

1. 이차함수 $y = 2x^2 + kx - k$ 의 그래프가 x 축과 만나도록 하는 상수 k 의 값이 아닌 것은?

① -8

② -1

③ 0

④ 5

⑤ 8

해설

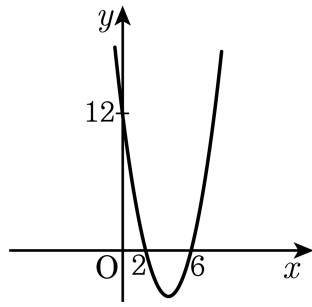
이차방정식 $2x^2 + kx - k = 0$ 에서 $D = k^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-k) \geq 0$ 이어야 하므로

$$k^2 + 8k \geq 0, \quad k(k + 8) \geq 0$$

$$\therefore k \leq -8 \text{ 또는 } k \geq 0$$

따라서 위의 k 의 값의 범위에 속하지 않는 것은 ②이다.

2. 다음은 이차함수 $y = (x - 2)(x - 6)$ 의 그래프이다.



이 이차함수가 x 축과 만나는 두 점을 각각 A, B라 할 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차방정식 $(x - 2)(x - 6) = 0$ 에서 $x = 2$ 또는 $x = 6$
따라서 A (2, 0), B (6, 0) 이므로 $\overline{AB} = 4$

3. 포물선 $y = -x^2 + kx$ 와 직선 $y = x + 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 k 의 범위는?

- ① $k > 2, k < -1$ ② $k > 3, k < -1$ ③ $k > 1, k < -1$
④ $k > 3, k < -2$ ⑤ $k > 3, k < -3$

해설

포물선과 직선이 다른 두 점에서 만나므로
 $-x^2 + kx = x + 1, x^2 + (1 - k)x + 1 = 0$ 에서
 $D = (1 - k)^2 - 4 > 0$
 $k^2 - 2k - 3 = (k - 3)(k + 1) > 0$
 $\therefore k > 3$ 또는 $k < -1$

4. 이차함수 $y = ax^2 + bx - 3$ 이 $x = 2$ 에서 최댓값 5 를 가질 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

이차함수 $y = ax^2 + bx - 3$ 이
 $x = 2$ 에서 최댓값 5 를 가지므로
 $y = a(x - 2)^2 + 5 = ax^2 - 4ax + 4a + 5$
위의 식이 $y = ax^2 + bx - 3$ 과 일치하므로
 $-4a = b, 4a + 5 = -3$
 $\therefore a = -2, b = 8$
 $\therefore a + b = 6$

5. 함수 $f(x) = x^2 - 2x + 2$ 의 최솟값을 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ $\frac{1}{2}$

⑤ 2

해설

$f(x) = x^2 - 2x + 2 = (x - 1)^2 + 1$ 에서
 $x = 1$ 일 때 최소이며 최솟값은 $f(1) = 1$

6. 다음 함수의 최댓값 및 최솟값을 구하여라.

$$y = x^2 - 2x - 3 \quad (0 \leq x \leq 4)$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최댓값 5

▷ 정답 : 최솟값 -4

해설

먼저, 주어진 식을 $y = a(x - m)^2 + n$ 의 꼴로 변형하여 그래프를 그린 다음 주어진 구간 안에서 가장 높은 점과 가장 낮은 점을 조사한다.

$$y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$$

꼭짓점 : $x = 1$ 일 때 $y = -4$

$$\text{양끝점 : } \begin{cases} x = 0 \text{ 일 때 } y = -3 \\ x = 4 \text{ 일 때 } y = 5 \end{cases}$$

$x = 4$ 에서 최댓값 5, $x = 1$ 에서 최솟값 -4

7. 다음 함수의 최댓값 및 최솟값을 구하여라.

$$y = -x^2 + 4x \quad (1 \leq x \leq 5)$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최댓값 4

▷ 정답 : 최솟값 -5

해설

$$y = -x^2 + 4x = -(x - 2)^2 + 4$$

꼭짓점 : $x = 2$ 일 때 $y = 4$

$$\text{양끝점 : } \begin{cases} x = 1 \text{ 일 때 } y = 3 \\ x = 5 \text{ 일 때 } y = -5 \end{cases}$$

$x = 2$ 에서 최댓값 4

$x = 5$ 에서 최솟값 -5

8. $-2 \leq x \leq 1$ 에서 이차함수 $f(x) = x^2 + 2x$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f(x) = x^2 + 2x = (x + 1)^2 - 1$, $-2 \leq x \leq 1$ 에서

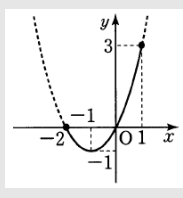
$y = f(x)$ 의 그래프는 아래 그림과 같다.

즉, $f(-2) = 0$, $f(-1) = -1$, $f(1) = 3$

따라서, $x = 1$ 일 때 최댓값 3,

$x = -1$ 일 때 최솟값 -1 을 가지므로

구하는 합은 $3 - 1 = 2$



9. 이차함수 $y = x^2 - 8x + a$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표가 6, b 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

이차함수 $y = x^2 - 8x + a$ 의 그래프와

x 축과의 교점의 x 좌표는

이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$ 의 실근이다.

$x^2 - 8x + a = 0$ 에 $x = 6$ 을 대입하면

$36 - 48 + a = 0$ 에서 $a = 12$

따라서 $x^2 - 8x + 12 = 0$ 에서 $(x - 2)(x - 6) = 0$

$x = 2$ 또는 $x = 6$

$\therefore b = 2 \therefore a + b = 14$

10. 직선 $y = 3x + 2$ 와 포물선 $y = x^2 + mx + 3$ 이 두 점에서 만나기 위한 실수 m 의 범위를 구하면?

- ① $m < -1, m > 3$ ② $m < 1, m > 5$ ③ $-1 < m < 3$
④ $-1 < m < 5$ ⑤ $1 < m < 5$

해설

$y = 3x + 2, y = x^2 + mx + 3$ 에서 y 를 소거하면
 $x^2 + (m - 3)x + 1 = 0, D = (m - 3)^2 - 4 > 0$
 $m^2 - 6m + 5 > 0, (m - 1)(m - 5) > 0$
 $\therefore m < 1, m > 5$

11. 함수 $y = -x^2 + kx$ 의 그래프가 직선 $y = -x + 4$ 에 접할 때, 양수 k 의 값은?

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

$y = -x^2 + kx$ 가 $y = -x + 4$ 에 접하려면
 $4 - x = -x^2 + kx \Rightarrow x^2 - (k+1)x + 4 = 0$ 의 판별식은 $D = 0$ 이어야 한다.
 $D = (k+1)^2 - 16 = 0 \Rightarrow k+1 = \pm 4$
 $\therefore k = 3$ ($\because k > 0$)

12. x 에 대한 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 5k^2 - 5k + 7$ 에 대하여 y 가 최소가 되도록 하는 x 의 값과 그 때의 y 의 값으로 옳은 것은?

① $x = k, y = k^2 + k + 2$

② $x = k, y = k^2 - 3k + 4$

③ $x = 2k, y = k^2 + 4k + 1$

④ $x = 2k, y = k^2 - 5k + 7$

⑤ $x = 3k, y = 2k^2 - 3k + 6$

해설

$y = x^2 - 4kx + 5k^2 - 5k + 7$
 $= (x - 2k)^2 + k^2 - 5k + 7$ 이므로
주어진 이차함수는 $x = 2k$ 일 때
최솟값 $k^2 - 5k + 7$ 을 갖는다.
따라서, 구하는 x, y 의 값은
 $x = 2k, y = k^2 - 5k + 7$

13. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 점 $(1, 5)$ 를 지나고, $x = -1$ 일 때 최솟값 -3 을 가진다. 이 때, abc 의 값은?

① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

해설

$y = a(x+1)^2 - 3$ 에 $(1, 5)$ 를 대입하면 $a = 2$

따라서 $y = 2(x+1)^2 - 3$ 을 전개하면

$y = 2x^2 + 4x - 1$ 이므로 $a = 2$, $b = 4$, $c = -1$

$\therefore abc = -8$

14. 이차함수 $y = ax^2 + bx - 3$ 은 $x = 2$ 일 때 최댓값 5를 가진다. 이때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수)

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$y = ax^2 + bx - 3 = a(x - 2)^2 + 5$$

$$= ax^2 - 4ax + 4a + 5 \text{ 이므로}$$

$$b = -4a, \quad -3 = 4a + 5$$

두 식을 연립하여 풀면 $a = -2, b = 8$

$$\therefore a + b = 6$$

15. 함수 $y = \frac{6}{x^2 - 2x + 4}$ 의 최댓값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 - 2x + 4 = (x - 1)^2 + 3 > 0$ 이므로

분모가 최소가 될 때 y 가 최대이다.

$\therefore x = 1$ 일 때 최댓값 $\frac{6}{3} = 2$

16. $-2 \leq x \leq 2$ 에서 함수 $y = -x^2 + 4x + k$ 의 최댓값이 6 일 때, 최솟값은?

① -14 ② -12 ③ -10 ④ -8 ⑤ -6

해설

$y = -x^2 + 4x + k = -(x - 2)^2 + k + 4$ 이므로

$x = 2$ 일 때 y 의 최댓값은 $k + 4$ 이다.

따라서 $k + 4 = 6$ 에서 $k = 2$

$-2 \leq x \leq 2$ 에서 $y = -(x - 2)^2 + 6$ 은 $x = -2$ 일 때 최솟값을 가지며, 최솟값은 -10 이다.

17. $-1 \leq x \leq 1$ 에서 이차함수 $f(x) = x^2 - 4x - 2a$ 의 최솟값이 1 일 때, 상수 a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$f(x) = x^2 - 4x - 2a = (x-2)^2 - 2a - 4$$

이 때, 꼭짓점의 x 좌표 2 가 $-1 \leq x \leq 1$ 에 속하지 않으므로

$f(-1), f(1)$ 중 작은 값이 최솟값이다.

따라서, 최솟값은 $f(1) = -3 - 2a = 1$

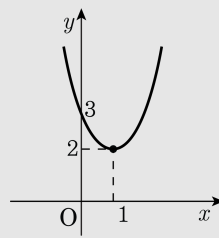
$\therefore a = -2$

18. 함수 $y = x^2 - 2x + 3$ 의 x 의 범위가 $0 < x < 1$ 일 때, 이 함수의
함숫값의 범위를 구하면?

- ① $-2 < y < 3$ ② $-2 < y < 2$ ③ $0 < y < 3$
④ $0 < y < 2$ ⑤ $2 < y < 3$

해설

$y = x^2 - 2x + 3 = (x - 1)^2 + 2$
따라서 함수의 그래프는 다음의 그림과
같다.
 $f(0) = 3$, $f(1) = 2$ 이므로
함숫값의 범위는 $2 < y < 3$



19. x 의 범위가 $0 \leq x \leq 3$ 일 때, 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 1$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 한다. 이 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

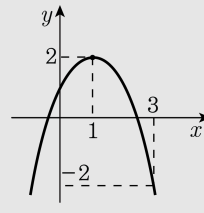
▷ 정답 : 0

해설

$$y = -x^2 + 2x + 1 = -(x - 1)^2 + 2$$

이므로 오른쪽 그림에서 주어진 이차함수는 $x = 1$ 일 때, 최댓값 2, $x = 3$ 일 때, 최솟값 -2를 가짐을 알 수 있다.

$$\therefore M + m = 2 + (-2) = 0$$



20. x 의 범위가 $1 \leq x \leq 2$ 일 때, 함수 $y = x^2 - x - 1$ 의 최댓값과 최솟값의 곱은?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$y = x^2 - x - 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} \text{ 이므로}$$

꼭짓점의 x 좌표 $\frac{1}{2}$ 이 x 의 범위에 포함되지 않는다.

$x = 1$ 일 때, $y = -1$ (최솟값),

$x = 2$ 일 때, $y = 1$ (최댓값)

따라서 최댓값과 최솟값의 곱은 -1 이다.

21. x 의 범위가 $-3 \leq x \leq 2$ 일 때, 이차함수 $y = x^2 - 2x - 1$ 의 최댓값은 M , 최솟값은 m 이다. $M + m$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$y = x^2 - 2x - 1 = (x - 1)^2 - 2$$

$$\Rightarrow m : x = 1 \text{ 일 때 } : -2,$$

$$M : x = -3 \text{ 일 때 } : 14$$

$$\therefore m + M = 12$$

22. 다음 이차함수 $y = x^2 - 2x - 2$ 의 x 의 범위가 $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, 이 함수의 최댓값은?

① -3

② -2

③ 0

④ 6

⑤ 9

해설

$y = x^2 - 2x - 2 \Rightarrow y = (x - 1)^2 - 3$
 $-2 \leq x \leq 2$ 이므로 $x = 1$ 에서 최솟값,
 $x = -2$ 에서 최댓값을 갖는다.
 $\therefore$ 최댓값 : $(-2 - 1)^2 - 3 = 6$

23. 이차함수 $y = x^2 - kx + 4$ 의 그래프와 x 축이 서로 다른 두 점에서 만날 때, 실수 k 의 값 또는 k 의 값의 범위를 구하면?

① $k < -4$ 또는 $k > 4$

② $k < -2$ 또는 $k > 2$

③ $k < -1$ 또는 $k > 1$

④ $k < -\frac{2}{3}$ 또는 $k > \frac{2}{3}$

⑤ $k < -\frac{1}{4}$ 또는 $k > \frac{1}{4}$

해설

이차방정식 $x^2 - kx + 4 = 0$ 에서 $D = (-k)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = k^2 - 16$
 $D = k^2 - 16 > 0$ 이어야 하므로 $(k + 4)(k - 4) > 0$
 $\therefore k < -4$ 또는 $k > 4$

24. 이차함수 $y = x^2 + ax + 1$ 의 그래프와 직선 $y = 3x - 8$ 이 만나지 않도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-5 < a < -1$ ② $-3 < a < 9$ ③ $-1 < a < 4$
④ $2 < a < 6$ ⑤ $4 < a < 7$

해설

이차방정식 $x^2 + ax + 1 = 3x - 8$,
즉 $x^2 + (a - 3)x + 9 = 0$ 이 이차방정식이 허근을 가져야 하므로
 $D = (a - 3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 < 0$
 $a^2 - 6a - 27 < 0$
 $(a + 3)(a - 9) < 0$
 $\therefore -3 < a < 9$

25. 이차함수 $y = x^2 + x - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 m 만큼 평행이동하면 x 축과 서로 다른 두 점에서 만난다. 이때, 정수 m 의 최댓값은?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

이차함수 $y = x^2 + x - 1$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 1 만큼,
 y 축의 방향으로 m 만큼 평행이동하면
 $y - m = (x - 1)^2 + (x - 1) - 1$
 $\therefore y = x^2 - x - 1 + m$
이 함수의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나므로 방정식
 $x^2 - x - 1 + m = 0$ 에서
 $D = 1 - 4(-1 + m) > 0$
 $5 - 4m > 0 \quad \therefore m < \frac{5}{4}$
따라서 정수 m 의 최댓값은 1 이다.

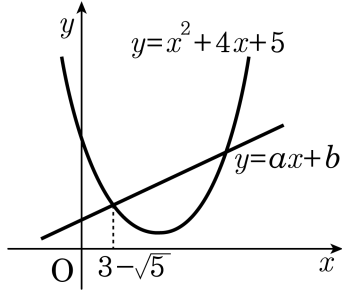
26. 이차함수 $y = x^2 + ax + 3$ 의 그래프와 직선 $y = x + 3a$ 가 만나지 않도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $-12 < a < 1$ ② $-12 < a < 2$ ③ $-11 < a < 1$
④ $-11 < a < 2$ ⑤ $-10 < a < 2$

해설

이차함수 $y = x^2 + ax + 3$ 의 그래프와
직선 $y = x + 3a$ 는 서로 만나지 않으므로
이차방정식 $x^2 + ax + 3 = x + 3a$,
즉 $x^2 + (a-1)x + 3-3a = 0$ 에서
 $D = (a-1)^2 - 4(3-3a) < 0$
 $a^2 + 10a - 11 < 0$, $(a+11)(a-1) < 0$
 $\therefore -11 < a < 1$

27. 다음 그림과 같이 포물선 $y = x^2 - 4x + 5$ 와 직선 $y = ax + b$ 의 두 교점 중 한 교점의 x 좌표가 $3 - \sqrt{5}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?



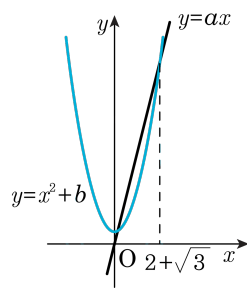
- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

연립방정식 $y = x^2 - 4x + 5$, $y = ax + b$ 에서
 y 를 소거하면 $x^2 - 4x + 5 = ax + b$
 $x^2 - (4 + a)x + 5 - b = 0 \cdots \textcircled{1}$
 이 때, 계수가 유리수인 방정식 $\textcircled{1}$ 의 한 근이
 $3 - \sqrt{5}$ 이므로 $3 + \sqrt{5}$ 도 근이 된다.
 $\therefore (3 - \sqrt{5}) + (3 + \sqrt{5}) = 4 + a$
 $(3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5}) = 5 - b$
 $\therefore a = 2, b = 1$
 $\therefore a + b = 3$

28. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2 + b$ 의 그래프와 직선 $y = ax$ 가 서로 두 점에서 만나고, 한 교점의 x 좌표가 $2 + \sqrt{3}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?(단, a, b 는 유리수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



해설

$$x^2 + b = ax,$$

즉 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이다.

이때, a, b 는 모두 유리수이므로

방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이면

다른 한 근은 $2 - \sqrt{3}$ 이다.

따라서 근과 계수와의 관계에 의하여

$$a = (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4,$$

$$b = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 1$$

$$\therefore a + b = 5$$

29. $a^2 + b^2 = 5$ 인 관계에 있는 두 실수 a, b 에 대하여 $f(x) = x^2 - 4ax + b^2$ 의 최솟값을 상수 k 라 할 때, k 의 최댓값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 4ax + b^2 \\ &= (x - 2a)^2 + b^2 - 4a^2 \text{에서} \\ k &= b^2 - 4a^2 = (5 - a^2) - 4a^2 = -5a^2 + 5 \\ \therefore \text{따라서 } k \text{의 최댓값은 } 5 \end{aligned}$$

30. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2ax + 9 - 2a^2 = 0$ 이 실근 α, β 를 가질 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 최소값은? (단, a 는 실수)

① 12

② 9

③ 6

④ 3

⑤ 2

해설

$x^2 + 2ax + 9 - 2a^2 = 0$ 에서

근과 계수와의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = -2a, \alpha\beta = 9 - 2a^2$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 8a^2 - 18$$

또 α, β 는 실근이므로 $\frac{D}{4} = a^2 - (9 - 2a^2) \geq 0$

$$\therefore a^2 \geq 3$$

따라서 $a^2 = 3$ 일 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 은 최소이고

최소값은 6이다.

31. 이차함수 $y = -x^2 - 2ax + 4a - 4$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

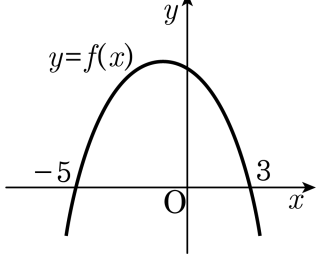
$$y = -x^2 - 2ax + 4a - 4 = -(x + a)^2 + a^2 + 4a - 4$$

이므로 $x = -a$ 일 때 최댓값 $a^2 + 4a - 4$ 를 가진다.

$$\therefore M = a^2 + 4a - 4 = (a + 2)^2 - 8$$

따라서 M 은 $a = -2$ 일 때 최댓값 -8 을 가진다.

32. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차방정식 $f\left(\frac{x-4}{2}\right) = 0$ 의 두 근의 합은?



- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$f(x) = a(x+5)(x-3)$ ($a < 0$) 으로 놓으면

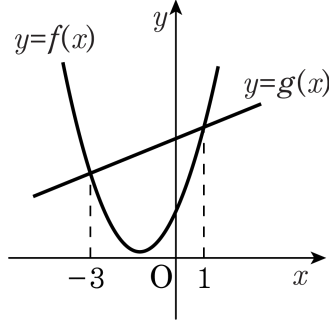
$$f\left(\frac{x-4}{2}\right) = a\left(\frac{x-4}{2} + 5\right)\left(\frac{x-4}{2} - 3\right) = \frac{a}{4}(x+6)(x-10) \text{ 이므로}$$

$\frac{a}{4}(x+6)(x-10) = 0$ 에서

$x = -6$ 또는 $x = 10$

따라서 방정식 $f\left(\frac{x-4}{2}\right) = 0$ 의 두 근의 합은 4

33. 아래 그림과 같이 두 함수 $f(x) = 2x^2 + ax + 4$, $g(x) = cx + d$ 의 그래프가 $x = 1$ 과 $x = -3$ 에서 만난다. 이 때, 함수 $y = f(x) - g(x)$ 의 최솟값은?



- ① -8 ② -6 ③ -4 ④ 2 ⑤ 4

해설

두 함수를 연립하면,

$$2x^2 + ax + 4 = cx + d \\ \Rightarrow 2x^2 + (a - c)x + 4 - d = 0 \cdots \textcircled{1}$$

근이 $-3, 1$ 이므로

$2(x + 3)(x - 1) = 0$ 과 일치한다.

$\textcircled{1}$ 과 비교하면 $a - c = 4, d = 10$

$$\therefore f(x) - g(x) = 2x^2 + (a - c)x + 4 - d \\ = 2x^2 + 4x - 6 \\ = 2(x + 1)^2 - 8$$

$\therefore$ 최솟값 : -8

34. x 에 관한 방정식 $|x^2 - 1| - x - k = 0$ 이 서로 다른 네 개의 실근을 가질 때, k 의 값의 범위를 구하면?

- ① $1 < k < \frac{5}{4}$ ② $1 \leq k \leq \frac{5}{4}$ ③ $-5 < k < -\frac{5}{4}$
 ④ $k < 1, k > \frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{4}{5} < k < 1$

해설

$|x^2 - 1| - x - k = 0$ 을 변형하여
 분리하면

$$|x^2 - 1| = x + k, y = |x^2 - 1|, y = x + k$$

이 두 함수가 4개의 교점을 가지려면

다음그림과 같아야 한다.

$$y = -x^2 + 1, y = x + k \text{가}$$

두 점에서 만나야하므로

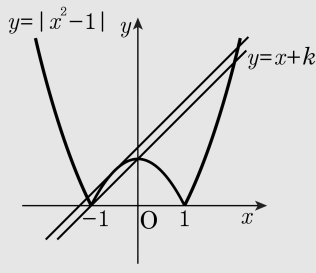
$x^2 + x + k - 1 = 0$ 의 판별식 $D > 0$ 이어야 한다.

$$D = 1 - 4k + 4 > 0 \quad \therefore k < \frac{5}{4}$$

또, 직선 $y = x + k$ 는 점 $(-1, 0)$ 을 지나는 직선 위에 존재해야하므로

$$0 < -1 + k \quad \therefore k > 1$$

$$\therefore 1 < k < \frac{5}{4}$$



35. 두 함수 $f(x) = |x - 2| - 5$, $g(x) = x^2 + 6x + 8$ 에 대하여 $0 \leq x \leq 5$ 에서 $y = g(f(x))$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M , m 라고 할 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f(x) = |x - 2| - 5 = t$ 로 놓으면
 $y = g(f(x)) = g(t) = t^2 + 6t + 8 = (t + 3)^2 - 1$
그런데 $0 \leq x \leq 5$ 에서 $-5 \leq t \leq -2$ 이므로
 y 의 값은 $t = -5$ 일 때 최대이고 최댓값은 3,
 $t = -3$ 일 때 최소이고 최솟값은 -1 이다.
 $\therefore M = 3, m = -1$
 $\therefore M + m = 2$

36. $x + y = 3$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ 일 때, $2x^2 + y^2$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하면 $M - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

준식 $y = -x + 3$ 에서 $x \geq 0$, $y \geq 0$ 이므로

$y = -x + 3 \geq 0 \rightarrow -x \geq -3 \rightarrow x \leq 3 \therefore 0 \leq x \leq 3$ ($\because x \geq 0$)

또 $2x^2 + y^2 = 2x^2 + (-x + 3)^2 = 2x^2 + x^2 - 6x + 9 = 3x^2 - 6x + 9$

완전 제곱식으로 바꾸면 $3(x^2 - 2x) + 9 = 3(x - 1)^2 + 6$

$\therefore x = 1$ 일 때 최솟값 6, $x = 3$ 일 때 최댓값 18 $\therefore M - m = 12$

37. x, y 가 실수일 때, $2x^2 - 4x + y^2 + 6y + 16$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$2x^2 - 4x + y^2 + 6y + 16 = 2(x-1)^2 + (y+3)^2 + 5$$

이 때, x, y 가 실수이므로

$$(x-1)^2 \geq 0, (y+3)^2 \geq 0$$

$$\therefore 2x^2 - 4x + y^2 + 6y + 16 \geq 5$$

따라서 구하는 최솟값은 5이다.

38. 두 실수 x, y 가 $x^2 + y^2 - 4x - y - 2 = 0$ 을 만족할 때, y 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x^2 + y^2 - 4x - y - 2 = 0$ 을 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$x^2 - 4x + y^2 - y - 2 = 0$$

이 때, x 가 실수이므로 판별식 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (-2)^2 - (y^2 - y - 2) \geq 0$$

$$y^2 - y - 6 \leq 0, (y + 2)(y - 3) \leq 0$$

$\therefore -2 \leq y \leq 3$ 따라서, y 의 최댓값은 3 이다.