

1. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면?

- ① 수학을 잘하는 학생들의 모임
- ② 예쁜 신발들의 모임
- ③ 가장 작은 자연수의 모임
- ④ 우리 반에서 키가 큰 학생들의 모임
- ⑤ 채소들의 모임

해설

- ③ 가장 작은 자연수의 모임 : 1
- ⑤ 채소들의 모임 : 오이, 당근, 토마토, ...

2. 다음 중 무한집합을 모두 고르면?

① $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$

② $\{x \mid x \text{는 짝수}\}$

③ $\{0\}$

④ $\{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}$

⑤ $\{x \mid x \text{는 } 0 \text{과 } 1 \text{사이의 수}\}$

해설

② $\{2, 4, 6, \dots\}$

⑤ $\{0.1, 0.01, 0.001, \dots\}$

3. 다음 중 집합 $A = \{4, 8, 16\}$ 의 부분집합이 아닌 것은?

① $\emptyset$

② A

③ $\{8\}$

④ $\{4, 8, 12, 16\}$

⑤ $\{8, 16\}$

해설

집합 A 의 부분집합을 구하면 $\emptyset$, $\{4\}$, $\{8\}$, $\{16\}$, $\{4, 8\}$, $\{4, 16\}$, $\{8, 16\}$, $\{4, 8, 16\}$ 이다.

4. 집합 $A = \{1, 2, \{2\}, \{1, 3\}\}$ 의 진부분 집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 15 개

해설

진부분집합은 자기자신을 포함하지 않는 부분집합이다.
집합 A 의 원소개수가 4 개이다.
진부분집합의 개수 : $2^4 - 1 = 15$ (개)

5. 집합 $A = \{m, a, t, h\}$ 에 대하여 부분집합 중 모음을 원소로 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 8개

해설

집합 A 에서 모음은 a 이므로 집합 A 의 부분집합 중 a 를 포함하지 않는 부분집합을 구하면

$\emptyset, \{m\}, \{t\}, \{h\}, \{m, t\}, \{m, h\}, \{t, h\}, \{m, t, h\}$ 이고 총 8개이다.

6. 다음을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$\{2\} \subset X \subset \{1, 2, 4, 6\}$$

▶ 답 : 8 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$\{2\} \subset X \subset \{1, 2, 4, 6\}$ 의 의미는 $\{1, 2, 4, 6\}$ 의 부분집합 중
원소 2를 반드시 포함하는 부분집합 이므로 집합 X 를 구하면
 $\{2\}, \{1, 2\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 6\}, \{2, 4, 6\}, \{1, 2, 4, 6\}$
이므로 개수는 8개 이다.

7. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 한 자리 자연수}\}$ 의 부분집합 중 원소 3, 6, 9는 포함하고 원소 2, 4, 8은 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 8 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$$\begin{aligned} n(A) &= 9 \\ \therefore 2^{9-3-3} &= 2^3 = 8 \end{aligned}$$

8. 다음 중에서 집합 $\{1, 3\}$ 과 같은 집합을 모두 찾아라.

- ㉠

$\{3, 1\}$
- ㉡

$\{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 약수}\}$
- ㉢

$\{0, 1, 3\}$
- ㉣

$\{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 홀수}\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

해설

㉡, ㉣을 원소나열법으로 각각 나타내면 $\{1, 3\}, \{1, 3, 5\}$ 이다.

9. 집합 A, B 가 전체집합 U 의 부분집합일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cup \emptyset = A$

② $A \cup A^c = U$

③ $(A^c)^c = A$

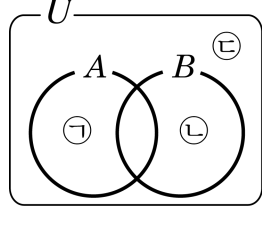
④ $\emptyset^c = U$

⑤ $A - B = A \cup B^c$

해설

$$A - B = A - (A \cap B) = A \cap B^c$$

10. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 35$, $n(A) = 20$, $n(B) = 17$, $n(A \cap B) = 10$ 일 때, $\ominus$, $\oslash$, $\oplus$ 의 원소의 개수를 차례대로 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\ominus$: 10

▷ 정답 : $\oslash$: 7

▷ 정답 : $\oplus$: 8

해설

$\ominus$ 부분을 집합으로 나타내면 $A - B$ 이므로
 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 20 - 10 = 10$ 이다.
 $\oslash$ 부분을 집합으로 나타내면 $B - A$ 이므로
 $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 17 - 10 = 7$ 이다.
 $\oplus$ 부분을 집합으로 나타내면 $(A \cup B)^C$ 이므로
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $= 20 + 17 - 10 = 27$ 이다.
따라서 $n((A \cup B)^C) = 35 - 27 = 8$ 이다.

11. 집합 A 는 2, 3, 5, 7을 원소로 가질 때, 다음 중 틀린 것을 모두 고르면?
(정답 2개)

① $1 \notin A$ ② $2 \in A$ ③ $6 \notin A$ ④ $9 \in A$ ⑤ $3 \notin A$

해설

a 가 집합 A 의 원소이면 $a \in A$, b 가 A 의 원소가 아니면 $b \notin A$ 이다.

④ $9 \notin A$

⑤ $3 \in A$

12. 다음 중 옳게 연결된 것은?

- ① $\{x \mid x \text{는 홀수}\} = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 짝수}\} = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 5, 10\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\} = \{6, 12, 18, \dots\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 자연수}\} = \{1, 2, 3, 4\}$

해설

- ③ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 5, 10\}$ 이다.

13. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6\text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 8\text{의 약수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 12\text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \cap (B \cup C)$ 는?
- ① $\{4, 8\}$

② $\{1, 2, 4, 8\}$

③ $\{1, 2, 6\}$

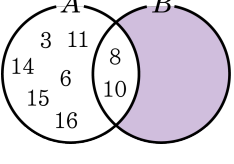
④ $\{1, 2, 3, 6\}$

⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐 보면
 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{1, 2, 4, 8\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
 $B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12\}$ 가 된다.
집합 A 와의 공통 원소를 찾으면 $\{1, 2, 3, 6\}$ 이다.

14. 다음 벤 다이어그램에서 $A = \{3, 6, 8, 10, 11, 14, 15, 16\}$, $A \cup B = \{2, 3, 6, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 18, 19\}$ 일 때 색칠된 부분의 원소의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 61

해설

색칠한 부분의 원소는 집합 $A \cup B$ 에서 A 의 원소를 뺀 것이다.
 $A \cup B = \{2, 3, 6, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 18, 19\}$ 이므로 벤 다이어그램에 표시되어 있지 않은 원소를 말한다.
그러므로 색칠한 부분의 원소는 2, 9, 13, 18, 19 이다.
원소의 합은 $2 + 9 + 13 + 18 + 19 = 61$ 이다.

15. 두 집합 A, B 에 대하여 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

$\neg (A \cap B) \subset (A \cup B)$	$\supset \emptyset \cap A = A$
$\supset B \subset (A \cap B)$	$\supset B \cup \emptyset = \emptyset$

- ① $\supset, \supset$
- ② $\supset, \supset$
- ③ $\neg, \supset$
- ④ $\supset, \supset, \supset$
- ⑤ $\neg, \supset, \supset$

해설

$\supset A \cap \emptyset = \emptyset$
 $\supset B \subset (A \cup B)$
 $\supset B \cup \emptyset = B$

16. 두 집합 $A = \{a - 3, 4, 6\}$, $B = \{5, b + 2, 8\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{5, 6\}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$A \cap B = \{5, 6\}$ 이므로

$5 \in A$ 이므로 $a - 3 = 5 \quad \therefore a = 8$

$6 \in B$ 이므로 $b + 2 = 6 \quad \therefore b = 4$

$\therefore a - b = 8 - 4 = 4$

17. 두 집합 $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{a, c, e, f\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

- ① 8 개 ② 10 개 ③ 12 개 ④ 14개 ⑤ 16 개

해설

$\{a, c\} \subset X \subset \{a, b, c, d, e, f\}$ 이므로
집합 X 는 $\{a, b, c, d, e, f\}$ 의 부분집합 중 a, c 를 원소로 갖는
집합이다.
따라서 집합 X 의 개수는 $2^4 = 16$ (개)이다.

18. $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이고 A, B 가 다음 조건을 만족할 때, 집합 B 의 부분 집합인 것은?

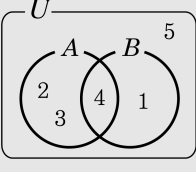
- $\supsetneq A \cap B = \{4\}$

$\supsetneq A - B = \{2, 3\}$
- $\supsetneq (A \cup B)^c = \{5\}$

- ① $\{2\}$
- ② $\{3\}$
- ③ $\{2, 3\}$
- ④ $\{2, 5\}$
- ⑤ $\{4\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $B = \{1, 4\}$ 이다. 따라서 B 의 부분집합인 것은 $\{4\}$ 이다.

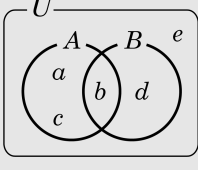


19. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e\}$ 의 두 부분집합 $A = \{a, b, c\}, B = \{b, d\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 은?

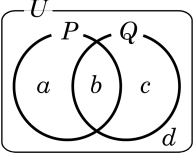
- ① $\{a\}$ ② $\{a, c\}$ ③ $\{b\}$ ④ $\{e\}$ ⑤ $\{b, e\}$

해설

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = (\{a, b, c, d\})^c = \{e\}$ 이다.



20. 전체집합 U 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 집합 P, Q 에 대하여 두 집합 P, Q 사이의 포함 관계가 다음과 같을 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보여주는 원소는 무엇인가?



- ① a ② b ③ c ④ d ⑤ a 와 c

해설

명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되려면 두 조건 p, q 를 만족하는 집합 P, Q 에 대하여 $P \subset Q$ 가 성립해야 한다. $P \subset Q \leftrightarrow x \in P$ 이면 $x \in Q$ P 의 원소 a 에 대하여 $a \in P$ 이나 $a \notin Q$ 이므로 $p \rightarrow q$ 는 거짓이다.

21. 정삼각형 ABC는 이등변삼각형 ABC이기 위한 무슨 조건인가?

- ① 충분조건
- ② 필요조건
- ③ 대우
- ④ 필요충분조건
- ⑤ 아무조건도 아니다.

해설

정삼각형 $\subset$ 이등변삼각형

22. 세 실수 a, b, c 사이에 두 관계식 $3a - b + c = 2$, $a + b + c = 4$ 가 성립한다. $a > 1$ 일 때, a, b, c 의 대소 관계를 알맞게 나타낸 것은?

① $a < b < c$

② $a < c < b$

③ $b < c < a$

④ $c < a < b$

⑤ $c < b < a$

해설

$$3a - b + c = 2 \cdots \cdots ①$$

$$a + b + c = 4 \cdots \cdots ②$$

$$① + ② \text{ 하면 } 4a + 2c = 6$$

$$2a + c = 3, a > 1 \text{ 이므로}$$

$$c = 3 - 2a \text{ 에서 } c < 1$$

$$① - ② \text{ 하면 } 2a - 2b = -2$$

$$\therefore a - b = -1, b = a + 1 \text{ 이므로}$$

$$a > 1 \text{ 이므로 } b > a$$

$$\therefore c < a < b$$

23. $x > 0, y > 0$ 일 때, $\left(3x + \frac{2}{y}\right)\left(y + \frac{6}{x}\right)$ 의 최솟값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$$\left(3x + \frac{2}{y}\right)\left(y + \frac{6}{x}\right) = 20 + 3\left(xy + \frac{4}{xy}\right)$$

산술기하조건을 사용하면

$$xy + \frac{4}{xy} \geq 2\sqrt{xy \times \left(\frac{4}{xy}\right)} = 4$$

$$\therefore \text{최솟값} : 20 + 3 \times 4 = 32$$

24. 실수 x, y 에 대하여 조건 ' $|x| + |y| = 0$ '의 부정과 같은 것은?

- ① $x = y = 0$
- ② $x = y \neq 0$
- ③ $x \neq 0$ 이고 $y \neq 0$
- ④ x, y 중 적어도 하나는 0 이다.
- ⑤ x, y 중 적어도 하나는 0 이 아니다.

해설

$|x| + |y| = 0$ 의 부정은 $|x| + |y| \neq 0$ 이다.
따라서, $x \neq 0$ 또는 $y \neq 0$ 이므로 x, y 중 적어도 하나는 0 이 아니다.

25. 전체집합 U 에 대하여 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하자. 명제 ' p 이면 $\sim q$ 이다.'가 참일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $P \subset Q$

② $Q \subset P$

③

 $P - Q = P$
- ④ $Q^c \subset P$

⑤ $P \cup Q^c = U$

해설

$p \Rightarrow \sim q$ 이면 $P \subset Q^c$ 인 진리집합의 관계가 성립한다. 즉,
 $P \cap Q^c = P \Leftrightarrow P - Q = P$

26. 전체집합을 $U = \{-1, 0, 1\}$ 이라 할 때, 전체집합 U 에 대하여 다음 중 참인 명제는?

- ① 모든 x 에 대하여 $x^2 > 1$ 이다.
- ② 임의의 x, y 에 대하여 $x + y \leq 1$ 이다.
- ③ 어떠한 x 에 대하여도 $x^2 + 2x \geq -1$ 이다.
- ④ 적당한 x, y 에 대하여 $x^2 - y^2 > 1$ 이다.
- ⑤ $x^2 + x < x^3$ 인 x 가 존재한다.

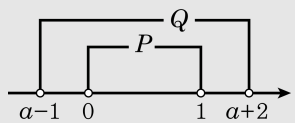
해설

- ① 반례 : $x = 0$ 일 때 $x^2 = 0$ 이므로 주어진 명제는 거짓이다.
- ② 반례 : $x = y = 1$ 일 때 $x + y = 2 \geq 1$ 이므로 주어진 명제는 거짓이다.
- ③ 모든 x 에 대하여 $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2 \geq 0$ 이므로 주어진 명제는 참이다.
- ④ 모든 x, y 에 대하여 $x^2 - y^2 \leq 1$ 이므로 주어진 명제는 거짓이다.
- ⑤ 모든 x 에 대하여 $x^2 + x \geq x^3$ 이므로 주어진 명제는 거짓이다.

27. 명제 ‘ $0 < x \leq 1$ 이면 $a - 1 < x < a + 2$ 이다.’가 참이 되도록 하는 a 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-2 < a < 1$ ② $-1 < a < 0$ ③ $-1 < a < 1$
 ④ $-1 < a \leq 1$ ⑤ $0 < a \leq 2$

해설



$p : 0 < x \leq 1$, $q : a - 1 < x < a + 2$ 라 하고, 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되려면 $P \subset Q$ 이어야 한다.

위 그림에서 $a - 1 \leq 0$, $a + 2 > 1$

$a \leq 1$, $a > -1$

$\therefore -1 < a \leq 1$

28. 다음 중 거짓인 명제는?

- ① 자연수 n 에 대하여 n^2 이 짝수이면 n 도 짝수이다.
- ② 자연수 n 에 대하여 n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이다.
- ③ 자연수 n 에 대하여 n^2 이 3의 배수이면 n 도 3의 배수이다.
- ④ 자연수에 대하여 두 수가 모두 짝수이면 두 수의 합도 짝수이다.
- ⑤ 자연수에 대하여 두 수의 합이 짝수이면 두 수는 모두 짝수이다.

해설

주어진 명제의 참, 거짓에 대한 직접적인 판단이 어려울 때는 그 명제의 대우가 참인지 확인한다.

- ①, ② 생략
- ③ $n = 3k + 1$ $n^2 = (3n + 1)^2 = 3(3k^2 + 2k) + 1 \neq 3m$ (참)
(대우가 참 $\rightarrow$ 참인 명제)
- ④ 두 수의 합이 홀수이면 두 수 중 적어도 하나는 홀수이다. (참)
- ⑤ 반례 : 두 수 모두 홀수인 경우(거짓)

29. 다음 두 진술이 모두 참이라 할 때 다음 중 옳은 것은?

- ㉠ 수학을 잘하는 학생은 머리가 좋다.

㉡ 수학을 잘하는 학생은 물리 또는 컴퓨터를 잘한다.

- ① 수학을 잘하는 학생은 물리를 잘한다.

② 컴퓨터를 잘하는 학생은 머리가 좋다.

③ 머리가 좋은 학생은 물리를 잘 한다.

④ 컴퓨터를 잘 못하는 학생은 수학을 잘 못한다.

⑤ 물리와 컴퓨터를 잘 못하는 학생은 수학을 잘 못한다.

해설

p : 수학을 잘하는 학생, q : 머리가 좋다, r : 물리 또는 컴퓨터를 잘 한다.
 $p \Rightarrow q, p \Rightarrow r$ 에서 대우명제도 참이므로 $\sim q \Rightarrow \sim p$ 에서 ‘머리가 좋지 않은 학생은 수학을 잘 못한다.’
 $\sim r \Rightarrow \sim p$ 에서 ‘물리와 컴퓨터를 잘 못하는 학생은 수학을 잘 못한다.’

30. $x \geq a$ 가 $x^2 - 4 < 0$ 의 필요조건이 되게 하는 a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$x^2 - 4 < 0$ 에서 $-2 < x < 2$ 이므로 $x \geq a$ 가 $-2 < x < 2$ 의 필요조건이 되기 위해서는 $a \leq -2$ 이어야 한다. 따라서, a 의 최댓값은 -2 이다.

31. 두 명제 p 는 q 이기 위한 충분조건이고 $\sim q$ 는 r 이기 위한 필요조건이다. 다음 보기의 명제 중 반드시 참인 명제를 모두 고르면?

$\supset q \rightarrow \sim r$	$\supset \sim p \rightarrow r$
$\supset p \rightarrow \sim r$	$\supset \sim r \rightarrow \sim p$

- ① $\supset, \supset$

② $\supset, \supset$

③ $\supset, \supset$
- ④ $\supset, \supset, \supset$

⑤ $\supset, \supset, \supset$

해설

$p \rightarrow q \Rightarrow \sim q \rightarrow \sim p$
 $r \rightarrow \sim q \Rightarrow q \rightarrow \sim r$
 $\therefore p \rightarrow q \rightarrow \sim r \Rightarrow p \rightarrow \sim r$
 $\Rightarrow r \rightarrow \sim p$

32. 실수 x, y 가 $x^2 + y^2 = 5$ 를 만족할 때, $x + 2y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 한다. 이 때, $M - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

코시-슈바르츠의 부등식에 의해
 $(1^2 + 2^2)(x^2 + y^2) \geq (x + 2y)^2$
 $x^2 + y^2 = 5$ 이므로
 $25 \geq (x + 2y)^2$
 $\therefore -5 \leq x + 2y \leq 5$
 $\therefore M = 5, m = -5$
 $\therefore M - m = 5 - (-5) = 10$

33. 실수 x, y 가 $x^2 + y^2 = 5$ 를 만족할 때, $x + 2y$ 의 최댓값 M , 최솟값 m 의 합 $M + m$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

코시-슈바르츠의 부등식에 의해
 $(1^2 + 2^2)(x^2 + y^2) \geq (x + 2y)^2$
 $(x + 2y)^2 \leq 5 \cdot 5$
 $\therefore -5 \leq x + 2y \leq 5$ 이므로
 $x + 2y$ 의 최댓값 $M = 5$, 최솟값 $m = -5$
 $\therefore M + n = 5 + (-5) = 0$