

1. 다항식 $x^{22} + x^{11} + 22x + 11$ 을 $x + 1$ 로 나눈 나머지는?

- ① -33 ② -22 ③ -11 ④ 11 ⑤ 33

해설

$f(x) = x^{22} + x^{11} + 22x + 11$ 이라 하면,
 $f(x) = (x + 1)Q(x) + R$ 에서 $f(-1) = R$ 이므로
 $f(-1) = (-1)^{22} + (-1)^{11} - 22 + 11 = -11$

2. 다항식 $f(x)$ 를 두 일차식 $x-1$, $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나눌 때 나머지는?

① $x+3$

② $-x+3$

③ $x-3$

④ $-x-3$

⑤ $-x+1$

해설

$f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지는 각각 2, 1이므로
 $f(1)=2, f(2)=1$, 구하는 나머지를 $ax+b$ 라 하자.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x) + ax + b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

양변에 각각 $x=1$, $x=2$ 를 대입하면

$$f(1) = a + b = 2, \quad f(2) = 2a + b = 1$$

두 식을 연립하여 구하면 $a = -1, b = 3$

$\therefore$ 구하는 나머지는 $-x+3$

3. 다항식 $x^3 + ax^2 + bx - 1$ 이 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$ 로 놓으면
 $x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2)$ 이므로 $f(x)$ 는 $x - 1, x - 2$ 로 나누어 떨어진다.

$$f(1) = 1 + a + b - 1 = 0 \text{ 즉, } a + b = 0 \cdots \textcircled{A}$$

$$f(2) = 8 + 4a + 2b - 1 = 0 \text{ 즉, } 4a + 2b = -7 \cdots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{으로부터 } a = -\frac{7}{2}, b = \frac{7}{2}$$

$$\therefore a + b = 0$$

4. 등식 $3x^2 + 2x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c$ 이 x 에 관한 항등식일 때, 상수 b 의 값은?

- ① 3
- ② -4
- ③ 2
- ④ 8
- ⑤ 6

해설

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c$$
$$= (x - 1) \{ a(x - 1) + b \} + c$$

1		3	2	1	
			3	5	
1		3	5	6	← c
			3		
		3	8		← c
		↑			
		a			

해설

$x = 1$ 을 대입하면 $c = 6$

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + 6$$
$$\rightarrow 3x^2 + 2x - 5 = a(x - 1)^2 + b(x - 1)$$
$$\rightarrow (x - 1)(3x + 5) = a(x - 1)^2 + b(x - 1)$$

→ 양변을 $x - 1$ 로 나누면

$$3x + 5 = a(x - 1) + b = ax - a + b$$

∴ $a = 3, b = 8$

※ 준식의 우변을 모두 전개해서 계수비교하여 구할 수도 있다.

5. 다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지가 $4x+3$ 일 때 $f(2x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지는?

① -1 ② 0 ③ 3 ④ 7 ⑤ 11

해설

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + 4x + 3$$

$$x=2 \text{를 대입하면 } f(2) = 11$$

$f(2x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지를 R 이라 하면

$$f(2x) = (x-1)Q'(x) + R$$

$$x=1 \text{을 대입하면 } f(2) = R$$

$$\therefore R = 11$$