

1.  $i(x+2i)^2$  이 실수가 되는 실수  $x$  의 값을 정하면? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

①  $\pm 1$

②  $\pm 2$

③  $\pm 3$

④  $\pm 4$

⑤  $\pm 5$

해설

$$\begin{aligned} i(x+2i)^2 &= i(x^2 + 4ix - 4) = x^2i - 4x - 4i \\ &= -4x + (x^2 - 4)i \end{aligned}$$

실수가 되려면 허수부분이 0이면 된다.

$$\therefore x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$$

2.  $\frac{5}{1+2i} = x+yi$  를 만족하는 실수  $x, y$  의 합을 구하여라.(단,  $i = \sqrt{-1}$ )

▶ 답 :

▷ 정답 :  $x+y = -1$

해설

$$\frac{5}{1+2i} = \frac{5(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{5(1-2i)}{5} = 1-2i$$

$$1-2i = x+yi$$

$$x = 1, y = -2, x+y = -1$$

3.  $j^2 = -\sqrt{-1}$ 라 할 때,  $j^{2012}$ 의 값은?

① 1

② -1

③  $\sqrt{-1}$

④  $-\sqrt{-1}$

⑤ 두 개의 값을 갖는다.

해설

$$j^4 = (-\sqrt{-1})^2 = (\sqrt{-1})^2 = -1$$

$$\therefore j^{2012} = (j^4)^{503} = (-1)^{503} = -1$$

4.  $x = -2 - i$  일 때,  $x^2 + 4x + 10$  의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x = -2 - i$  에서  $x + 2 = -i$  의 양변을 제곱하면

$(x + 2)^2 = (-i)^2$  이므로

$x^2 + 4x = -5$

$\therefore x^2 + 4x + 10 = -5 + 10 = 5$

5. 이차방정식  $x^2 + 2(k - 1)x + 4 = 0$  이 중근을 갖도록 하는 상수  $k$  값들의 합은?

① 1                      ② -2                      ③ -1                      ④ 0                      ⑤ 2

해설

중근을 가지려면 판별식  $D = 0$

$$\frac{D}{4} = (k - 1)^2 - 4 = 0$$

$$k^2 - 2k - 3 = 0, (k - 3)(k + 1) = 0$$

$$\therefore k = 3, -1$$

6.  $x$ 의 범위가  $-3 \leq x \leq 2$  일 때, 이차함수  $y = x^2 - 2x - 1$ 의 최댓값은  $M$ , 최솟값은  $m$ 이다.  $M + m$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$y = x^2 - 2x - 1 = (x - 1)^2 - 2$$

$$\Rightarrow m : x = 1 \text{ 일 때 } : -2,$$

$$M : x = -3 \text{ 일 때 } : 14$$

$$\therefore m + M = 12$$

7. 복소수  $z$  에 대하여  $3z + \bar{z}(1+i) = 3-i$  가 성립할 때,  $z\bar{z}$  의 값은?

- ①  $-3$       ②  $0$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $2$       ⑤  $4$

해설

$z = a + bi$  ( $a, b$  는 실수)로 놓으면  $\bar{z} = a - bi$

이것을 주어진 식에 대입하면

$$3(a + bi) + (a - bi)(1 + i) = 3 - i$$

$$3a + 3bi + a + ai - bi + b = 3 - i$$

$$(4a + b) + (a + 2b)i = 3 - i$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여  $4a + b = 3$ ,  $a + 2b = -1$

$$\begin{cases} 4a + b = 3 & \cdots \textcircled{1} \\ a + 2b = -1 & \cdots \textcircled{2} \end{cases} \text{에서}$$

$$\textcircled{1} \times 2 - \textcircled{2} \text{ 을 하면 } 7a = 7,$$

$$\therefore a = 1$$

$$a = 1 \text{ 을 } \textcircled{1} \text{에 대입하면 } b = -1$$

$$\text{따라서 } z = a + bi = 1 - i \text{ 이므로 } z\bar{z} = (1 - i)(1 + i) = 2$$

8. 복소수  $z$ 의 켤레복소수가  $\bar{z}$ 일 때, 등식  $(1-i)\bar{z} + 2iz = 3-i$ 를 만족시키는  $z$ 를 구하면?

- ①  $z = -1 - 2i$       ②  $z = -2 - 2i$       ③  $z = -3 - 2i$   
④  $z = -3 - 3i$       ⑤  $z = -3 - 4i$

해설

복소수  $z = x + yi$  ( $x, y$ 는 실수),  $\bar{z} = x - yi$ 라 놓으면  
(준식)  $= (1-i)(x-yi) + 2i(x+yi) = 3-i$   
 $x-yi-xi-y+2xi-2y = 3-i$   
 $(x-3y) + (x-y)i = 3-i$   
복소수의 상등에 의하여  
 $x-3y = 3, x-y = -1$   
 $x = -3, y = -2$   
 $\therefore z = -3 - 2i$

9.  $\sqrt{-2}\sqrt{-2} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{-3}} + \sqrt{4}\sqrt{-4} + \frac{\sqrt{-5}}{\sqrt{5}}$  를 간단히 하면?

①  $1 + 4i$

②  $2 + 4i$

③  $-2 + 4i$

④  $-2 + i$

⑤  $-2 - 4i$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{-2}\sqrt{-2} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{-3}} + \sqrt{4}\sqrt{-4} + \frac{\sqrt{-5}}{\sqrt{5}} \\ &= \sqrt{2}i \cdot \sqrt{2}i + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}i} + 2 \cdot 2i + \frac{\sqrt{5}i}{\sqrt{5}} = -2 - i + 4i + i = -2 + 4i \end{aligned}$$

10. 방정식  $a(ax - 1) = 2(ax - 1)$  에 대한 설명으로 옳은 것은?

①  $a = 0$  일 때, 부정

②  $a = 2$  일 때, 불능

③  $a \neq 2$  일 때,  $x = \frac{1}{a}$

④  $a \neq 0$  일 때, 해는 없다.

⑤  $a \neq 0, a \neq 2$  일 때,  $x = \frac{1}{a}$

해설

$a(ax - 1) = 2(ax - 1), a^2x - 2ax = a - 2$ 에서

$a(a - 2)x = a - 2$

i)  $a \neq 0, a \neq 2$  일 때,  $x = \frac{1}{a}$

ii)  $a = 2$  일 때,  $0 \cdot x = 0$ 이므로 해는 무수히 많다. (부정)

iii)  $a = 0$  일 때,  $0 \cdot x = -2$ 이므로 해가 없다. (불능)

따라서 옳은 것은 ⑤뿐이다.

11. 방정식  $x^2 + |x| = |x - 1| + 5$ 를 만족하는 두 근의 곱은?

㉠  $-2\sqrt{6}$

㉡  $-\sqrt{6}$

㉢ 0

㉣  $\sqrt{6}$

㉤  $2\sqrt{6}$

해설

i)  $x < 0$  일 때  
 $x^2 - x = -(x - 1) + 5, x^2 = 6$   
 $\therefore x = \pm\sqrt{6}$   
그런데  $x < 0$  이므로  $x = -\sqrt{6}$   
ii)  $0 \leq x < 1$  일 때  
 $x^2 + x = -(x - 1) + 5$   
 $x^2 + 2x - 6 = 0$   
 $\therefore x = -1 \pm \sqrt{7}$   
그런데  $0 \leq x < 1$  이므로 해가 없다.  
iii)  $x \geq 1$  일 때,  
 $x^2 + x = x - 1 + 5, x^2 = 4$   
 $\therefore x = \pm 2$   
그런데  $x \geq 1$  이므로  $x = 2$   
i), ii), iii)에서 주어진 방정식의 해는  
 $x = 2$  또는  $x = -\sqrt{6}$  이므로  
두 근의 곱은  $-2\sqrt{6}$

12. 방정식  $\left[x + \frac{1}{2}\right]^2 - 3\left[x - \frac{1}{2}\right] - 7 = 0$ 의 해  $a \leq x < b$  또는  $c \leq x < d$ 에 대하여  $a + b + c + d$ 의 값은? (단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대 정수)

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\left[x - \frac{1}{2}\right] = \left[x + \frac{1}{2}\right] - 1 \text{ 이므로}$$

$$\left[x + \frac{1}{2}\right]^2 - 3\left[x + \frac{1}{2}\right] - 4 = 0$$

$$\left[x + \frac{1}{2}\right] = 4 \text{ 또는 } \left[x + \frac{1}{2}\right] = -1 \text{ 이므로}$$

$$\frac{7}{2} \leq x < \frac{9}{2}, -\frac{3}{2} \leq x < -\frac{1}{2} \text{ 이다}$$

따라서 구하는 값은

$$\therefore a + b + c + d = 6$$

13. 이차방정식  $x^2 - x + m = 0$ 의 한 근이 2일 때, 다른 한 근을 구하여라.  
(단,  $m$ 은 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-1$

해설

$x^2 - x + m = 0$ 의 한 근이 2이므로

$x = 2$ 를 대입하면

$$2^2 - 2 + m = 0 \quad \therefore m = -2$$

따라서 주어진 방정식은  $x^2 - x - 2 = 0$ 이다.

이 방정식을 풀면

$$(x - 2)(x + 1) = 0 \text{에서 } x = 2 \text{ 또는 } x = -1$$

이므로 다른 한 근은  $-1$ 이다.

14.  $x^2 - 2x + 3 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라고 할 때,  $(\alpha^2 - 2\alpha)(\beta^2 - 2\beta)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$x^2 - 2x + 3 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 3$$

$$(\alpha^2 - 2\alpha)(\beta^2 - 2\beta)$$

$$= \alpha^2\beta^2 - 2\alpha^2\beta - 2\alpha\beta^2 + 4\alpha\beta$$

$$= (\alpha\beta)^2 - 2\alpha\beta(\alpha + \beta) + 4\alpha\beta$$

$$= 9 - 6 \cdot 2 + 12 = 9$$

15.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 = k(x - 2) + a$ 가 실수  $k$ 의 값에 관계없이 항상 실근을 갖기 위한 실수  $a$ 의 값의 범위를 구하면?

①  $a \geq -2$

②  $a \geq 4$

③  $a \leq 4$

④  $a \geq -4$

⑤  $a \geq 2$

해설

주어진 이차방정식을 정리하면

$$x^2 - kx + (2k - a) = 0$$

실근을 가지려면 판별식  $D \geq 0$ 이어야 한다.

$$k^2 - 4(2k - a) \geq 0$$

$$k^2 - 8k + 4a \geq 0$$

위 부등식을  $k$ 에 대하여 정리하면

$$(k - 4)^2 + 4a - 16 \geq 0$$

실수  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립하려면

판별식  $\frac{D}{4} \leq 0$ 이거나,

$$4a - 16 \geq 0 (\because (k - 4)^2 \geq 0) \text{ 이어야 한다.}$$

따라서  $a \geq 4$

16.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 + (2m + a + b)x + m^2 + ab = 0$ 이  $m$ 의 값에 관계없이 항상 중근을 가질 때, 실수  $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$x^2 + (2m + a + b)x + m^2 + ab = 0$$

항상 중근을 가질 조건 : 판별식  $D = 0$

$$D = (2m + a + b)^2 - 4(m^2 + ab) = 0$$

$$4m^2 + a^2 + b^2 + 4ma + 2ab + 4mb - 4m^2 - 4ab = 0$$

$m$ 에 관해 식을 정리하면

$$(4a + 4b)m + (a^2 - 2ab + b^2) = 0$$

$$4a + 4b = 0, \quad a^2 - 2ab + b^2 = 0$$

$$\therefore a + b = 0$$

17.  $x$ 에 대한 이차식  $a(1-x^2) - 2bx + c(1+x^2)$ 이 완전제곱식일 때,  $a, b, c$ 를 세 변의 길이로 하는 삼각형은 어떤 삼각형인가?
- ①  $a$ 를 빗변으로 하는 직각삼각형
  - ②  $b$ 를 빗변으로 하는 직각삼각형
  - ③  $c$ 를 빗변으로 하는 직각삼각형
  - ④ 예각삼각형
  - ⑤ 정삼각형

해설

$a(1-x^2) - 2bx + c(1+x^2)$ 을  $x$ 에 대한 내림차순으로 정리하면  
 $(c-a)x^2 - 2bx + a+c$

위의 식이 완전제곱식이 되려면

$c-a \neq 0$ 이고,  $\frac{D}{4} = 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = b^2 - (c-a)(c+a) = 0$$

$$b^2 - (c^2 - a^2) = 0, \quad b^2 - c^2 + a^2 = 0$$

$$\therefore c^2 = b^2 + a^2$$

따라서  $c$ 를 빗변으로 하는 직각삼각형이다.

18.  $x^2 - (k-1)x + 3 = 0$ 의 두 근의 차가 2가 되도록 하는 양의 실수  $k$ 의 값은?

① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

해설

두 근을 각각  $\alpha$ 와  $\beta$ 라 하면

$$\alpha + \beta = k - 1$$

$$\alpha\beta = 3$$

$$|\alpha - \beta| = 2 \text{ 이므로}$$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = (k - 1)^2 - 12 = 4$$

$$k = 5 \text{ 또는 } -3$$

$k$ 는 양의 실수이므로  $k = 5$

19. 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$ 에서  $b$ 를 잘못 보아 두 근  $\frac{1}{2}, 4$ 를 얻었고,  $c$ 를 잘못 보아  $-1, 4$ 의 두 근을 얻었다. 이 때, 옳은 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

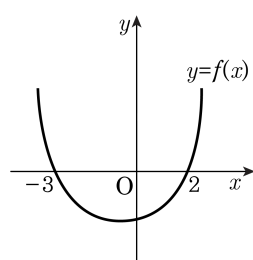
▷ 정답 : 3

해설

( i )  $b$ 를 잘못 본 경우  
 $a$ 와  $c$ 는 옳으므로 두 근의 곱은  
 $\frac{1}{2} \cdot 4 = \frac{c}{a} \quad \therefore c = 2a$   
( ii )  $c$ 를 잘못 본 경우  
 $a$ 와  $b$ 는 옳으므로 두 근의 합은  
 $-1 + 4 = 3 = -\frac{b}{a} \quad \therefore b = -3a$   
( i ), ( ii )에서 주어진 방정식은  
 $ax^2 - 3ax + 2a = 0$   
 $a \neq 0$ 이므로  $x^2 - 3x + 2 = 0$   
 $(x - 1)(x - 2) = 0$   
 $\therefore x = 1$  또는  $x = 2$   
따라서 근의 합은 3이다.

20. 이차함수  $y = f(x)$  의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 방정식  $f(x^2 - 1) = 0$  의 서로 다른 실근의 개수는?

- ① 1 개      ② 2 개      ③ 3 개  
④ 4 개      ⑤ 5 개



해설

주어진 그래프에서  $f(-3) = 0$ ,  $f(2) = 0$  이므로

방정식  $f(x^2 - 1) = 0$  의 근은

( i )  $x^2 - 1 = -3$  일 때,  $x^2 = -2$   $\therefore x = \pm \sqrt{2}i$

( ii )  $x^2 - 1 = 2$  일 때,  $x^2 = 3$   $\therefore x = \pm \sqrt{3}$

( i ), ( ii ) 에서 주어진 방정식의 서로 다른 실근의 개수는 2 개 이다.

21. 두 곡선  $y = x^2$  과  $y = -x^2 + 2x - 5$ 에 동시에 접하는 접선은 두 개가 있다. 이 두 접선의  $y$  절편의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = x^2$  위의 접점을  $(t, t^2)$ 으로 놓으면  
 $y' = 2x$ 이므로  $y'_{x=t} = 2t$ 는 접선의 기울기이다.  
따라서 접선의 방정식은  
 $y - t^2 = 2t(x - t) \cdots \textcircled{1}$   
 $\textcircled{1}$ 이 곡선  $y = -x^2 + 2x - 5$ 에도 접하므로  
 $2tx - t^2 = -x^2 + 2x - 5$ 에서  
 $x^2 + 2(t - 1)x + (5 - t^2) = 0 \cdots \textcircled{2}$   
 $\textcircled{2}$ 의 판별식  $\frac{D}{4} = 0$ 이므로  
 $(t - 1)^2 - (5 - t^2) = 0$ 에서  
 $(t + 1)(t - 2) = 0 \quad \therefore t = -1, 2$   
 $\textcircled{1}$ 에서  
 $t = -1$ 일 때,  $y = -2x - 1$   
 $t = 2$ 일 때,  $y = 4x - 4$   
따라서 두  $y$  절편의 곱은  $(-1) \cdot (-4) = 4$

22.  $a^2 + b^2 = 5$ 인 관계에 있는 두 실수  $a, b$ 에 대하여  $f(x) = x^2 - 4ax + b^2$ 의 최솟값을 상수  $k$ 라 할 때,  $k$ 의 최댓값은?

① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 4ax + b^2 \\ &= (x - 2a)^2 + b^2 - 4a^2 \text{에서} \\ k &= b^2 - 4a^2 = (5 - a^2) - 4a^2 = -5a^2 + 5 \\ \therefore \text{따라서 } k \text{의 최댓값은 } 5 \end{aligned}$$

23.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{5} = \frac{z+2}{3}$ ,  $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$  일 때  $x^2 - y^2 + z^2$  의  
최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -40

해설

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{5} = \frac{z+2}{3} = t \text{ 라 하면}$$

$$x = 2t - 1, y = 5t + 3, z = 3t - 2 \text{ 이므로}$$

$$x^2 - y^2 + z^2 = (2t - 1)^2 - (5t + 3)^2 + (3t - 2)^2 = -12t^2 - 46t - 4$$

... ㉠

$$x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0 \text{ 이므로}$$

$$t \geq \frac{1}{2}, t \geq -\frac{3}{5}, t \geq \frac{2}{3}$$

$$\therefore t \geq \frac{2}{3}$$

이 범위에서 ㉠은 감소하므로

$$t = \frac{2}{3} \text{ 일 때 최대이고 최댓값은}$$

$$-12\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 46 \cdot \frac{2}{3} - 4 = -40$$

24.  $x^2 + y^2 = 4$ 를 만족시키는 실수  $x, y$ 에 대하여  $2y + x^2$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

해설

$x^2 + y^2 = 4$ 에서  $x^2 = 4 - y^2$   
 $x, y$ 가 실수이므로  
 $x^2 = 4 - y^2 \geq 0, y^2 \leq 4$   
 $\therefore -2 \leq y \leq 2$   
 $2y + x^2$ 에  $x^2 = 4 - y^2$ 을 대입하면  
 $2y + x^2 = 2y + (4 - y^2)$   
 $= -y^2 + 2y + 4 = -(y - 1)^2 + 5$   
이 때,  $-2 \leq y \leq 2$ 이므로  $y = 1$ 일 때  
최댓값은 5,  $y = -2$ 일 때 최솟값은  $-4$ 이다.  
따라서 최댓값과 최솟값의 합은  $5 + (-4) = 1$

25.  $x, y$ 가 실수일 때, 다음 식의 최댓값을 구하여라.

$$2x - x^2 + 4y - y^2 + 3$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned} &2x - x^2 + 4y - y^2 + 3 \\ &= -(x^2 - 2x) - (y^2 - 4y) + 3 \\ &= -(x - 1)^2 - (y - 2)^2 + 8 \end{aligned}$$

$x, y$ 는 실수이므로  $(x - 1)^2 \geq 0, (y - 2)^2 \geq 0$   
따라서  $2x - x^2 + 4y - y^2 + 3$ 은  
 $x - 1 = 0, y - 2 = 0$ 일 때 최댓값 8을 갖는다.

26. 방정식  $(x^2 + x + 2)^2 = x^2 + x + 4$ 의 두 허근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은?

① -5      ② -3      ③ -1      ④ 1      ⑤ 3

해설

$(x^2 + x + 2)^2 = x^2 + x + 4$ 에서

$x^2 + x + 2 = A$ 라 하면

$A^2 = A + 2,$

$A^2 - A - 2 = 0, (A + 1)(A - 2) = 0$

$\therefore A = -1$  또는  $A = 2$

( i )  $x^2 + x + 2 = -1$ 일 때,  $x^2 + x + 3 = 0$

( ii )  $x^2 + x + 2 = 2$ 일 때,  $x^2 + x = 0$

( i ), ( ii )에서  $\alpha, \beta$ 는 허근이므로  $x^2 + x + 3 = 0$ 의 근이 된다.

따라서,  $\alpha + \beta = -1, \alpha\beta = 3$ 이므로

$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-1)^2 - 2 \times 3 = -5$

27. 사차방정식  $2x^4 + 7x^2 - 4 = 0$ 의 두 허근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\frac{\beta}{\alpha}$ 의 값은?

- ①  $1+i$       ②  $i$       ③  $0$       ④  $-1$       ⑤  $24$

해설

$$2x^4 + 7x^2 - 4 = 0 \text{에서 } x^2 = t \text{라 하면}$$

$$2t^2 + 7t - 4 = 0, (2t - 1)(t + 4) = 0$$

$$\therefore t = \frac{1}{2} \text{ 또는 } t = -4$$

$$\therefore x = \sqrt{\frac{1}{2}} \text{ 또는 } x = \pm 2i$$

이 때,  $\alpha, \beta$ 는 허근이므로

$$\alpha = 2i, \beta = -2i \text{ 또는 } \alpha = -2i, \beta = 2i$$

$$\therefore \frac{\beta}{\alpha} = -1$$

28.  $2 - \sqrt{3}$ 이 방정식  $x^3 - 2x^2 + px + q = 0$ 의 한 근임을 이용하여 유리수  $p, q$ 의 값을 구하면?

㉠  $p = -7, q = 2$

㉡  $p = 7, q = -3$

㉢  $p = 4, q = 1$

㉣  $p = 3, q = -2$

㉤  $p = 2, q = \sqrt{3}$

해설

$x^3 - 2x^2 + px + q = 0$ 의 한 근이  $2 - \sqrt{3}$ 이면  $2 + \sqrt{3}$ 도 근이다.

다른 한근을  $\alpha$ 라 하면 세 근의 합에서

$$2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} + \alpha = 4 + \alpha = 2 \text{이므로}$$

$$\alpha = -2$$

$$\text{따라서 } p = -2(2 - \sqrt{3}) - 2(2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})$$

$$= -4 + 2\sqrt{3} - 4 - 2\sqrt{3} + 4 - 3 = -7 \text{이므로 } p = -7$$

$$\text{또 세근의 곱 } -q = (-2)(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = -2(4 - 3) = -2$$

$$\text{따라서 } q = 2$$

29. 삼차방정식  $x^3 + ax^2 + bx + 4 = 0$  의 한 근이  $1 + \sqrt{3}i$  일 때,  $a + b$  의 값은? (단,  $a, b$  는 실수,  $i = \sqrt{-1}$  )

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

$x^3 + ax^2 + bx + 4 = 0$  의 근  $1 + \sqrt{3}i, 1 - \sqrt{3}i, \alpha$   
세 근의 곱 :  $\alpha(1 + \sqrt{3}i)(1 - \sqrt{3}i) = -4$   
 $\alpha(1 + 3) = -4, \alpha = -1$   
세 근 :  $1 + \sqrt{3}i, 1 - \sqrt{3}i, -1$   
세 근의 합 :  $1 + \sqrt{3}i + 1 - \sqrt{3}i - 1 = -a$   
 $a = -1$   
 $b = (1 + \sqrt{3}i)(1 - \sqrt{3}i) + (-1)(1 - \sqrt{3}i)$   
 $+ (-1)(1 + \sqrt{3}i)$   
 $= 1 + 3 - 1 + \sqrt{3}i - 1 - \sqrt{3}i = 2$   
 $\therefore a + b = -1 + 2 = 1$

30. 사차방정식  $x^4 + x^3 - x - 1 = 0$ 의 두 허근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\alpha^{100} + \frac{1}{\beta^{100}}$ 과 값이 같은 것은?

- ①  $\alpha + 1$       ②  $\alpha - 2$       ③  $\frac{2}{\beta}$       ④  $-1$       ⑤  $1$

해설

$$\begin{aligned} x^4 + x^3 - x - 1 &= 0 \\ x^3(x+1) - (x+1) &= 0 \\ (x+1)(x^3-1) &= 0 \\ \rightarrow (x+1)(x-1)(x^2+x+1) &= 0 \\ x^2+x+1=0 \text{의 두 근이 } \alpha, \beta & \\ \therefore \alpha^3=1, \beta^3=1, \alpha+\beta=-1, \alpha\beta=1 & \\ \alpha^{100} + \frac{1}{\beta^{100}} = (\alpha^3)^{33}\alpha + \frac{1}{(\beta^3)^{33}\beta} & \\ = \alpha + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha\beta+1}{\beta} = \frac{2}{\beta} & \end{aligned}$$

31. 어떤 정육면체의 밑변의 가로와 세로의 길이를 1 cm 줄이고, 세로의 길이와 높이를 각각 2 cm, 3 cm 씩 늘였더니 이 직육면체의 부피가 처음 정육면체의 부피의  $\frac{5}{2}$  배가 되었다. 처음 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라. (단, 정육면체 한 변의 길이는 유리수이다.)

▶ 답 :                      cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

정육면체의 한 변의 길이가  $x$  cm라 하면  
조건으로부터  $(x-1)(x+2)(x+3) = \frac{5}{2}x^3$ ,  
 $x^3 + 4x^2 + x - 6 = \frac{5}{2}x^3$ ,  
 $\frac{3}{2}x^3 - 4x^2 - x + 6 = 0$  에서  
 $3x^3 - 8x^2 - 2x + 12 = 0$ 을 풀면  $x = 2$ (cm)

32. 연립방정식 
$$\begin{cases} xy + 2yz = 8 \\ yz + 2zx = 15 \\ zx + 2xy = 10 \end{cases}$$
을 만족하는  $x, y, z$ 에 대하여  $x^2 + y^2 + z^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$xy + 2yz = 8 \quad \cdots \textcircled{㉠}$   
 $yz + 2zx = 15 \cdots \textcircled{㉡}$   
 $zx + 2xy = 10 \cdots \textcircled{㉢}$   
 $\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} + \textcircled{㉢}$ 하면  $3(xy + yz + zx) = 33$   
 $xy + yz + zx = 11 \quad \cdots \textcircled{㉣}$   
 $\textcircled{㉠} - \textcircled{㉣}$ 하면  $yz - zx = -3 \quad \cdots \textcircled{㉤}$   
 $\textcircled{㉡} - \textcircled{㉤}$ 하면  $3zx = 18$   
 $zx = 6 \cdots \textcircled{㉥}$   
 $xy = 2 \cdots \textcircled{㉦}$   
 $yz = 3 \cdots \textcircled{㉧}$   
 $\textcircled{㉥} \times \textcircled{㉦} \times \textcircled{㉧}$ 하면  $(xyz)^2 = 36$   
 $xyz = \pm 6$   
 $\therefore x = \pm 2, y = \pm 1, z = \pm 3$  (복호동순이 아님)  
 $\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 4 + 1 + 9 = 14$

33. 연립방정식  $\begin{cases} x+y=5 \\ y+z=6 \\ z+x=7 \end{cases}$  의 해를  $x=\alpha$ ,  $y=\beta$ ,  $z=\gamma$  라 할 때, 곱  $\alpha\beta\gamma$  의 값을 구하면?

① 18      ② 20      ③ 24      ④ 28      ⑤ 30

해설

주어진 세 식을 합하면  $2 \cdot (x+y+z) = 18$

$\therefore \alpha + \beta + \gamma = 9$

$$\begin{cases} \alpha = 9 - (\beta + \gamma) = 9 - 6 = 3 \\ \beta = 9 - (\alpha + \gamma) = 9 - 7 = 2 \\ \gamma = 9 - (\alpha + \beta) = 9 - 5 = 4 \end{cases}$$

$\therefore \alpha\beta\gamma = 3 \cdot 2 \cdot 4 = 24$

34. 연립방정식  $\begin{cases} x-y=3 \\ x^2+2xy+y^2=1 \end{cases}$  에서  $xy$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-2$

해설

$y = x - 3$ 을 이차식에 대입하면

$$x^2 + 2x(x - 3) + (x - 3)^2 = 1$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\therefore x = 1, 2$$

$$(i) \ x = 1 \text{ 일 때 } y = -2$$

$$(ii) \ x = 2 \text{ 일 때 } y = -1$$

$$\text{따라서 } xy = -2$$

35. 다음 연립방정식의 해가 아닌 것은?

$$\begin{cases} x^2 - xy - 2y^2 = 0 \\ 2x^2 + y^2 = 9 \end{cases}$$

- ①  $x = \sqrt{3}, y = -\sqrt{3}$
- ②  $x = 2, y = 1$
- ③  $x = -\sqrt{3}, y = \sqrt{3}$
- ④  $x = -2, y = -1$
- ⑤  $x = 2, y = -1$

해설

$$\begin{aligned} &x^2 - xy - 2y^2 = 0 \\ \Rightarrow &(x + y)(x - 2y) = 0 \\ \Rightarrow &x = -y \text{ 또는 } x = 2y \\ \text{i) } &x = -y \quad 2x^2 + y^2 = 2y^2 + y^2 = 9 \\ &y = \pm \sqrt{3}, \quad x = \mp \sqrt{3} \\ \text{ii) } &x = 2y \quad 2x^2 + y^2 = 8y^2 + y^2 = 9 \\ &y = \pm 1, \quad x = \pm 2 \\ \therefore &\text{해는 } \begin{cases} x = \pm \sqrt{3} \\ y = \mp \sqrt{3} \end{cases}, \quad \begin{cases} x = \pm 2 \\ y = \pm 1 \end{cases} \quad (\text{복호동순}) \end{aligned}$$

36. 다음 연립방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy = 12 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x + y = u$  ,  $xy = v$  로 놓으면 주어진 연립방정식은

$$\begin{cases} u^2 - 2v = 25 \\ v = 12 \end{cases}$$

$\therefore u = \pm 7, v = 12$

따라서, 주어진 연립방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{cases} x + y = 7 & \cdots \textcircled{\text{A}} \\ xy = 12 & \cdots \textcircled{\text{B}} \end{cases}$$

또는 
$$\begin{cases} x + y = -7 & \cdots \textcircled{\text{A}} \\ xy = 12 & \cdots \textcircled{\text{B}} \end{cases}$$

( i )  $\textcircled{\text{A}}, \textcircled{\text{B}}$ 에서  $x, y$  는 이차방정식  $t^2 - 7t + 12 = 0$  의 두 근이

므로  $x = 3, y = 4$  또는  $x = 4, y = 3$

( ii )  $\textcircled{\text{A}}, \textcircled{\text{B}}$ 에서  $x, y$  는 이차방정식  $t^2 + 7t + 12 = 0$  의 두 근이

므로  $x = -3, y = -4$  또는  $x = -4, y = -3$

( i ), ( ii )로부터 구하는 모든 해의 합은 0

37. 연립방정식  $\begin{cases} 2x+y=k \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$  가 오직 한 쌍의 해를 가질 때, 상수  $k$  의 값은?

- ①  $\pm 1$       ②  $\pm 3$       ③  $\pm 5$       ④  $\pm 7$       ⑤  $\pm 9$

해설

$$\begin{cases} 2x+y=k & \cdots \textcircled{1} \\ x^2+y^2=5 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①에서  $y = k - 2x$  를 ②에 대입하면

$$x^2 + (k - 2x)^2 = 5$$

$5x^2 - 4kx + k^2 - 5 = 0$  이 중근을 가지려면

$$\frac{D}{4} = (-2k)^2 - 5(k^2 - 5) = 0$$

$$-k^2 + 25 = 0, \quad k^2 = 25$$

$$\therefore k \pm 5$$

38. 방정식  $2x^2 + y^2 + 2xy - 4x + 4 = 0$  을 만족시키는 실수  $x, y$  의 곱  $xy$  를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-4$

해설

$2x^2 + y^2 + 2xy - 4x + 4 = 0$  에서  
 $(x^2 + 2xy + y^2) + (x^2 - 4x + 4) = 0$   
 $(x + y)^2 + (x - 2)^2 = 0$   
 $x, y$  가 실수이므로  $x + y = 0, x - 2 = 0$   
 $\therefore x = 2, y = -2$   
 $\therefore xy = -4$

39. 방정식  $xy + 2x = 3y + 10$ 을 만족하는 양의 정수가  $x = \alpha$ ,  $y = \beta$ 일 때,  $\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

주어진 식을 변형하면

$$xy + 2x - 3y = 10, xy + 2x - 3y - 6 = 4,$$

$$(x - 3)(y + 2) = 4$$

$y + 2 \geq 3$ 이므로 두 자연수의 곱이 4가 되는 경우는

$$x - 3 = 1, y + 2 = 4$$

$$\therefore x = 4, y = 2$$

40. 이차식  $x^2 - xy - 2y^2 - ax - 3y - 1$  이  $x, y$  에 관한 두 일차식의 곱으로 인수분해 되는 모든 상수  $a$  의 값의 합은?

- ① 1      ②  $\frac{3}{2}$       ③ 2      ④  $\frac{5}{2}$       ⑤ 3

해설

(주어진 식) = 0이라 놓고  $x$ 에 관하여 정리하면

$$x^2 - (a + y)x - (2y^2 + 3y + 1) = 0$$

근의 공식에서

$$\begin{aligned} x &= \frac{a + y \pm \sqrt{(a + y)^2 + 4(2y^2 + 3y + 1)}}{2} \\ &= \frac{a + y \pm \sqrt{9y^2 + 2(a + 6)y + a^2 + 4}}{2} \end{aligned}$$

주어진 식이  $x, y$ 에 관한 일차식으로 인수분해되려면 근호 안의 식(=  $D$ ) 이 완전제곱 꼴이어야 한다.

$D = 9y^2 + 2(a + 6)y + a^2 + 4$ 의 판별식이 0 이 되어야 하므로

$$\frac{D'}{4} = (a + 6)^2 - 9(a^2 + 4) = -8a^2 + 12a = 0$$

$$\therefore a = 0 \text{ 또는 } a = \frac{3}{2}$$

$$\therefore 0 + \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

41. 이차방정식  $f(x) = ax^2 + bx + c = 0$ 의 한 근을  $\frac{1}{(1+i)^2}$  이라 할 때,

$f(2x+3) = 0$ 의 두 근의 합은? (단,  $a, b, c$ 는 실수)

① -5

② -3

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$\frac{1}{(1+i)^2} = \frac{1}{1+2i-1} = \frac{1}{2i} = -\frac{1}{2}i$$

$f(x) = ax^2 + bx + c = 0$ 의 한 근이  $-\frac{1}{2}i$ 이면

$a, b, c$ 가 실수이므로 다른 한 근은  $\frac{1}{2}i$

$\therefore f(x) = 0$ 의 두 근의 합은 0

$f(2x+3) = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 하자.

$$(2\alpha+3) + (2\beta+3) = 0$$

$$2(\alpha+\beta) = -6$$

$$\therefore \alpha+\beta = -3$$

42.  $a, b, c$ 는 실수이고,  $a > 0, ac - b^2 > 0, b \neq 0$ 이라 할 때,  $x$ 의 이차방정식  $x^2 - (a + c)x + ac - b^2 = 0$ 의 근에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?
- ① 서로 다른 두 개의 음의 근      ② 서로 다른 두 개의 양의 근  
③ 양의 중근      ④ 음의 중근  
⑤ 서로 다른 두 허근

해설

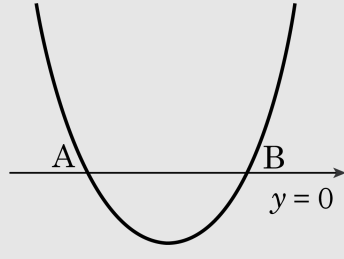
$x^2 - (a + c)x + ac - b^2 = 0$ 의 판별식을  $D$ 라 하면  
 $D = (a + c)^2 - 4(ac - b^2)$   
 $= (a - c)^2 + 4b^2 > 0 \cdots \textcircled{1} (\because b \neq 0)$   
 $a > 0, ac > b^2 > 0$ 에서  $c > 0$ 이므로  
(두 근의 곱)  $= ac - b^2 > 0 \cdots \textcircled{2}$   
(두 근의 합)  $= a + c > 0 \cdots \textcircled{3}$   
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}$ 에서 주어진 방정식은 서로 다른 두 개의 양의 근을 가진다.

43. 이차함수  $y = x^2 + ax + a$  가  $x$  축과 두 점 A, B 에서 만날 때,  $\overline{AB} = 2\sqrt{3}$  이 되도록 하는 양수  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = 6$

해설



A( $\alpha$ , 0) B( $\beta$ , 0) 이라고 하면 ( $\therefore \alpha < \beta$ )

$$\alpha + \beta = -a$$

$$\alpha\beta = a \text{ 이므로}$$

$$(\therefore y = x^2 + ax + a)$$

$$(\beta - \alpha)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = a^2 - 4a$$

$$\overline{AB} = \beta - \alpha = 2\sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$a^2 - 4a = 12$$

$$(a - 6)(a + 2) = 0$$

$$\therefore a = -2, 6$$