

1. x 에 대한 일차방정식 $(a^2 + 3)x + 1 = a(4x + 1)$ 의 해가 무수히 많을 때, a 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$(a^2 + 3 - 4a)x = a - 1$$

모든 x 에 대해 성립하려면

$$a^2 - 4a + 3 = 0, a - 1 = 0$$

$$\text{공통근 : } a = 1$$

2. 방정식 $|x| + |x - 1| = 2$ 의 해를 구하시오.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{2}$ 또는 -0.5

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$ 또는 1.5

해설

i) $x < 0$ 일 때,
 $-x - (x - 1) = 2$ 이므로 $-2x + 1 = 2$
 $\therefore x = -\frac{1}{2}$
ii) $0 \leq x < 1$ 일 때,
 $x - (x - 1) = 2$ 이므로 $0 \cdot x = 1$
 $\therefore$ 해가 없다.
iii) $1 \leq x$ 일 때,
 $x + x - 1 = 2$ 이므로 $2x = 3$
 $\therefore x = \frac{3}{2}$
(i), (ii), (iii) 에서 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

3. x 에 대한 일차방정식 $5x + a = 2x + 12$ 의 해가 자연수일 때, 자연수 a 의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 무수히 많다

해설

$$5x - 2x = 12 - a, 3x = 12 - a$$

$$\therefore x = \frac{12 - a}{3}$$

자연수 $a = 1, 2, 3, \dots$ 을 대입했을 때,

$$x = \frac{12 - a}{3} \text{ 가 자연수가 되는 경우는}$$

$12 - a$ 가 3의 배수이면서 $a < 12$ 일 때이다.

$$\text{i) } a = 3 \text{ 일 때, } x = \frac{12 - 3}{3} = 3$$

$$\text{ii) } a = 6 \text{ 일 때, } x = \frac{12 - 6}{3} = 2$$

$$\text{iii) } a = 9 \text{ 일 때, } x = \frac{12 - 9}{3} = 1$$

따라서 자연수 a 의 개수는 3개이다.

4. 방정식 $a^2 - (1 + x)a + 2x - 2 = 0$ 의 해가 무수히 많을 때, 방정식 $x = (x + 3)a - 10$ 의 해는?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$a^2 - a - ax + 2x - 2 = 0, (a - 2)x = a^2 - a - 2$$

$$(a - 2)x = (a - 2)(a + 1)$$

i) $a \neq 2$ 일 때, $x = a + 1$

ii) $a = 2$ 일 때, $0 \cdot x = 0$ 이므로 해는 무수히 많다.

i), ii)에서 $a = 2$ 일 때이다.

따라서 방정식 $x = (x + 3)a - 10$ 에 $a = 2$ 를 대입하면

$$x = (x + 3) \cdot 2 - 10, x = 2x - 4 \therefore x = 4$$

5. $\sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(3-x)^2} = x+3$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다. 이 두 실근을 α, β 라 할 때, $3\alpha\beta$ 의 값은?

① 3

② 5

③ 7

④ 9

⑤ 11

해설

$$(\text{준식}) = |x-1| + |3-x| = x+3$$

$$\text{i) } x < 1$$

$$-x+1+3-x = x+3, 3x=1$$

$$\therefore x = \frac{1}{3}$$

$$\text{ii) } 1 \leq x < 3$$

$$x-1+3-x = x+3,$$

$$x = -1 (\text{해가 아니다})$$

$$\text{iii) } x \geq 3$$

$$x-1-3+x = x+3, x=7$$

$$\text{두 근이 } \frac{1}{3}, 7$$

$$\therefore 3\alpha\beta = 7$$

6. $|x - 2| + |x - 3| = 1$ 을 만족하는 실수 x 의 개수는?

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개이상

해설

$|x - 2| + |x - 3| = 1$ 에서
i) $x < 2$ 일 때,
 $-(x - 2) - (x - 3) = 1$
 $\therefore x = 2$ (성립하지 않음)
ii) $2 \leq x < 3$ 일 때,
 $(x - 2) - (x - 3) = 1$
 $\therefore 0 \cdot x = 0$ (모든 실수)
iii) $x \geq 3$ 일 때,
 $(x - 2) + (x - 3) = 1$
 $\therefore x = 3$

7. $|x - 1| = 3 - \sqrt{x^2}$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -1

해설

$|x - 1| = 3 - |x|$ 에서,
 $|x| + |x - 1| = 3$ 이다.
i) $x < 0$ 일 때,
 $-x - (x - 1) = 3$
 $\therefore x = -1$
ii) $0 \leq x < 1$ 일 때,
 $x - (x - 1) = 3$
 $0 \cdot x + 1 = 3$ 이므로 불능
iii) $x \geq 1$ 일 때,
 $x + (x - 1) = 3$
 $\therefore x = 2$
따라서 구하는 해는
 $x = -1$ 또는 $x = 2$ 이다.