1. 이차함수 $y = 2x^2 + kx - k$ 의 그래프가 x축과 만나도록 하는 상수 k 의 값이 아닌 것은?

① -8 ② -1 ③ 0 ④ 5 ⑤ 8

해설

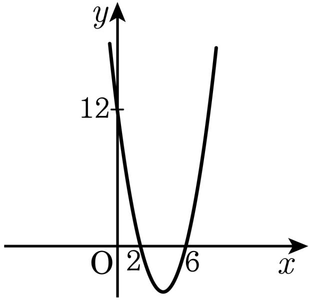
이차방정식 $2x^2 + kx - k = 0$ 에서 $D = k^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-k) \geq 0$ 이어야 하므로

$k^2 + 8k \geq 0,\ k(k+8) \geq 0$

$\therefore k \leq -8$ 또는 $k \geq 0$

따라서 위의 k 의 값의 범위에 속하지 않는 것은 ②이다.

2. 다음은 이차함수 $y=(x-2)(x-6)$ 의 그래프이다.



이 이차함수가 x축과 만나는 두 점을 각각 A, B라 할 때, $\overline{\mathrm{AB}}$의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차방정식 $(x-2)(x-6)=0$ 에서 $x=2$ 또는 $x=6$

따라서 $\mathrm{A}(2,\ 0)$, $\mathrm{B}(6,\ 0)$ 이므로 $\overline{\mathrm{AB}}=4$

3. 포물선 $y = -x^2 + kx$ 와 직선 $y = x + 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 k 의 범위는?

① $k > 2,\ k < -1$　② $k > 3,\ k < -1$　③ $k > 1,\ k < -1$

④ $k > 3,\ k < -2$　⑤ $k > 3,\ k < -3$

해설

포물선과 직선이 다른 두 점에서 만나므로

$-x^2 + kx = x + 1, x^2 + (1-k)x + 1 = 0$ 에서

$\mathrm{D} = (1-\mathrm{k})^2 - 4 > 0$

$k^2 - 2k - 3 = (k-3)(k+1) > 0$

$\therefore k > 3$ 또는 $k < -1$

4. 이차함수 $y = ax^2 + bx - 3$ 이 $x = 2$ 에서 최댓값 5 를 가질 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

이차함수 $y = ax^2 + bx - 3$ 이
$x = 2$ 에서 최댓값 5 를 가지므로
$y = a(x-2)^2 + 5 = ax^2 - 4ax + 4a + 5$
위의 식이 $y = ax^2 + bx - 3$ 과 일치하므로
$-4a = b,\ 4a + 5 = -3$
$\therefore a = -2,\ b = 8$
$\therefore a + b = 6$

5. 함수 $f(x) = x^2 - 2x + 2$ 의 최솟값을 구하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 2

해설

$f(x) = x^2 - 2x + 2 = (x-1)^2 + 1$ 에서

$x = 1$ 일 때 최소이며 최솟값은 $f(1) = 1$

6. 다음 함수의 최댓값 및 최솟값을 구하여라.

$$y = x^2 - 2x - 3 \ (0 \leq x \leq 4)$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최댓값 5

▷ 정답 : 최솟값 -4

해설

먼저, 주어진 식을 $y = a(x-m)^2 + n$의 꼴로 변형하여그래프를 그린 다음 주어진 구간 안에서 가장 높은 점과 가장 낮은 점을 조사한다.

$y = x^2 - 2x - 3 = (x-1)^2 - 4$

꼭짓점 : $x = 1$ 일 때 $y = -4$

양끝점 : $\begin{cases} x = 0 \text{ 일 때 } y = -3 \\ x = 4 \text{ 일 때 } y = 5 \end{cases}$

$x = 4$에서 최댓값 5 , $x = 1$에서 최솟값 -4

7. 다음 함수의 최댓값 및 최솟값을 구하여라.

$$y = -x^2 + 4x \ (1 \le x \le 5)$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최댓값 4

▷ 정답 : 최솟값 -5

해설

$y = -x^2 + 4x = -(x-2)^2 + 4$

꼭짓점 : $x = 2$ 일 때 $y = 4$

양끝점 : $\begin{cases} x = 1 \text{ 일 때 } y = 3 \\ x = 5 \text{ 일 때 } y = -5 \end{cases}$

$x = 2$에서 최댓값 4

$x = 5$에서 최솟값 -5

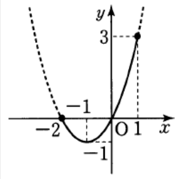
8. $-2 \leq x \leq 1$ 에서 이차함수 $f(x) = x^2 + 2x$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f(x) = x^2 + 2x = (x+1)^2 - 1$, $-2 \leq x \leq 1$ 에서
$y = f(x)$ 의 그래프는 아래 그림과 같다.
즉, $f(-2) = 0$, $f(-1) = -1$, $f(1) = 3$
따라서, $x = 1$ 일 때 최댓값 3,
$x = -1$ 일 때 최솟값 -1 을 가지므로
구하는 합은 $3 - 1 = 2$



9. 이차함수 $y = x^2 - 8x + a$의 그래프와 x축과의 교점의 x좌표가 6, b일 때, $a + b$의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

이차함수 $y = x^2 - 8x + a$의 그래프와
x축과의 교점의 x좌표는
이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$의 실근이다.
$x^2 - 8x + a = 0$에 $x = 6$을 대입하면
$36 - 48 + a = 0$에서 $a = 12$
따라서 $x^2 - 8x + 12 = 0$에서 $(x-2)(x-6) = 0$
$x = 2$ 또는 $x = 6$
$\therefore\ b = 2 \therefore\ a + b = 14$

10. 직선 $y=3x+2$ 와 포물선 $y=x^2+mx+3$ 이 두 점에서 만나기 위한 실수 m 의 범위를 구하면?

① $m<-1, m>3$ ② $m<1, m>5$ ③ $-1<m<3$

④ $-1<m<5$ ⑤ $1<m<5$

해설

$y=3x+2, y=x^2+mx+3$ 에서 y 를 소거하면

$x^2+(m-3)x+1=0, D=(m-3)^2-4>0$

$m^2-6m+5>0, (m-1)(m-5)>0$

$\therefore\ m<1,\ m>5$

11. 함수 $y=-x^2+kx$의 그래프가 직선 $y=-x+4$에 접할 때, 양수 k의 값은?

① 1　② $\frac{3}{2}$　③ 2　④ $\frac{5}{2}$　⑤ 3

해설

$y=-x^2+kx$가 $y=-x+4$에 접하려면
$4-x=-x^2+kx \Rightarrow x^2-(k+1)x+4=0$의 판별식은 $D=0$ 이어야 한다.
$D=(k+1)^2-16=0 \Rightarrow k+1=\pm 4$
$\therefore k=3\ (\because k>0)$

12. x 에 대한 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 5k^2 - 5k + 7$ 에 대하여 y 가 최소가 되도록 하는 x 의 값과 그 때의 y 의 값으로 옳은 것은?

① $x = k,\ y = k^2 + k + 2$

② $x = k,\ y = k^2 - 3k + 4$

③ $x = 2k,\ y = k^2 + 4k + 1$

④ $x = 2k,\ y = k^2 - 5k + 7$

⑤ $x = 3k,\ y = 2k^2 - 3k + 6$

해설

$y = x^2 - 4kx + 5k^2 - 5k + 7$

$= (x - 2k)^2 + k^2 - 5k + 7$ 이므로

주어진 이차함수는 $x = 2k$ 일 때

최솟값 $k^2 - 5k + 7$ 을 갖는다.

따라서, 구하는 x, y 의 값은

$x = 2k,\ y = k^2 - 5k + 7$

13. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 점 $(1, 5)$ 를 지나고, $x = -1$ 일 때 최솟값 -3 을 가진다. 이 때, abc 의 값은?

① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

해설

$y = a(x+1)^2 - 3$ 에 $(1,\ 5)$ 를 대입하면 $a = 2$

따라서 $y = 2(x+1)^2 - 3$ 을 전개하면

$y = 2x^2 + 4x - 1$ 이므로 $a = 2,\ b = 4,\ c = -1$

$\therefore \quad abc = -8$

14. 이차함수 $y = ax^2 + bx - 3$ 은 $x = 2$일 때 최댓값 5를 가진다. 이때, $a + b$의 값은? (단, a, b 는 상수)

① 2　　② 4　　③ 6　　④ 8　　⑤ 10

해설

$y = ax^2 + bx - 3 = a(x-2)^2 + 5$

$= ax^2 - 4ax + 4a + 5$이므로

$b = -4a,\ \ -3 = 4a + 5$

두 식을 연립하여 풀면 $a = -2,\ b = 8$

$\therefore a + b = 6$

15. 함수 $y = \dfrac{6}{x^2 - 2x + 4}$ 의 최댓값을 구하면?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$x^2 - 2x + 4 = (x-1)^2 + 3 > 0$ 이므로
분모가 최소가 될 때 y 가 최대이다.

$\therefore\ x = 1$ 일 때 최댓값 $\dfrac{6}{3} = 2$

16. $-2 \le x \le 2$ 에서 함수 $y = -x^2 + 4x + k$ 의 최댓값이 6 일 때, 최솟값은?

① -14 ② -12 ③ -10 ④ -8 ⑤ -6

해설

$y = -x^2 + 4x + k = -(x-2)^2 + k + 4$ 이므로
$x = 2$ 일 때 y 의 최댓값은 $k + 4$ 이다.
따라서 $k + 4 = 6$ 에서 $k = 2$
$-2 \le x \le 2$ 에서 $y = -(x-2)^2 + 6$ 은 $x = -2$ 일 때 최솟값을 가지며, 최솟값은 -10 이다.

17. $-1 \le x \le 1$ 에서 이차함수 $f(x) = x^2 - 4x - 2a$ 의 최솟값이 1 일 때, 상수 a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$f(x) = x^2 - 4x - 2a = (x-2)^2 - 2a - 4$
이 때, 꼭짓점의 x 좌표 2 가 $-1 \le x \le 1$ 에 속하지 않으므로
$f(-1), f(1)$ 중 작은 값이 최솟값이다.
따라서, 최솟값은 $f(1) = -3 - 2a = 1$
$\therefore a = -2$

18. 함수 $y = x^2 - 2x + 3$ 의 x의 범위가 $0 < x < 1$ 일 때, 이 함수의 함숫값의 범위을 구하면?

① $-2 < y < 3$　② $-2 < y < 2$　③ $0 < y < 3$

④ $0 < y < 2$　⑤ $2 < y < 3$

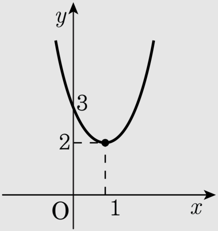
해설

$y = x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2$

따라서 함수의 그래프는 다음의 그림과 같다.

$f(0) = 3,\ f(1) = 2$ 이므로

함숫값의 범위은 $2 < y < 3$



19. x의 범위가 $0 \le x \le 3$ 일 때, 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 1$ 의 최댓값을 M, 최솟값을 m 이라 한다. 이 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

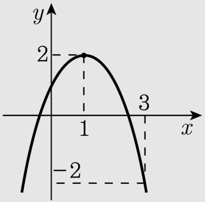
▷ 정답 : 0

해설

$y = -x^2 + 2x + 1 = -(x-1)^2 + 2$

이므로 오른쪽 그림에서 주어진 이차함수는 $x = 1$ 일 때, 최댓값 2, $x = 3$ 일 때, 최솟값 -2를 가짐을 알 수 있다.

$\therefore\ M + m = 2 + (-2) = 0$



20. x의 범위가 $1 \le x \le 2$ 일 때, 함수 $y = x^2 - x - 1$ 의 최댓값과 최솟값의 곱은?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$y = x^2 - x - 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$ 이므로

꼭짓점의 x 좌표 $\frac{1}{2}$ 이 x의 범위에 포함되지 않는다.

$x = 1$ 일 때, $y = -1$ (최솟값),

$x = 2$ 일 때, $y = 1$ (최댓값)

따라서 최댓값과 최솟값의 곱은 -1 이다.

21. x의 범위가 $-3 \leq x \leq 2$ 일 때, 이차함수 $y = x^2 - 2x - 1$ 의 최댓값은 M , 최솟값은 m 이다. $M + m$ 의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$y = x^2 - 2x - 1 = (x-1)^2 - 2$

$\Rightarrow m : x = 1$ 일 때 : -2,

$M : x = -3$ 일 때 : 14

$\therefore m + M = 12$

22. 다음 이차함수 $y = x^2 - 2x - 2$ 의 x의 범위가 $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, 이 함수의 최댓값은?

① -3 ② -2 ③ 0 ④ 6 ⑤ 9

해설

$y = x^2 - 2x - 2 \Rightarrow \quad y = (x-1)^2 - 3$

$-2 \leq x \leq 2$ 이므로 $x = 1$ 에서 최솟값,

$x = -2$ 에서 최댓값을 갖는다.

$\therefore$ 최댓값 : $(-2-1)^2 - 3 = 6$

23. 이차함수 $y = x^2 - kx + 4$ 의 그래프와 x축이 서로 다른 두 점에서 만날 때, 실수 k의 값 또는 k의 값의 범위를 구하면?

① $k < -4$ 또는 $k > 4$
② $k < -2$ 또는 $k > 2$
③ $k < -1$ 또는 $k > 1$
④ $k < -\frac{2}{3}$ 또는 $k > \frac{2}{3}$
⑤ $k < -\frac{1}{4}$ 또는 $k > \frac{1}{4}$

해설

이차방정식 $x^2 - kx + 4 = 0$ 에서 $D = (-k)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = k^2 - 16$
$D = K^2 - 16 > 0$이어야 하므로 $(k+4)(k-4) > 0$
$\therefore k < -4$ 또는 $k > 4$

24. 이차함수 $y = x^2 + ax + 1$ 의 그래프와 직선 $y = 3x - 8$ 이 만나지 않도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하면?

① $-5 < a < -1$ ② $-3 < a < 9$ ③ $-1 < a < 4$

④ $2 < a < 6$ ⑤ $4 < a < 7$

해설

이차방정식 $x^2 + ax + 1 = 3x - 8$,

즉 $x^2 + (a-3)x + 9 = 0$ 이 이차방정식이 허근을 가져야 하므로

$D = (a-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 < 0$

$a^2 - 6a - 27 < 0$

$(a+3)(a-9) < 0$

$\therefore -3 < a < 9$

25. 이차함수 $y = x^2 + x - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 m 만큼 평행이동하면 x 축과 서로 다른 두 점에서 만난다. 이때, 정수 m 의 최댓값은?

① 1　　② 3　　③ 5　　④ 7　　⑤ 9

해설

이차함수 $y = x^2 + x - 1$ 의 그래프를
x 축의 방향으로 1 만큼,
y 축의 방향으로 m 만큼 평행이동하면
$y - m = (x-1)^2 + (x-1) - 1$
$\therefore\ y = x^2 - x - 1 + m$
이 함수의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나므로 방정식
$x^2 - x - 1 + m = 0$ 에서
$D = 1 - 4(-1 + m) > 0$
$5 - 4m > 0 \qquad \therefore\ m < \dfrac{5}{4}$
따라서 정수 m 의 최댓값은 1 이다.

26. 이차함수 $y = x^2 + ax + 3$의 그래프와 직선 $y = x + 3a$가 만나지 않도록 하는 실수 a의 값의 범위는?

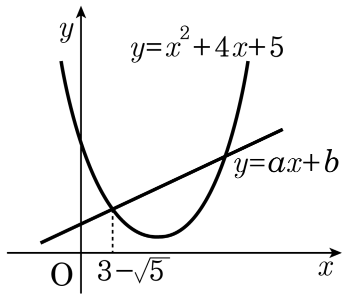
① $-12 < a < 1$ ② $-12 < a < 2$ ③ $-11 < a < 1$

④ $-11 < a < 2$ ⑤ $-10 < a < 2$

해설

이차함수 $y = x^2 + ax + 3$의 그래프와
직선 $y = x + 3a$는 서로 만나지 않으므로
이차방정식 $x^2 + ax + 3 = x + 3a$,
즉 $x^2 + (a-1)x + 3 - 3a = 0$에서
$D = (a-1)^2 - 4(3-3a) < 0$
$a^2 + 10a - 11 < 0$, $(a+11)(a-1) < 0$
$\therefore\ -11 < a < 1$

27. 다음 그림과 같이 포물선 $y = x^2 - 4x + 5$ 와 직선 $y = ax + b$ 의 두 교점 중 한 교점의 x 좌표가 $3 - \sqrt{5}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

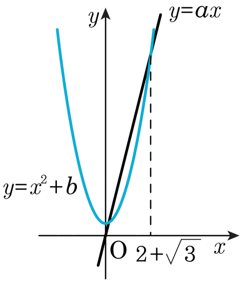


① 3　　② 4　　③ 5　　④ 6　　⑤ 7

해설

연립방정식 $y = x^2 - 4x + 5$, $y = ax + b$ 에서
y 를 소거하면 $x^2 - 4x + 5 = ax + b$
$x^2 - (4 + a)x + 5 - b = 0 \cdots$ ㉠
이 때, 계수가 유리수인 방정식 ㉠의 한 근이
$3 - \sqrt{5}$ 이므로 $3 + \sqrt{5}$ 도 근이 된다.
$\therefore\ (3 - \sqrt{5}) + (3 + \sqrt{5}) = 4 + a$
$(3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5}) = 5 - b$
$\therefore\ a = 2,\ b = 1$
$\therefore a + b = 3$

28. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2 + b$ 의 그래프와 직선 $y = ax$ 가 서로 두 점에서 만나고, 한 교점의 x 좌표가 $2 + \sqrt{3}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?(단, a, b 는 유리수)



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 + b = ax$,

즉 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이다.

이때, a, b 는 모두 유리수이므로

방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이면

다른 한 근은 $2 - \sqrt{3}$ 이다.

따라서 근과 계수와의 관계에 의하여

$a = (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4$,

$b = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 1$

$\therefore\ a + b = 5$

29. $a^2+b^2=5$인 관계에 있는 두 실수 a, b에 대하여 $f(x)=x^2-4ax+b^2$의 최솟값을 상수 k라 할 때, k의 최댓값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$$f(x) = x^2 - 4ax + b^2$$
$$= (x-2a)^2 + b^2 - 4a^2$$에서

$$k = b^2 - 4a^2 = (5-a^2) - 4a^2 = -5a^2 + 5$$

∴ 따라서 k의 최댓값은 5

30. x 에 대한 이차방정식 $x^2+2ax+9-2a^2=0$ 이 실근 α, β 를 가질 때, $\alpha^2+\beta^2$ 의 최소값은 ? (단, a 는 실수)

① 12 ② 9 ③ 6 ④ 3 ⑤ 2

해설

$x^2+2ax+9-2a^2=0$ 에서
근과 계수와의 관계에 의하여
$\alpha+\beta=-2a,\ \alpha\beta=9-2a^2$
$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=8a^2-18$
또 α, β 는 실근이므로 $\dfrac{D}{4}=a^2-(9-2a^2)\geq 0$
$\therefore a^2\geq 3$
따라서 $a^2=3$ 일 때, $\alpha^2+\beta^2$ 은 최소이고
최소값은 6 이다.

31. 이차함수 $y = -x^2 - 2ax + 4a - 4$의 최댓값을 M이라 할 때, M의 최솟값을 구하여라.

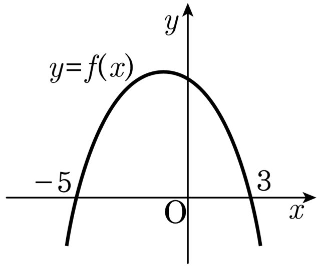
▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$y = -x^2 - 2ax + 4a - 4 = -(x+a)^2 + a^2 + 4a - 4$
이므로 $x = -a$일 때 최댓값 $a^2 + 4a - 4$를 가진다.
$\therefore M = a^2 + 4a - 4 = (a+2)^2 - 8$
따라서 M은 $a = -2$일 때 최댓값 -8을 가진다.

32. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차방정식 $f\left(\dfrac{x-4}{2}\right) = 0$ 의 두 근의 합은?



① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$f(x) = a(x+5)(x-3)\ (a<0)$ 으로 놓으면

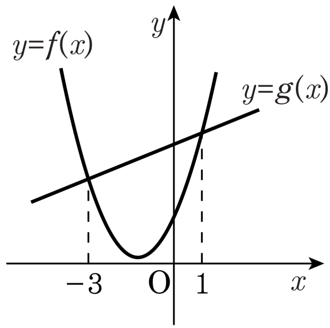
$$f\left(\frac{x-4}{2}\right) = a\left(\frac{x-4}{2}+5\right)\left(\frac{x-4}{2}-3\right)$$
$$= \frac{a}{4}(x+6)(x-10)$$ 이므로

$\dfrac{a}{4}(x+6)(x-10) = 0$ 에서

$x = -6$ 또는 $x = 10$

따라서 방정식 $f\left(\dfrac{x-4}{2}\right) = 0$ 의 두 근의 합은 4

33. 아래 그림과 같이 두 함수 $f(x) = 2x^2 + ax + 4$, $g(x) = cx + d$ 의 그래프가 $x = 1$ 과 $x = -3$ 에서 만난다. 이 때, 함수 $y = f(x) - g(x)$ 의 최솟값은?



① -8 ② -6 ③ -4 ④ 2 ⑤ 4

해설

두 함수를 연립하면,

$2x^2 + ax + 4 = cx + d$

$\Rightarrow 2x^2 + (a-c)x + 4 - d = 0 \cdots$ ㉠

근이 $-3, 1$ 이므로

$2(x+3)(x-1) = 0$과 일치한다.

㉠과 비교하면 $a - c = 4, d = 10$

$$\begin{aligned} \therefore f(x) - g(x) &= 2x^2 + (a-c)x + 4 - d \\ &= 2x^2 + 4x - 6 \\ &= 2(x+1)^2 - 8 \end{aligned}$$

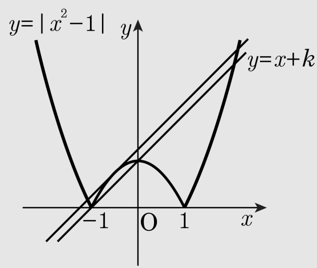
$\therefore$ 최솟값 : -8

34. x에 관한 방정식 $|x^2-1|-x-k=0$이 서로 다른 네 개의 실근을 가질 때, k의 값의 범위를 구하면?

① $1 < k < \frac{5}{4}$ ② $1 \le k \le \frac{5}{4}$ ③ $-5 < k < -\frac{5}{4}$
④ $k < 1,\ k > \frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{4}{5} < k < 1$

해설

$|x^2-1|-x-k=0$을 변형하여 분리하면
$|x^2-1| = x+k$, $y = |x^2-1|$, $y = x+k$
이 두 함수가 4개의 교점을 가지려면
다음그림과 같아야 한다.



$y=-x^2+1$, $y=x+k$가
두 점에서 만나야하므로
$x^2+x+k-1=0$의 판별식 $D>0$이어야 한다.

$D = 1-4k+4 > 0 \quad \therefore\ k < \frac{5}{4}$

또, 직선 $y=x+k$는 점 $(-1, 0)$을 지나는 직선 위에 존재해야 하므로

$0 < -1+k \quad \therefore\ k > 1$

$\therefore\ 1 < k < \frac{5}{4}$

35. 두 함수 $f(x) = |x-2|-5$, $g(x) = x^2+6x+8$ 에 대하여 $0 \le x \le 5$ 에서 $y = g(f(x))$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 라고 할 때, $M+m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f(x) = |x-2|-5 = t$ 로 놓으면

$y = g(f(x)) = g(t) = t^2+6t+8 = (t+3)^2-1$

그런데 $0 \le x \le 5$ 에서 $-5 \le t \le -2$ 이므로

y 의 값은 $t=-5$ 일 때 최대이고 최댓값은 3,

$t=-3$ 일 때 최소이고 최솟값은 -1 이다.

$\therefore M=3,\ m=-1$

$\therefore M+m=2$

36. $x+y=3,\ x \ge 0,\ y \ge 0$ 일 때, $2x^2+y^2$ 의 최댓값을 M, 최솟값을 m 이라 하면 $M-m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

준식 $y=-x+3$ 에서 $x \ge 0,\ y \ge 0$ 이므로

$y=-x+3 \ge 0 \ \rightarrow \ -x \ge -3 \ \rightarrow \ x \le 3 \therefore \ 0 \le x \le 3 \ (\because \ x \ge 0)$

또 $2x^2+y^2=2x^2+(-x+3)^2=2x^2+x^2-6x+9=3x^2-6x+9$

완전 제곱식으로 바꾸면 $3(x^2-2x)+9=3(x-1)^2+6$

$\therefore \ x=1$ 일 때 최솟값 6 , $x=3$ 일 때 최댓값 18 $\therefore \ M-m=12$

37. x, y 가 실수일 때, $2x^2-4x+y^2+6y+16$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$2x^2-4x+y^2+6y+16=2(x-1)^2+(y+3)^2+5$

이 때, x, y 가 실수이므로

$(x-1)^2 \geq 0$, $(y+3)^2 \geq 0$

$\therefore\ 2x^2-4x+y^2+6y+16 \geq 5$

따라서 구하는 최솟값은 5 이다.

38. 두 실수 x, y 가 $x^2+y^2-4x-y-2=0$ 을 만족할 때, y 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x^2+y^2-4x-y-2=0$ 을 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$x^2-4x+y^2-y-2=0$

이 때, x 가 실수이므로 판별식 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=(-2)^2-\left(y^2-y-2\right)\geq 0$$

$y^2-y-6\leq 0$, $\ (y+2)(y-3)\leq 0$

$\therefore -2\leq y\leq 3$ 따라서, y 의 최댓값은 3 이다.