times 2^2 \rightarrow (3+1) \times (2+1) = 4 \times 3 = 12$
- ② $3 \times 2^5 \rightarrow (1+1) \times (5+1) = 2 \times 6 = 12$
- ③ $2^4 \times 3^2 \rightarrow (4+1) \times (2+1) = 5 \times 3 = 15$
- ④ $2 \times 3 \times 5^2 \rightarrow (1+1) \times (1+1) \times (2+1) = 2 \times 2 \times 3 = 12$
- ⑤ $5^3 \times 7^2 \rightarrow (3+1) \times (2+1) = 4 \times 3 = 12$

11. $2 \times 3 \times \square$ 는 어떤 수를 소인수분해한 식이고 이 수는 약수의 개수가 8 개인 가장 작은 수이다. $\square$ 안에 알맞은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$2 \times 3 \times a^n$$

$$(1+1) \times (1+1) \times (n+1) = 8 \therefore n = 1$$

2, 3 을 제외한 가장 작은 소수는 5 이므로 $5^1 = 5$

12. 38을 나누면 2가 남고 45를 나누면 3이 부족한 수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$38 - 2 = 36$ 과 $45 + 3 = 48$ 의 최대공약수는 12 이다.

13. 두 수 $A = 2^a \times 3^2 \times 5$, $B = 2^4 \times 3^b$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이고
최소공배수는 $2^4 \times 3^3 \times 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$A = 2^a \times 3^2 \times 5, B = 2^4 \times 3^b$$

$$\text{최대공약수: } 2^2 \times 3^2$$

$$\text{최소공배수: } 2^4 \times 3^3 \times 5$$

$$a = 2, b = 3$$

$$a + b = 2 + 3 = 5$$

14. 두 분수 $\frac{1}{24}$, $\frac{1}{36}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

구하는 수는 24 와 36 의 최소공배수이므로 72 이다.

15. 200 에 가장 가까운 14 의 배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 196

해설

$14 \times 14 = 196$, $14 \times 15 = 210$ 이므로 200 에 가장 가까운 배수는 196 이다.

16. 연속하는 세 자연수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 가 15 의 배수가 되는 순서쌍 (a, b, c) 는 모두 몇 개인지 구하여라.(단, $a \leq 100$)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 20 개

해설

$b = a + 1, c = a + 2$ 이므로,
 $a + (a + 1) + (a + 2) = 15k$
 $\rightarrow 3a = 15k - 3 \rightarrow a = 5k - 1 \rightarrow a$ 는 5 로 나누어서 나머지가 4 인 수이다.
 $a \leq 100$ 일 때, a 의 개수는 20 개이다.
 $\therefore$ 순서쌍 (a, b, c) 의 개수=20 개

17. $10^a = 1000$, $\frac{1}{10^b} = 0.01$ 을 만족하는 두 자연수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 10 \times 10 = 100$$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$$

이므로 $a = 3$ 이다.

$$\frac{1}{10^1} = \frac{1}{10} = 0.1$$

$$\frac{1}{10^2} = \frac{1}{10 \times 10} = \frac{1}{100} = 0.01$$

이므로 $b = 2$ 이다.

$$\therefore a + b = 3 + 2 = 5 \text{ 이다.}$$

18. 자연수 288 의 약수의 개수와 자연수 $4 \times 3 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$288 = 2^5 \times 3^2$ 이므로

약수의 개수는 $(5 + 1) \times (2 + 1) = 18$ (개)

$4 \times 3 \times 7^a = 2^2 \times 3 \times 7^a$ 이므로

약수의 개수는

$(2 + 1) \times (1 + 1) \times (a + 1) = 6 \times (a + 1)$ (개)

$6 \times (a + 1) = 18$ 이므로

$a + 1 = 3$

$\therefore a = 2$

19. 두 수 $3^x \times 7^5 \times 11^7$, $3^3 \times 7^y \times 11^z$ 의 최대공약수가 $3^2 \times 7^3 \times 11^5$ 일 때, $x+y+z$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

최대공약수가 $3^2 \times 7^3 \times 11^5$ 이고
 $3^3 \times 7^y \times 11^z$ 에서 3 의 지수가 3 이므로
 $3^x \times 7^5 \times 11^7$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.
같은 방식으로
 $3^x \times 7^5 \times 11^7$ 에서 7 의 지수가 5 이므로
 $3^3 \times 7^y \times 11^z$ 에서 7 의 지수가 3 이어야 한다.
또한,
 $3^x \times 7^5 \times 11^7$ 에서 11 의 지수가 7 이므로
 $3^3 \times 7^y \times 11^z$ 에서 11 의 지수가 5 이어야 한다.
따라서 $x = 2$, $y = 3$, $z = 5$ 이다.

20. 빨간 색종이 63 장과 파란 색종이 45 장, 노란 색종이 36 장을 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 몇 명의 학생에게 나누어 줄 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 9 명

해설

세 수의 최대공약수를 구한다.

3

)

63

45

36

3

)

21

15

12

7

5

4

∴

$3 \times 3 = 9$

21. 네 변의 길이가 각각 96 m, 160 m, 192 m, 224 m 인 사각형 모양의 토지가 있다. 이 토지의 둘레에 같은 간격으로 말뚝을 박아 울타리를 만들려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 말뚝을 박아야 하고, 말뚝의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 한다. 말뚝 사이의 간격은 20 m 를 넘지 않게 할 때, 말뚝은 모두 몇 개가 필요한지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 42 개

해설

말뚝과 말뚝 사이의 간격은 96, 160, 192, 224 의 공약수이고, 20 보다 작은 수 중 가장 큰 공약수는 16 이다. 사각형의 둘레는 $96 + 160 + 192 + 224 = 672$ (m) 이므로 말뚝의 개수는 $672 \div 16 = 42$ (개) 이다.

22. 소인수분해를 이용하여 세 수 24, 32, 36 의 최소공배수를 구하면?

- ① 4 ② 48 ③ 96 ④ 288 ⑤ 360

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 32} \\ 2 \overline{) 16} \\ 2 \overline{) 8} \\ 2 \overline{) 4} \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36} \\ 2 \overline{) 18} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \end{array}$$

$$\therefore 24 = 2^3 \times 3 \quad \therefore 32 = 2^5 \quad \therefore 36 = 2^2 \times 3^2$$

따라서 최소공배수는 $2^5 \times 3^2 = 288$ 이다.

23. 다음 조건을 각각 만족하는 자연수의 개수의 합을 구하여라.

- ㉠ 최대공약수가 24인 두 수 a, b 의 공약수
- ㉡ 50보다 크지 않은 4와 6의 공배수

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

㉠ 최대공약수가 24인 두 수 a, b 의 공약수는 24의 공약수이므로
 $24 = 2^3 \times 3^1$ 에서 약수의 개수는
 $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8(\text{개})$

㉡ 4와 6의 최소공배수는 12이므로
50보다 작은 12의 배수는 12, 24, 36, 48의 4개
 $\therefore 8 + 4 = 12$

24. 서울에서 세 개의 도시로 버스가 각각 10 분, 15 분, 12 분마다 출발한다고 한다. 오전 8 시 20 분에 이 세 방면으로 버스가 동시에 출발했다면 그 후에 세 버스가 동시에 출발하는 시간은?
- ① 오전 9 시

② 오전 10 시 40 분

③ 오후 1 시 10 분

④ 오후 2 시

⑤ 오후 2 시 20 분

해설

버스가 동시에 출발하는 간격은 10, 12, 15 의 최소공배수 60 (분)이다.
즉, 1 시간 간격이므로 매시 20 분에 동시에 출발하므로 오후 2 시 20분이다.

25. 가로 길이가 8cm, 세로 길이가 12cm 인 타일이 있다. 이것을 붙여서 제일 작은 정사각형을 만들 때, 모두 몇 개의 타일이 필요한지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 6 개

해설

조건을 만족하는 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이는 8 과 12
의 최소공배수이므로

8 과 12 의 최소공배수를 구하면 24 이다.

필요한 타일의 개수는

$$(24 \div 8) \times (24 \div 12) = 3 \times 2 = 6 \text{ 이다}$$

$(24 \div 8) \times (24 \div 12) = 3 \times 2 = 6$ 이다.
즉, 6 개를 붙이면 최소의 정사각형이 된다.

