

1. 집합 $U = \{x \mid 1 \leq x \leq 30, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A - B^c$ 의 원소의 개수는?

- ① 2개 ② 3개 ③ 5개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

$$A - B^c = A \cap B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\} = \{6, 12, 18, 24, 30\}$$

\therefore 5개

2. $(A \cup B) \cap (A^c \cup B)$ 을 간단히 하여라.

▶ 답:

▷ 정답: B

해설

$$(A \cup B) \cap (A^c \cup B) = (A \cap A^c) \cup B = \emptyset \cup B = B$$

3. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cup B) \cap (A \cup B^C)$ 을 간단히 하면?

- ① A ② U ③ \emptyset ④ B ⑤ B^C

해설

$$(A \cup B) \cap (A \cup B^C) = A \cup (B \cap B^C) = A \cup \emptyset = A$$

4. 두 집합 $A = \{1, 2, a^2+2\}$, $B = \{1, 2a-3, 2a+1\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{1, 3\}$ 이 되도록 할 때, a 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 1$

해설

$A \cap B = \{1, 3\}$ 이므로 집합
 A 에서 $a^2 + 2 = 3$, 따라서 $a = \pm 1$
i) $a = 1$ 이면 $B = \{-1, 1, 3\}$
ii) $a = -1$ 이면 $B = \{-5, -1, 1\}$
 $A \cap B = \{1, 3\}$ 이므로
 $\therefore a = 1$

5. 두 조건 $A = \{1, a^3 - 3a\}$, $B = \{a + 2, a^2 - a\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2\}$ 가 되도록 상수 a 의 값을 정할 때, 집합 $A \cup B$ 의 모든 원소의 합은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$A \cap B = \{2\}$ 을 만족하려면 A 에서 $a^2 - a = 2$, $a^2 - a - 2 = 0$, $a = -1$ or 2

$a = -1$ 이면, $B = \{1, 2\}$ 가 되어 $A \cap B = \{1, 2\}$ 즉, 조건에 어긋난다.

$\therefore a = 2$ 이면, $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 4\}$

$\therefore A \cup B = \{1, 2, 4\}$

$\therefore 1 + 2 + 4 = 7$

6. 두 집합 $A = \{1, 2, a^2 - 2a\}$, $B = \{a - 2, a + 1\}$ 가 있다. $A \cap B^c = \{2, 3\}$ 일 때, $B - A$ 의 원소의 합을 구하면?

- ① -3 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$A \cap B^c = A - B = \{2, 3\}$ 이므로 집합 A 에서 $a^2 - 2a = 3$ 이다. $\therefore a = -1$ or 3
i) $a = -1$ 일 때, 집합 $B = \{-3, 0\}$ 이 되어 조건을 만족하지 않는다.
ii) $a = 3$ 이면 집합 $B = \{1, 4\}$ 가 되어 조건을 만족한다. 이때 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 4\}$
 $\therefore B - A = \{4\}$ 이다.

7. 두 집합 $A = \{2, 3, a^2\}$, $B = \{2a+3, -a+3\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{1\}$ 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$A \cap B = \{1\}$ 에서 $1 \in A$ 이므로 $a^2 = 1 \therefore a = 1$ 또는 $a = -1$
(i) $a = 1$ 일 때, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 5\}$ 이므로 $A \cap B = \{2\}$ 이다.
(ii) $a = -1$ 일 때, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 4\}$ 이므로 $A \cap B = \{1\}$ 이다.
 $\therefore a = -1$

8. $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{3, 4\}$ 일 때, $A^c \cap B^c$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : {2}

해설

$$A^c = \{2, 4\}, B^c = \{1, 2, 5\}, A^c \cap B^c = \{2\}$$

9. 두 집합 $A = \{1, 3, a\}$, $B = \{2, 5, b\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2, 3\}$ 일 때, $A \cup B$ 의 원소의 합은?

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$A \cap B = \{2, 3\}$ 이므로 $2 \in A \therefore a = 2$

$A \cap B = \{2, 3\}$ 이므로 $3 \in B \therefore b = 3$

$\therefore A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ 이므로

$A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$

따라서 $A \cup B$ 의 원소의 합은 $1 + 2 + 3 + 5 = 11$

10. 전체집합 U 의 부분집합 A, B 에서 집합 $(A \cup B) \cap (A - B)^c$ 을 간단히 한 것은?

- ① \emptyset ② A ③ B ④ U ⑤ $A \cap B$

해설

$$(A \cup B) \cap (A \cap B^c)^c = (A \cup B) \cap (A^c \cup B) = B$$

11. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 7 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 집합 $(A^c \cup B^c) \cup B$ 의 모든 원소의 합은?

- ① 24 ② 25 ③ 26 ④ 27 ⑤ 28

해설

$$(A^c \cup B^c) \cup B = (A \cap B)^c \cup B = U$$

따라서, $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$ 이다.

12. 집합 A, B 가 전체집합 U 의 부분집합일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cup \emptyset = A$

② $A \cup A^c = U$

③ $(A^c)^c = A$

④ $\emptyset^c = U$

⑤ $A - B = A \cup B^c$

해설

$$A - B = A - (A \cap B) = A \cap B^c$$

13. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A * B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$ 라고 정의할 때, 항상 성립한다고 할 수 없는 것은?

① $A * B = B * A$

② $A * \phi = A^c$

③ $A * U = U$

④ $A * A^c = \phi$

⑤ $A * B = A^c * B^c$

해설

$$\begin{aligned} \text{③ } A * U &= (A \cap U) \cup (A \cup U)^c \\ &= A \cup U^c = A \cup \phi = A \end{aligned}$$

14. 등식 $(A - B) - C = A - (B \cup C)$ 를 증명하는 데 꼭 필요한 것을 다음 중에서 모두 고르면?

- | | |
|-------------|------------------------|
| ㉠ 교환법칙 | ㉡ 결합법칙 |
| ㉢ 분배법칙 | ㉣ 흡수법칙 |
| ㉤ 드 모르간의 법칙 | ㉥ $X - Y = X \cap Y^c$ |

- ① ㉡, ㉢, ㉣, ㉥ ② ㉠, ㉡, ㉢, ㉥ ③ ㉢, ㉣, ㉥
 ④ ㉡, ㉢, ㉣, ㉥ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣, ㉥

해설

$$\begin{aligned}
 (A - B) - C &= (A \cap B^c) - C \cdots \text{㉥} \\
 &= (A \cap B^c) \cap C^c \cdots \text{㉥} \\
 &= A \cap (B^c \cap C^c) \cdots \text{㉡} \\
 &= A \cap (B \cup C)^c \cdots \text{㉤} \\
 &= A - (B \cup C) \cdots \text{㉥} \\
 \text{따라서 } &\text{㉡, ㉢, ㉣이다.}
 \end{aligned}$$

15. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 집합연산이 옳지 않은 것은?

- ① $(A - B) \cup (A - C) = A - (B \cap C)$
- ② $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) \cap (A \cap B)^c$
- ③ $(A - C) \cup (B - C) = (A \cup B) - C$
- ④ $(A \cup C) - (B \cup C) = A - (B \cup C)$
- ⑤ $A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cup C)$

해설

① 좌변
 $= (A - B) \cup (A - C)$
 $= (A \cap B^c) \cup (A \cap C^c)$ (\because 차집합의 성질)
 $= A \cap (B^c \cup C^c)$
 $= A \cap (B \cap C)^c$ (\because 분배법칙과 드 모르간의 법칙)
 $= A - (B \cap C)$
 $=$ 우변 (\because 차집합의 성질)

② 우변
 $= (A \cup B) \cap (A \cap B)^c$
 $= (A \cup B) - (A \cap B)$ (\because 차집합의 성질)
 벤다이어그램을 그려보면 좌변과 같음을 확인할 수 있다.

③ 좌변
 $= (A - C) \cup (B - C)$
 $= (A \cap C^c) \cup (B \cap C^c)$ (\because 차집합의 성질)
 $= (A \cup B) \cap C^c$
 $= (A \cup B) - C$ (우변) (\because 분배법칙과 차집합의 성질)

④ 좌변
 $= (A \cup C) - (B \cup C)$
 $= (A \cup C) \cap (B \cup C)^c$ (\because 차집합의 성질)
 $= [A \cap (B \cup C)^c] \cup [C \cap (B \cup C)^c]$ (\because 분배법칙)
 $= [A \cap (B \cup C)^c] \cup [C \cap (B^c \cap C^c)]$ (\because 드 모르간의 법칙)
 $= [A \cap (B \cup C)^c] \cup \emptyset$
 $= A \cap (B \cup C)^c$
 $= A - (B \cup C)$ (우변)

⑤ 좌변
 $= A - (B - C) = A \cap (B \cap C)^c$
 $= A \cap (B^c \cup C)$ (\because 차집합의 성질과 드 모르간의 법칙)
 $= (A \cap B^c) \cup (A \cap C)$
 $= (A - B) \cup (A \cap C) \neq$ 우변 \rightarrow 모두를 벤다이어그램을 그려서 비교할 수 있다.